

ریاضی و آمار 3

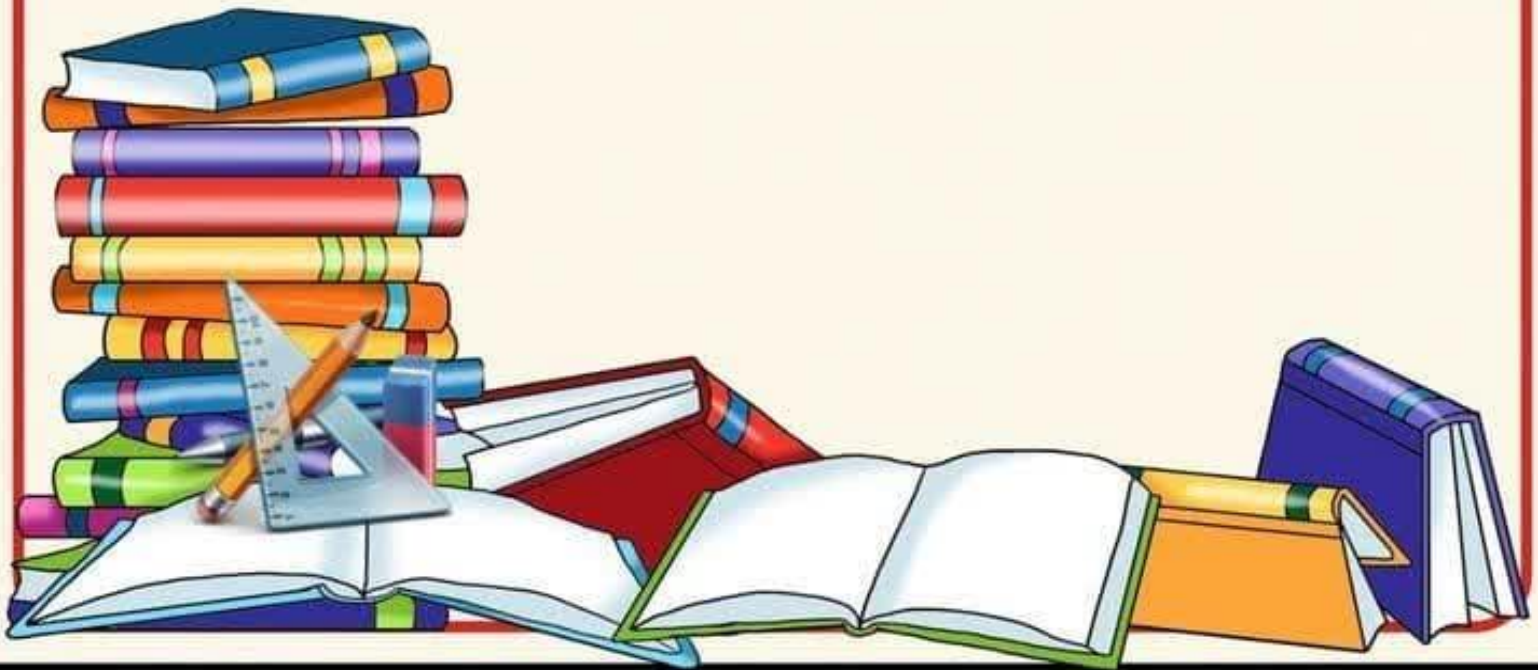
ویژه رشته انسانی



میراث: استاد مفهم



- ☒ ریاضیات جامع دکتر انصاری
- ☒ حرمی ناما
- ☒ مثال ریاضی فشریحی



$m \times n$

فضل اول ریاضی (دوازدهم) ← اصل ضرب (شمارش) ← اتحالی و مطریق - ۴ المطایق ←

$$\text{U} \leftarrow + \leftarrow \text{L}$$

و ← x ← اصل ضرب

$$\mu_X \mathcal{E} = 1 \nu$$

مسئله ← سیراز $\oplus$ افغان $\oplus$ تهران

اصل جمع : $m+n$ على اقل ≥ 2

مسئله: مسافری قوه‌ها از تهران به اراک می‌فرستد و بوی که (2) از قم عبور کند. اگر از تهران تا قم 3 راه و از قم تا اراک 2 راه وجود داشته باشد:

(ج) مسافر پہنچنے والے مسافروں کی تعداد 14 ہے اور ان کی آمد 30 ہے۔
رفتہ اور گئے ہیں نہیں ہیں۔

$$w_x^r = 1$$

الف / مسافر میزد طریق از تهران به اراک مسافر طی کند.

(ب) مصداق قرآن، فید طریق مصداق قرآن وقت و بر گشت انجام می دهد^۸

$$\textcircled{+} \text{W} \leftarrow 1P + 1P = 2P$$

⑩ $12 \times 2 = 24$
چندگیت

$\begin{matrix} \text{قرآن} & \text{م} & \text{ارال} \\ \text{قرآن} & \text{م} & \text{ارال} \end{matrix}$

$$1! = 1 \times 1 = 1$$
$$r! = r \times (r-1) \times (r-2) \times \dots \times 1 = r \times (r-1) \times \dots \times 1$$
$$\omega! = \omega \times \varepsilon_{\omega} \times |\omega| = |\omega|.$$
$$| \psi \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (| \psi_1 \rangle + | \psi_2 \rangle)$$
$$YI = YXI = Y$$
$$11 = 1$$
$$6 \mid \leq 1$$

ناتوانی: ! ← شاملترین هر عدد از خودش تا !

نیلہ ← اعداد منفی! ڈارڈ

سوال: حاکم الاسلام، لا

$$\frac{w!}{d!} = \frac{\cancel{w!}}{d \times \cancel{d} \times \cancel{w!}} = \frac{1}{r}$$
$$\frac{\begin{smallmatrix} K \\ \diagup \end{smallmatrix} \begin{smallmatrix} \diagdown \\ L \end{smallmatrix}}{\begin{smallmatrix} \diagup \\ M \end{smallmatrix} \begin{smallmatrix} \diagdown \\ N \end{smallmatrix}} + \frac{\begin{smallmatrix} P \\ \diagup \end{smallmatrix} \begin{smallmatrix} \diagdown \\ Q \end{smallmatrix}}{\begin{smallmatrix} \diagup \\ R \end{smallmatrix} \begin{smallmatrix} \diagdown \\ S \end{smallmatrix}} = K + P = G$$
$$X \begin{pmatrix} \mu \\ \epsilon \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 70$$
$$(n+1)! = (n+1) \times n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 1$$
$$\frac{(n+1)!}{n!} = \frac{(n+1) \times \cancel{n!}}{\cancel{n!}} = n+1$$

! درج کل لکھی ہے

o! $\frac{\omega \times \cancel{e} \times \cancel{x} \times \cancel{x} \times \cancel{x}}{\cancel{w} \times \cancel{p} \times \cancel{x}} = 7$

$\frac{140}{7} = 20$

$$y! + w! = y + y = 1 \quad \cancel{w!} = 1$$
$$|1 - \gamma| = \gamma \varepsilon - \gamma = \gamma \gamma$$
$$\binom{4}{1} = 4$$
$$\frac{E!}{\cancel{M!}} = \frac{E \times \cancel{M!}}{\cancel{M!}} = E$$

* $\omega! \times \nu! = 14 \times 2 = 28$

$$\star \quad {}^w |x \cdot y| = \ell_x \cdot \ell_y = |y|$$
$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 1$$
$$\frac{n!}{(n-1)!} = \frac{n \times \cancel{(n-1)!}}{\cancel{(n-1)!}} = n$$
$$\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{2}} \neq \frac{1}{\sqrt{2}}$$
$$a! \times b! \neq (a+b)! \quad (a!)^b \neq b^a!$$
$$d!, -r! \neq p!$$

$\underline{E} \underline{A} \underline{E} \underline{A} \underline{E} \underline{A} \underline{E} = 9! \times 3! = 24 \times 9 =$ (الف) یکدیگر میان

செய்து
எல். மு.

EEEE AA

$$2! \times \varepsilon! \times 3! = 2 \times 2 \times 6 = 24$$

(ب) $V_2 = \frac{4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5} = 112$ لیکن یہ ممکن نہیں ہے۔

$$\frac{1}{1.7} \times \frac{0.5}{1.7} \times \frac{1}{1.7} \times \frac{1}{1.7} = 7.0$$

(و) نیز به محض امکان نوشتن در قسمت اول

ب) جدیدہ احادیث میں کون کون سے احادیث کا حرج تھا؟

$$\underline{\omega} \times \underline{e} \times \underline{r} = \underline{r}_b$$

کن

~~0, 1, 2, 3, 4, 5~~

$$\frac{\Delta}{0 \neq} \times \Delta \times \Sigma = 100$$

$\frac{d}{dt} \times \sum \frac{1}{\text{مقدار}}$
 $\frac{d}{dt} \times \sum \frac{1}{\text{مقدار}}$
 $\frac{d}{dt} \times \sum \frac{1}{\text{مقدار}}$

$$\frac{100}{100} \leftarrow \frac{10}{10} \times \frac{10}{10} \times \frac{10}{10} \times \frac{10}{10} = 100\%$$

$$\frac{\omega}{1} \times \frac{\omega}{2} \times \frac{\omega}{3} \times \frac{\omega}{4} = 100$$

• $\neq$
Solid - pos. pos.

$$\frac{\mathcal{E}}{\hbar} \times \frac{\mathcal{E}}{\hbar} \times \frac{\mu}{\hbar} \times \frac{\mu}{\hbar} =$$

Ushbu - pas - pas

$$\underline{14} \leftarrow \begin{array}{l} \Delta \times \Sigma \times 1 = 10 \\ \frac{\Sigma}{\neq} \times \frac{\Delta}{\Delta} \times \frac{1}{\Delta} = 14 \end{array}$$

الف) عدد ٣ رقمي : $\frac{1}{\text{مِكان}} \times \frac{1}{\text{فصل}} \times \frac{1}{\text{مِكان}} = 76$

Δ x Δ p = 10% : (20/100)

$$\frac{\epsilon}{\epsilon} \times \frac{\mu}{\mu} \times \frac{1}{\epsilon, \mu} = \epsilon \mu$$

$$\frac{E}{x^3} \times \frac{1}{x^2} \times \frac{1}{x^3} = \frac{1}{x^8}$$

$$\frac{\epsilon}{\gamma_{\epsilon}} = \frac{1}{\gamma_{\epsilon}^2}$$

(خ) $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ مضروب

$$\frac{1}{\mu_{\epsilon, \delta}} \times \frac{1}{\epsilon} \times \frac{1}{\delta} = \frac{1}{\mu_{\epsilon, \delta} \epsilon \delta}$$



اصل جمع

$$+ = - = \text{اصل مع}$$

اگر کاری را بتوان به دو روش انجام داد ، به طوری که در روش اول m انتخاب و در روش دوم n انتخاب وجود داشته باشد ، برای انجام کار مورد نظر $m+n$ روش وجود دارد. توجه کنید که نهایتاً قرار است کار فقط با یکی از شیوه ها انجام شود.

در اصل جمع فقط یکی از انتخاب‌ها را داریم

مثال: امین قصد دارد به خاطر قبولی در یک آزمون به دوستش پوریا ، شیرینی بدهد . او با خود فکر میکند که پوریا را به یکی از دو مکان رستوران ((یا)) آب میوه فروشی دعوت کند. اگر به رستوران برود ، تنها یکی از 2 نوع غذای چلو خورشت قورمه سبزی و قیمه را می تواند انتخاب کند و اگر به آب میوه فروشی برود، تنها یکی از سه نوع آب میوه ی هویج ، سیب و پرتقال را می توان انتخاب کند. چند انتخاب برای پوریا وجود دارد؟

$$2 + 3 = 5$$

اصل ضرب

$$= \text{اصل ضرب به هم رس}$$

اگر انجام کاری شامل دو مرحله باشد، به طوری که برای انجام مرحله ی اول m انتخاب و برای هر کدام از این m روش ، مرحله ی دوم را بتوان به n روش انجام داد ، در کل مورد نظر با $m \times n$ روش قابل انجام است. توجه کنید که هر دو مرحله باید انجام پذیرد.

مثال: هفته ی بعد پوریا قصد دارد به خاطر تولدش امین را دعوت کند ، اما او می خواهد امین را هم به آن رستوران ((و)) هم به آن آب میوه فروشی ببرد و در رستوران یک انتخاب و در آب میوه فروشی هم یک انتخاب به او بدهد. امین چند نوع انتخاب خواهد داشت؟

$$1 \times 1 = 1$$



مثال: از تهران به اصفهان 2 راه و از اصفهان به شیراز 3 راه وجود دارد. مسافری میخواهد از تهران به شیراز عبور کند به گونه ای که حتما از اصفهان عبور کند.

الف) به چند طریق این مسافرت انجام میشود؟

$$2 \times 3 = 6$$

مرحله ۲ مرحله = اصل $\times$

$$9 + 9 = 18$$

$$9 \times 2 = 18$$

ب) به چند طریق مسافرت رفت و برگشت انجام میشود؟

رفت و برگشت
اصل $\times$ برگشت

ج) به چند طریق مسافرت رفت و برگشت انجام میشود به گونه ای که مسیرهای رفت و برگشت یکی باشد؟

$$7 \oplus 1 = 7$$

رفت $\rightarrow 2 \times 3 = 6$ مسیر رفت
برگشت $\rightarrow 1 \times 1 = 1$ مسیر برگشت



اگر چند شیئ متمایز داشته باشیم ، به هر حالت چیدن آنها کنار هم ، یک **جایگشت** از آن اشیا می گوئیم.

جایگشت به ترتیب و نحوه قرار گرفتن اشیاء را هم جایگشت می گوئیم.
جایگشت ۱ می باشد! ۱! طریق خاص می دهیم.

مثال: با ارقام 0 و 1 و 2 و 3 و 4 و 5 بدون تکرار ارقام

الف) چند عدد سه رقمی می توان نوشت؟

$$\frac{5}{\text{یکان}} \times \frac{5}{\text{دهگان}} \times \frac{4}{\text{صدگان}} = 100$$

ب) چند عدد سه رقمی زوج می توان نوشت؟

$$\frac{5}{\text{یکان}} \times \frac{4}{\text{دهگان}} \times \frac{1}{\text{صدگان}} = 20$$

$$\frac{5}{\text{یکان}} \times \frac{4}{\text{دهگان}} \times \frac{2}{\text{صدگان}} = 40$$

ج) چند عدد سه رقمی مضرب 5 می توان ساخت؟

$$\frac{5}{\text{یکان}} \times \frac{4}{\text{دهگان}} \times \frac{1}{\text{صدگان}} = 20$$

$$\frac{5}{\text{یکان}} \times \frac{4}{\text{دهگان}} \times \frac{1}{\text{صدگان}} = 40$$

د) چند عدد سه رقمی فرد می توان ساخت؟

$$\frac{5}{\text{یکان}} \times \frac{4}{\text{دهگان}} \times \frac{2}{\text{صدگان}} = 40$$

مثال: در یک کشور نوعی اتومبیل در 5 مدل ، 10 رنگ ، 3 حجم موتور مختلف و 2 نوع دنده (اتوماتیک و غیر اتوماتیک) تولید می شود.



الف) چند نوع مختلف از این اتومبیل تولید می شود؟

ب) اگر یکی از رنگ های تولید شده مشکی باشد ، چند نوع از این اتومبیل با رنگ مشکی تولید می شود؟

پ) چند نوع از این اتومبیل مشکی دنده اتوماتیک تولید می شود؟

مثال: یک آزمون چند گزینه ای شامل 10 سوال 4 گزینه ای و 5 سوال 2 گزینه ای است. فردی قصد دارد به سوال ها به صورت تصادفی جواب دهد. او به چند روش می تواند این کار انجام دهد اگر: الف) اگر مجبور باشد به همه ی سوال ها جواب دهد؟

ب) بتواند سوال ها را بدون جواب هم بگذارد؟

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times (n-3) \times \dots \times 1$$

اگر n یک عدد طبیعی باشد ، حاصل ضرب اعداد طبیعی و متوالی از 1 تا n را بصورت $n!$ نمایش می دهیم. (قرار داد $0! = 1$)



مثال: حاصل عبارت های فاکتوریل دار را بصورت ساده و حاصل ضرب ها زیر را با نماد فاکتوریل بدست آورید.

$$\frac{5!}{4!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 5$$

$$\frac{n!}{(n-4)!} = \frac{n \times (n-1) \times (n-2) \times (n-3) \times \cancel{(n-4)!}}{\cancel{(n-4)!}} = n \times (n-1) \times (n-2) \times (n-3)$$

مثال: 3 کتاب ریاضی متفاوت و 4 کتاب فیزیک متفاوت را به چند حالت می توان چید به طوری که :

الف) هیچ شرطی به میان نباشد.

$$3! \times 4! = 6 \times 24 = 144$$



حالت کتابخانه ✓ ✓ ✓ ✓

ب) کتاب های ریاضی کنار هم باشند؟

$$5! \times 3! = 120 \times 6 = 720$$

حالت کتابخانه ✓ ✓ ✓ ✓

ج) کتاب های فیزیک کنار هم باشند؟

$$4! \times 4! = 24 \times 24 = 576$$

حالت کتابخانه ✓ ✓ ✓ ✓

د) کتاب های فیزیک کنار هم و کتاب های ریاضی کنار هم باشند؟

$$2! \times 4! \times 3! = 2 \times 24 \times 6 = 288$$

ه) کتاب ها یک در میان باشند؟

$$4! \times 3! = 24 \times 6 = 144$$

$$\frac{2}{\text{ریاضی}} \times \frac{5}{\text{ریاضی}} \times \frac{4}{\text{ریاضی}} \times \frac{3}{\text{ریاضی}} \times \frac{2}{\text{ریاضی}} \times \frac{1}{\text{ریاضی}} \times \frac{3}{\text{ریاضی}} = 720$$

$$4 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 2880$$

مثال: 4 کتاب ریاضی متفاوت و 4 کتاب فیزیک متفاوت را به چند طریق می توان یک در میان کنار هم قرار داد؟

$$4! \times 4! = 24 \times 24 = 576$$

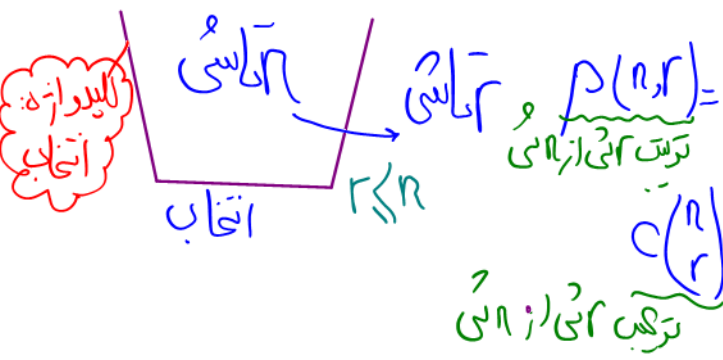
مثال: با ارقام 0 و 1 و 2 و 3 و 4 و 5 چند عدد سه رقمی می توان ساخت؟

$$\frac{5}{\neq} \times \frac{4}{\neq} \times \frac{4}{\neq} = 180$$

$$\frac{5}{\neq} \times \frac{5}{\neq} \times \frac{4}{\text{یکبار}} = 100$$

ترتیب و ترکیب: (۱) ترتیب در انتخاب مهم است. ترتیب: P
 اعداد و ارقام / حروف و حروف می‌تواند

(۲) ترتیب در انتخاب مهم نیست. ترکیب: C
 آلیاژها / مهره از آلیاژ / می‌تواند



$$P\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5!}{3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{3!} = 20 \quad P(4, 3) \quad P(4, 1)$$

$$C\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{5!}{2! \times (5-2)!} = \frac{5!}{2! \times 3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2 \times 1 \times 3!} = 10 \quad C\left(\frac{4}{3}\right) \quad C\left(\frac{7}{2}\right)$$

لست از لست‌های $P(n, r) = 12$ مقدار n کدام است؟ $P(4, 2) = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{4!}{2!} = \frac{4 \times 3 \times 2!}{2!} = 12$

$$\frac{n!}{(n-r)!} = \frac{n!}{(n-(n-2))!} = \frac{n!}{(n-n+2)!} = \frac{n!}{2!} \rightarrow \frac{12}{1} \rightarrow n! = 2! \times 12 = 24 \rightarrow n = 4$$

$$C\left(\frac{4}{1}\right) \rightarrow C\left(\frac{n}{1}\right) = n \quad C\left(\frac{4}{4}\right) \rightarrow C\left(\frac{n}{n}\right) = 1 \quad C\left(\frac{4}{3}\right) \rightarrow C\left(\frac{n}{n-1}\right) = n \quad C\left(\frac{n}{0}\right) = 1$$

$$C\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{5!}{2! \times 3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2 \times 1 \times 3!} = 10$$

حد اقل ← لا اقل ← اقلا ← دست کم
 حداکثر ← دست زیاد

$X \leftarrow 9$
 $+ \leftarrow 2$

$$C\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{4!}{3! \times (4-3)!} = \frac{4!}{3! \times 1!} = \frac{4 \times 3!}{3! \times 1} = 4$$

$$\frac{4 \times 5}{1 \times 2} = 10 \rightarrow \left(\frac{4}{2}\right) = \frac{4 \times 3 \times 2!}{1 \times 2 \times 2!} = 6$$

$$C\left(\frac{7}{4}\right) = \frac{7!}{4! \times 3!} = 35$$

$$\left(\frac{5}{3}\right) = \frac{5!}{3! \times 2!} = 10$$

لست از ۱۰ کتاب ادبی و ۸ کتاب علوم چند دسته ۳ تایی می‌توان انتخاب کرد؟

کتاب ۱
 کتاب ۲
 کتاب ۳
 کتاب ۴
 کتاب ۵
 کتاب ۶
 کتاب ۷
 کتاب ۸
 کتاب ۹
 کتاب ۱۰

$$\left(\frac{10}{2}\right) \times \left(\frac{8}{3}\right) = \frac{10 \times 9}{2 \times 1} \times \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 45 \times 56 = 2520$$

$$\left(\frac{10}{3}\right) = \frac{10 \times 9 \times 8}{1 \times 2 \times 3} = 120$$

لست از ۱۰ روس می‌توان یک دایره ۱۰ نفره نمودار داشت. با این نقطه می‌توان شکل داد؟

۱۱۰ ۱۲۰ ۹۰ ۶۰

لست از ۳ درجه‌ای می‌توان ۱۰ مهره قرمز و ۱۰ مهره سبز و ۱۰ مهره زرد را می‌توان ۳ مهره از میز خارج کرد؟

$$\left(\frac{10}{3}\right) = \frac{10 \times 9 \times 8}{1 \times 2 \times 3} = 120$$

۲۱۰ ۱۱۰ ۱۲۰ ۱۵۰

(ج) حد اول ۲ مهره ای باشد: ۱۲ ای و ۱۱ قرمز یا ۱۳ ای و ۱۰ قرمز

$$\binom{4}{1} \times \binom{5}{2} + \binom{4}{2} \times \binom{5}{1} = 50$$

$$1 \times 10 + 6 \times 5$$
 (و) حد اکثر ۲ مهره ای باشد:
 ۲ ای و ۱۱ قرمز / ۱ ای و ۱۲ قرمز / ۱۳ ای و ۱۰ قرمز

(الف) هر سه مهر رنگی باشد: هر ۳ آی یا هر سه قرمز $\frac{3 \times 4}{1 \times 4}$

(ب) ۱ مهر قرمز و ۲ مهر آبی باشد $\binom{4}{3} + \binom{5}{3} = 14$
 $\binom{4}{2} \times \binom{5}{1} = 7 \times 5 = 35$

خ) ابتدا "۲" به صورت کرمز بایسد

۲ کرمز و ۱ آبی یا ۳ کرمز، ۵ آبی

$$\binom{5}{0} \times \binom{4}{3} + \binom{5}{1} \times \binom{4}{2} \rightarrow \frac{1 \times 4}{1 \times 2} =$$

$$1 \times 4 + 5 \times 6 = 34$$

$$\begin{aligned} n &= 9 \\ r &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} q \\ p \end{pmatrix} = \frac{\sqrt{\frac{E}{2}} \begin{pmatrix} q \\ p \end{pmatrix}}{1} = 1 \text{ f}$$

مثال: درجه‌ای ۱ مهره سفید - ۲ مهره بنفش و ۳ مهره آبی وجود دارد. به تعداد ۳ مهره از سطح خارج می‌کنیم. به این طریق این آفتاب
ای می‌شود که ۳ مهره سفید

$\frac{10}{3} \rightarrow \binom{10}{3} = \frac{10 \times 9 \times 8}{1 \times 2 \times 3} = 120$

ا) ۳ مهره می‌تواند
 (الف) مهره ۳ مهره هرگز نباشد $\rightarrow$ $\binom{3}{3} + \binom{4}{3} + \binom{5}{3} = 1 + 4 + 1 = 6$
 (ب) مهره ۳ مهره هرگز نباشد $\binom{3}{1} \times \binom{4}{1} \times \binom{5}{1} = 3 \times 4 \times 5 = 60$
 (ج) ۲ مهره می‌تواند مهره ۲ مهره هرگز نباشد $\binom{4}{2} \times \binom{3}{1} = 6 \times 3 = 18$

(۲) حداقل ۲ مهره آبی باشد.

$$= \binom{3}{2} \times \binom{4}{1} + \binom{3}{1} \times \binom{4}{2} = 1 \times 4 + 3 \times 6 = 22$$

$$\begin{pmatrix} f \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} g \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} f \\ 6 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} g \\ y \end{pmatrix} \rightarrow 1 \text{ f } \rightarrow$$

$$f \times 10 + 1 \times 70 = 70 + 70 = 140$$

١٥
١. حواشي المهره بنز باسد
٢. بنز با كايه بنز و ٣. كايه بنز

نَسْتَعِزُّكَ اَزْ مَیْمَانِ ۷ اَسْتَعِزُّوْا لَهٗ وَزَلْزِلُوْا اِلَیْهِ فِیْ حَرْجِ الْاَنْفَالِ لَیْسَ بِاُولَئِكَ حِوَالَتُکُمْ فَاَنْتُمْ تَقَرُّعْتُمْ اَنْتُمْ بِاَسَدٍ؟

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$1 \times 35 + 5 \times 21 + 10 \times 7$$

$$35 + 105 + 70 = 210$$

۷ کستی گیر
۵ وزن بردار

نکته - 2^n ← تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه n عضو

تعداد زیرمجموعه‌های m عضو یک مجموعه n عضو $\rightarrow C(n, m)$

مثال: مجموعه $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ را در نظر بگیرید. (الف) این مجموعه چند زیرمجموعه دارد؟
 (ب) مجموعه چند زیرمجموعه ۳ عضوی دارد؟ $\frac{4 \times 3 \times 2}{1 \times 2 \times 3} = 4$ (ج) مجموعه چند زیرمجموعه ۴ عضوی دارد؟ $\frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{1 \times 2 \times 3 \times 4} = 1$
 (و) مجموعه چند زیرمجموعه ۳ عضوی که شامل a باشد دارد؟ $\frac{5}{(4)} = 10$ (خ) مجموعه چند زیرمجموعه ۳ عضوی که a و b شامل e نباشد دارد؟ $\frac{4}{(3)} = 10$
 (گ) مجموعه چند زیرمجموعه ۴ عضوی که شامل e باشد و a نباشد؟ $\frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{1 \times 2 \times 3 \times 4} = 1$ (د) مجموعه چند زیرمجموعه ۳ عضوی که شامل e باشد و a و b نباشد دارد؟ $\frac{3 \times 2 \times 1}{1 \times 2 \times 3} = 1$
 تست ← یک مجموعه ۸ عضوی چند زیرمجموعه ۴ عضوی دارد؟ $\frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{1 \times 2 \times 3 \times 4} = 35$

تعریف فضای نمونه ای: S
 تعریف رویداد تصادفی: A

احتمال ← $\frac{\text{تعداد فضای رویداد}}{\text{تعداد فضای نمونه ای}} = \frac{n(A)}{n(S)}$
 مثال: $P_A = \frac{n(A)}{n(S)}$ (A) عدد اول ← عددی که فقط بر ۱ و خودش تقسیم پذیر است
 عدد زوج ← ... مضرب از خودش و ۱ و عدد دیگر
 جنسیت زن است

تعداد فضای نمونه ای $n(S)$
 تعداد فضای رویداد تصادفی $n(A)$
 $P_A = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
 $P_B = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$
 $P_C = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$
 مثال: در تپان یکس احتمال آنکه ← عدد اول باشد $P_A = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
 عدد زوج باشد $P_B = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$
 اول یا زوج باشد $P_C = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

مثال: در تپان توپس احتمال آنکه ← هر یک عدد ۱ تا ۳۶ زوج باشد
 $P_A = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$
 هر یک عدد ۱ تا ۳۶ زوج باشد
 $P_B = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$
 هر یک عدد ۱ تا ۳۶ زوج باشد
 $P_C = \frac{5}{36}$

مثال ← در یکسای ۵ مهره قرمز، ۳ مهره آبی و ۲ مهره سفید داریم. به تصادف از یکسای ۳ مهره می‌گیریم. احتمال آنکه
 (الف) همه ۳ مهره سفید باشند: یا هر ۳ قرمز $\frac{1 \times 1 \times 1}{3 \times 2 \times 1} = \frac{1}{6}$
 (ب) حداقل ۱ مهره آبی باشد
 آبی و قرمز یا آبی و سفید یا قرمز و سفید
 $\frac{2 \times 3 \times 2}{5 \times 4 \times 3} = \frac{2}{5}$
 (ج) احتمال ۱ مهره قرمز باشد
 ۲ قرمز و ۱ آبی یا ۲ قرمز و ۱ سفید
 $\frac{3 \times 2 \times 1 + 3 \times 2 \times 1}{5 \times 4 \times 3} = \frac{4}{5}$
 ۳ قرمز و ۰ آبی
 $\frac{3 \times 2 \times 1}{5 \times 4 \times 3} = \frac{1}{10}$

در کسبای ۷ مهره سیاه و ۳ مهره سفید وجود دارد. ۲ مهره سفید از کسبای انتخاب می‌کنیم. احتمال هرگز بودن ۱ مهره سیاه کدام است؟

$$P_A = \frac{\binom{7}{2} + \binom{4}{2}}{\binom{11}{2}} = \frac{21 + 6}{55} = \frac{27}{55}$$

$$\frac{13}{55}$$

$$\frac{21}{55}$$

$$\frac{27}{55}$$



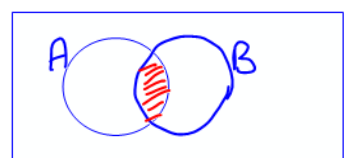
$$P_A + P_{A'} = 1 \rightarrow P_{A'} = 1 - P_A$$

مثال: توالت را به هم می‌زنیم. احتمال آنکه اعداد مناسب میان نباشد؟

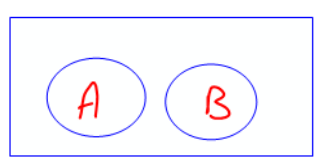
$$1 - \frac{1}{36} = \frac{35}{36}$$

$$\frac{1}{36} = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6}$$

احتمال آنکه A اتفاق بیفتد
عدم وقوع اتفاق
توالت ۳۶
توالت اولی ۶
توالت دوم ۶
۱ = ۶ × ۶



	توالت درست	توالت غلط	
توالت درست	+	x	۱
توالت غلط	x	+	۵



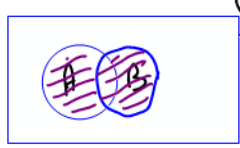
$A \cap B = \emptyset$
 اشتراک ندارند. سازگار

$A \cap B \neq \emptyset$
 اشتراک دارند
 سازگارند

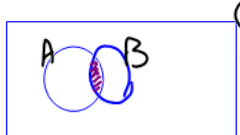
$$P(A \cup B) = P_A + P_B - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

احتمال رخ دادن A و B
 احتمال رخ دادن A
 احتمال رخ دادن B
 احتمال رخ دادن A و B با هم



$$A \cup B = \{x | x \in S, x \in A \vee x \in B\}$$



$$A \cap B = \{x | x \in S, x \in A \wedge x \in B\}$$



$$A - B = \{x | x \in S, x \in A, x \notin B\}$$

$$B - A = \{x | x \in S, x \in B, x \notin A\}$$

تست ۱: اگر $P(A \cup B) = \frac{3}{5}$ و $P_B = \frac{11}{5}$ و $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$ کدام است؟

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\frac{3}{5} = x + \frac{11}{5} - \frac{1}{8}$$

$$\frac{3}{5} - \frac{11}{5} + \frac{1}{8} = x \rightarrow \frac{-8}{5} + \frac{1}{8} = x \rightarrow \frac{-64 + 5}{40} = x \rightarrow \frac{-59}{40} = x$$

خلاصه ای داریم. هرگز نداریم. احتمال آنکه:
 (الف) هر سه غرض لازم در صحت دنیا آمده باشد.

$$\frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{125}$$

 (ب) هر سه غرض لازم یک روز هفته به دنیا آمده باشند.

$$\frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{125}$$

 (ج) هر سه غرض لازم در روزهای مختلف به دنیا آمده باشند.

$$\frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{125}$$

تست ۲: احتمال آنکه در میان اعداد دو عدد برابر یا مجموع آن‌ها ۱ باشد کدام است؟

$$\frac{1}{36} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{36} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6}$$



ذرتب و ترتیب

ذرتب:

تعداد جایگشت های r تایی از n شی متمایز یا به عبارتی تعداد انتخاب های r شی از بین n شی متمایز را که در آنها ترتیب قرار گرفتن مهم باشد ، با $p(n, r)$ نمایش میدهیم و مقدار آن از دستور زیر محاسبه می شود.

$$p(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

مثال: با حروف کلمه ((جهانگردی)) و بدون تکرار حروف:

الف) چند کلمه 8 حرفی می توان نوشت ؟ چندتا از آنها به ((ی)) ختم می شوند؟

۱ ۷ ۴ ۵ ۶ ۳ ۲ ۱
۱ ۷ ۴ ۵ ۶ ۳ ۲ ۱
۱ ۷ ۴ ۵ ۶ ۳ ۲ ۱

ب) چند کلمه 8 حرفی می توان نوشت که در آنها حروف ((د)) و ((ی)) کنارهم قرار داشته باشند؟

۱ ۷ ۴ ۵ ۶ ۳ ۲ ۱
۱ ۷ ۴ ۵ ۶ ۳ ۲ ۱
۱ ۷ ۴ ۵ ۶ ۳ ۲ ۱

پ) چند کلمه 6 حرفی می توان نوشت ؟ چندتا از آنها به ((گردی)) ختم می شود؟

۱ ۷ ۴ ۵ ۶ ۳ ۲ ۱
۱ ۷ ۴ ۵ ۶ ۳ ۲ ۱
۱ ۷ ۴ ۵ ۶ ۳ ۲ ۱

ت) چند کلمه 8 حرفی می توان نوشت که در آنها حروف کلمه ((جهان)) چهار حرف اول باشند؟

۱ ۷ ۴ ۵ ۶ ۳ ۲ ۱
۱ ۷ ۴ ۵ ۶ ۳ ۲ ۱
۱ ۷ ۴ ۵ ۶ ۳ ۲ ۱



مثال: با حروف کلمه ((گل پیرا)) و بدون تکرار حروف:

الف) چند کلمه ی 6 حرفی می توان نوشت؟ چقدر از آنها با ((گل)) شروع می شود؟

ب) چند کلمه 4 حرفی می توان نوشت؟

ج) چند کلمه 4 حرفی می توان نوشت که در آنها دو حرف ((پ)) و ((ر)) در کنار هم آمده باشند؟

ت) چند کلمه 5 حرفی می توان نوشت که در آنها حروف کلمه ((پیرا)) کنار هم آمده باشند؟

ترکیب:

به هر انتخاب r شی از n شی متمایز که آن ترتیب انتخاب اهمیت نداشته باشد یا به عبارتی به هر زیر مجموعه r عضوی از یک مجموعه n عضوی، یک ترکیب r تایی از n شی می گوییم. تعداد ترکیب های r تایی

از n شی متمایز را معمولاً با $C(n, r)$ یا $\binom{n}{r}$ نمایش می دهیم و داریم:

۴!

مثال: الف) به چند طریق می توانیم چهار کتاب را در یک قفسه کنار هم بچینیم؟

$$\binom{4}{1} = 4$$

ب) به چند طریق می توانیم چهار کتاب را برای هدیه دادن به یک نفر انتخاب کنیم؟

مثال: در یک دوره مسابقات کشتی از بین 4 داور ایرانی، 3 داور ژاپنی و 2 داور روسی قرار است کمیته ای از داوران

تشکیل شود. به چند طریق می توان این کار را انجام داد اگر:

الف) کمیته 4 نفره باشد؟

$$\begin{array}{|l} 4 \text{ داور ایرانی} \\ 3 \text{ ژاپنی} \\ 2 \text{ روسی} \end{array} \quad n=9$$

$$C(9, 4)$$

ب) کمیته 3 نفره باشد و از هر یک از سه کشور یک نفر در کمیته باشد؟

$$\binom{4}{1} \times \binom{3}{1} \times \binom{2}{1} = 4 \times 3 \times 2 = 24$$

ج) کمیته 5 نفره باشد و دقیقاً دو داور ایرانی داشته باشد؟

$$r=5$$

$$\binom{4}{2} \times \binom{5}{3} = 6 \times 10 = 60$$

د) کمیته 5 نفره باشد و حداقل 3 داور ایرانی داشته باشد؟

$$\binom{5}{3} \times \binom{4}{2} + \binom{5}{4} \times \binom{4}{1} + \binom{5}{5} \times \binom{4}{0} = 10 \times 6 + 5 \times 4 + 1 \times 1 = 60 + 20 + 1 = 81$$



ه) کمیته 7 نفره باشد و شامل 3 داور ایرانی، 2 داور ژاپنی، 2 داور روسی باشد؟

پ) کمیته 5 نفره باشد حداقل یک داور ایرانی داشته باشد؟

مثال: از کیسه ای که شامل 3 مهره آبی، 4 مهره قرمز، 5 مهره سبز است می خواهیم 3 مهره انتخاب کنیم بطوری که
(الف) هیچ محدودیتی به میان نباشد؟

(ب) 2 مهره قرمز و 1 مهره سبز باشد؟

(ج) مهره ها هم رنگ باشند؟

(د) مهره ها هم رنگ نباشند؟

(ک) حداقل 1 مهره سبز باشد؟

(گ) حداکثر 2 مهره قرمز باشد؟

نکته ۱: اگر مجموعه ای n عضو داشته باشد 2^n زیرمجموعه دارد
نکته ۲: تعداد زیرمجموعه های m عضوی یک مجموعه n عضوی $\binom{n}{m}$

مثال: مجموعه $\{a, b, c, d, e, f, g\}$

(الف) چند زیر مجموعه دارد؟ $n=7$

$$2^7 = 128$$

(ب) چند زیر مجموعه 3 عضوی دارد؟

$$\binom{7}{3}$$





~~a, b, c, d, e, f, g~~

ریاضی 3

a _ _ _

(ج) چند زیر مجموعه 4 عضوی شامل عضو a وجود دارد؟

$$\binom{7}{3}$$

e a b _ _

(د) چند زیر مجموعه 4 عضوی شامل a, b و فاقد e وجود دارد؟

$$\binom{4}{2} = 7$$

مثال:

مجموعه شامل همه ی این حالت های ممکن ، فضای نمونه ای نامیده می شود. اگر این مجموعه را با S بنامیم ، هر زیر مجموعه مانند S مانند A را یک پیشامد تصادفی در S می نامیم.

(ب، ب، ب) (ب، ب، ب)

(ب، ب، ب) (ب، ب، ب)

(ب، ب، ب) (ب، ب، ب)

(ب، ب، ب) (ب، ب، ب)

$$2^3 = 2^3 = 8$$

(الف) دقیقاً یک دختر در این خانواده متولد شده باشد؟

$$P = \frac{3}{8}$$

(ب) حداکثر یک دختر در خانواده متولد شده باشد؟

$$\frac{6}{8}$$

(ج) تعداد فرزندان پسر و دختر برابر باشند؟

$$\frac{6}{8} = 0$$

(د) تعداد فرزندان پسر از دختر بیشتر باشد؟

$$\frac{6}{8}$$

مثال: در جعبه ای 3 مهره ی قرمز و 2 مهره ی آبی قرار دارد. اگر 3 مهره به تصادف از این جعبه خارج کنیم احتمال آن را بدست آورید که :

(الف) حداقل یک مهره آبی انتخاب شود؟

(ب) حداکثر یک مهره آبی انتخاب شود؟

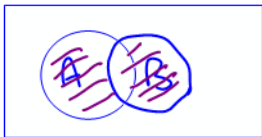


(ج) هر سه مهره قرمز انتخاب شود؟

پیشامدها و رخهای همال رخ آنها:

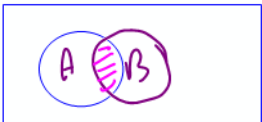
اگر A و B پیشامدهایی در فضای نمونه ای S باشند ، در این صورت :

(الف) اجتماع دو پیشامد : زمانی رخ میدهد که حداقل یکی از دو پیشامد رخ بدهد.



$$A \cup B = \{\omega | \omega \in S, \omega \in A \text{ یا } \omega \in B\}$$

(ب) اشتراک دو مجموعه : زمانی رخ می دهد که هر دو پیشامد باهم اتفاق بیفتد .

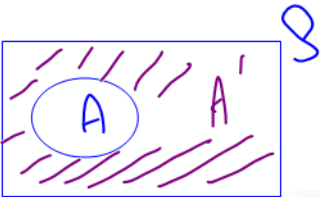


$$A \cap B = \{\omega | \omega \in S, \omega \in A \text{ و } \omega \in B\}$$

(ج) تفاضل دو پیشامد: زمانی رخ میدهد که A رخ بدهد و پیشامد B رخ ندهد.



$$A - B = \{\omega | \omega \in S, \omega \in A, \omega \notin B\}$$

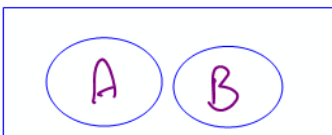
(د) متمم یک پیشامد: اگر A یک پیشامد از فضای نمونه ای S باشد ، متمم پیشامد A که با A' نمایش داده می شود، وقتی رخ میدهد که پیشامد A رخ ندهد.

$$P_{A'} = 1 - P_A$$

$$P_A = 1 - P_{A'}$$

$$P_A + P_{A'} = 1$$

پیشامد ناسازگار

اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند و $A \cap B = \emptyset$ در این صورت A و B را دو پیشامد ناسازگار می نامیم . در واقع دو پیشامد ناسازگار هیچگاه با هم اتفاق نمی افتند.

$$P(A \cup B) = P_A + P_B$$





مثال: دو تاس را با هم پرتاب میکنیم احتمال آن را بیابید که:

الف) هر دو تاس فرد و مجموع آنها 6 باشد؟

$$P_A = \frac{3}{36}$$

ب) هر دو تاس فرد یا مجموع دو تاس 6 باشد؟

$$P_B = \frac{11}{36}$$

ج) هر دو عدد تاس یکسان باشد؟

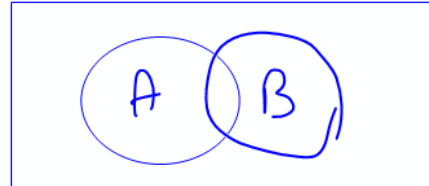
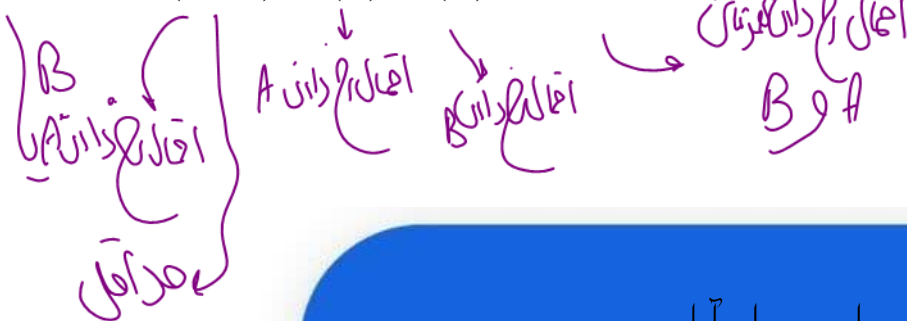
$$P_C = \frac{7}{36}$$

د) عدد دوم از عدد اول بزرگتر باشد؟

$$P_D = \frac{15}{36}$$

برای هر دو پیشامد A و B از فضای نمونه ای S ، همواره تساوی زیر برقرار است :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$



مقدمه بر علم آمار

آمار ، مجموعه ای از اعداد ، ارقام و اطلاعات است. علم آمار مجموعه روش هایی است که شامل جمع آوری اعداد و ارقام ، سازماندهی و نمایش ، تحلیل و تفسیر داده ها و در نهایت نتیجه گیری ، قضاوت و پیش بینی مناسب در مورد پدیده ها و آزمایش های تصادفی می شود.

تعریف جامعه یا جامعیت: مجموعه تمام افراد یا اشیایی که درباره یک یا چند ویژگی آنها تحقیق صورت گیرد ، جامعه یا جمعیت نامیده می شود و در هر یک از این افراد یا اشیا را عضو جامعه می نامند.

تعریف اندازه یا حجم جامعه: تعداد اعضای جامعه را اندازه ی جامعه یا حجم جامعه گویند.

تعریف نمونه: بخشی از جامعه که برای مطالعه انتخاب شود ، نمونه گویند و در هر یک از افراد یا اشیا



انتخاب شده را عضو نمونه گویند. که به تعداد اعضای آن، اندازه ی نمونه یا حجم نمونه گویند.
تعریف متغیر کمی: متغیر هایی را که قابل اندازه گیری هستند، متغیر های کمی گویند. (پیوسته و گسسته)

تعریف متغیر کیفی: متغیر هایی که قابل اندازه گیری نیستند، متغیر های کیفی گویند. (ترتیبی، اسمی)
مثال: انواع متغیر های زیر را مشخص کنید.

الف) سن:

ب) نمره ریاضی نهم:

ج) جنسیت:

د) قد و وزن:

ه) میزان هوش (هوش بالا، متوسط، پایین)



وقتی می خواهیم درباره ی موضوعی تحقیق کنیم نیاز به اطلاعاتی داریم که به آن داده می گویند. داده ها به صورت ارقام یا کلمات توصیفی هستند پس از به دست آوردن اطلاعات و جدول بندب و تحلیل و تفسیر باید نتیجه گیری کنیم. آمار مجموعه ای از اعداد و ارقام است.

علم آمار: مجموعه روش هایی که شامل:

- 1) جمع آوری اطلاعات
- 2) سازمان دهی
- 3) تحلیل و تفسیر
- 4) نتیجه گیری
- 5) قضاوت و پیش بینی مناسب

جامعه: به مجموعه ی تمام افرادی که تحقیق راجع به آن ها صورت می گیرد جامعه گویند. تعداد اعضای جامعه را اندازه یا حجم جامعه گویند.



مثال: وقتی در مورد نمرات ریاضی کلاس دهم مدرسه صحبت می شود جامعه ی آماری کلاس دهم مدرسه و اندازه و حجم آن دانش آموزان کلاس است.

نمونه: هرگاه اندازه ی جامعه به قدری بزرگ باشد که نتوان کل جامعه را بررسی کرد در این صورت قسمتی از جامعه را انتخاب که به آن نمونه گویند و همه ی ویژگی های جامعه را دارد.

سرشماری: اگر مطالعه ی جامعه به گونه ای باشد که کل جامعه بررسی شود به این حالت سرشماری گویند.

متغیر: یک شاخصه و ویژگی از همه ی اعضای جامعه یکسان نیست و از عضو به عضو دیگر تغییر می کند و عددی که به این ویژگی اختصاص می یابد مقدار متغیر است.

متغیر ها بر دو نوع هستند. الف) کمی ب) کیفی

متغیرهای کمی: متغیرها و ویژگی هایی که قابل اندازه گیری هستند.

متغیرهای کیفی: متغیرهایی که قابل اندازه گیری نیستند.

متغیرهای کمی 2 نوع است:

کمی گسسته: متغیرهایی که مقدار به خود می گیرند تعداد کارمندان

کمی پیوسته: متغیرهایی که در یک بازه بین 2 عدد تا قرار دارند قد دانش آموزان

متغیرهای کیفی 2 نوع است:

کیفی ترتیبی: متغیرهایی که دارای مرحله و ترتیب است تحصیلات دانشگاهی

کیفی اسمی: که قابل اندازه گیری نباشد و ترتیب نداشته باشد جنسیت زن و مرد

مثال: نوع متغیرهای زیر را معلوم کنید.

(1) نوع آلودگی هوا

(2) فاصله

(3) مقام های ورزشکار

(4) سال تولید خودرو

همیشه از آنجا که تمام مرزها بسته باشند و دنیا هم

شماره	۱	۲	۳	...	fin
شماره	۱۹	۱۷,۵	۱۴		۱۹,۷۵

a_n ← خود به خود
 a_n ← از پیش
 $n \in \mathbb{N}$ ← طبیعی

$$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 \quad \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} \quad a_{n-2}, a_{n-1}, a_n, a_{n+1}, a_{n+2}$$

نلہ ۷ ہر دنبالہ فرسولہ دار کہ ہر آن فرسولہ ۱۲ محسوس فی موسم و آن را با Q_n نمایاں می دهیم۔

مثال: در هر یک از دنباله های زیر چهارم به اول را بدست آورید.

$Q_n = \gamma n^\gamma + \gamma$

- $n=1 \rightarrow Q_1 = 1$
- $n=2 \rightarrow Q_2 = 12$
- $n=3 \rightarrow Q_3 = 27$
- $n=4 \rightarrow Q_4 = 34$

$$Q_n = \frac{n+1}{2n} \quad 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n}$$

$$t_n = n + \omega \begin{cases} t_1 = 8 \\ t_2 = \omega \\ t_3 = 6 \\ t_4 = 5 \end{cases}$$

$t_n = -2n - 1$

- $n=1 \rightarrow t_1 = -3$
- $n=2 \rightarrow t_2 = -5$
- $n=3 \rightarrow t_3 = -7$
- $n=4 \rightarrow t_4 = -9$

de jure

موصول علی محی / حضرت علی بن ابی طالب علیہ السلام

1, 4, 9, 16, 25 ~ $a_n = n^2$ ← دنباله مربعی

$1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39, 41, 43, 45, 47, 49, 51, 53, 55, 57, 59, 61, 63, 65, 67, 69, 71, 73, 75, 77, 79, 81, 83, 85, 87, 89, 91, 93, 95, 97, 99$
 $a_n = \frac{n(n+1)}{2}$

(۳) مینو ناتی ← ۱۹، ۵۵، ۳۶، ۲۱، ۱۳، ۸، ۵، ۳، ۲، ۱
دنباله که ۱۲۲ برابر اول و از آن هر ۲ برابر است با مجموع دو جمله قبلی



$$Q_n = Q_{n-1} + Q_{n-2}$$

$$f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$$

لست ۱- $\leftarrow$ کدام عددینهای $Q_n = 2n^2 + 1$ و $b_n = 4n + 7$ با هم برابر است؟

۴۴ برابر است.

$121 \rightarrow 11^2$
 $149 \rightarrow 13^2$

$$Q_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\xrightarrow{n=1} \frac{1 \times 1}{1} = 1$$

$$\xrightarrow{n=11} \frac{11 \times 12}{2} = 66$$

$$\rightarrow 121$$

۱۴۴

$$\begin{aligned} \cancel{M} + \cancel{V} + \cancel{M} + \cancel{VV} &= \cancel{M} + 10 \\ \cancel{M} + \cancel{V} &= \cancel{M} + 1 \end{aligned}$$

$\frac{1}{2} \times 2 \times 100 = 100$

$\frac{11^2}{12^2} = \frac{121}{144}$
 $\frac{11^2}{12^2} = \frac{121}{144}$
 $\frac{11^2}{12^2} = \frac{121}{144}$

اول ۱۱ ≠ ۳ د ۱۵ ≠ ۹ س ۱۹ = ۱۹ ج ۱۲۱ ۱۲۷ ۱۳۲

$\chi + 10, \chi + 177, \chi + 177, \chi + 177$
 177

$Q_n = \frac{n^2 - 1}{\epsilon n}$

دنباله بازگشتی $\Leftarrow$ دنباله مرحله به مرحله هر جمله بستگی دارد

مثال: اگر $a_1 = 1$ و فرمول جمله عمومی $a_n = a_{n-1} + 3$ جمله چهارم را بدست آوریم.

$$\begin{aligned} n=1 &\rightarrow a_1 = 1 \\ n=2 &\rightarrow a_2 = a_1 + 3 = 4 \\ n=3 &\rightarrow a_3 = a_2 + 3 = 7 \\ n=4 &\rightarrow a_4 = a_3 + 3 = 10 \end{aligned}$$

10, 7, 4, 1

$$a_n = 2a_{n-1} + 2 \quad a_1 = 3$$

$$\begin{aligned} n=1 &\rightarrow a_1 = 3 \\ n=2 &\rightarrow a_2 = 2a_1 + 2 = 8 \\ n=3 &\rightarrow a_3 = 2a_2 + 2 = 18 \\ n=4 &\rightarrow a_4 = 2a_3 + 2 = 38 \end{aligned}$$

$$a_{n+1} = -2a_n - n \quad a_1 = 2$$

$$\begin{aligned} n=1 &\rightarrow a_2 = -2a_1 - 1 = -5 \\ n=2 &\rightarrow a_3 = -2a_2 - 2 = 8 \\ n=3 &\rightarrow a_4 = -2a_3 - 3 = -19 \\ n=4 &\rightarrow a_5 = -2a_4 - 4 = 38 \end{aligned}$$

اگر $a_{n+1} = a_n + (n+1)$ ، این سری کدام نوع است؟

لست دنباله بازگشتی

$$\begin{aligned} a_1 &= 1 \\ a_2 &= 3 \\ a_3 &= 6 \\ a_4 &= 10 \\ a_5 &= 15 \end{aligned}$$

$$a_n = n^2 \quad (1, 4, 9, 16, 25)$$

$$\begin{aligned} n=1 &\rightarrow a_2 = a_1 + 2 = 3 \\ n=2 &\rightarrow a_3 = a_2 + 3 = 6 \\ n=3 &\rightarrow a_4 = a_3 + 4 = 10 \\ n=4 &\rightarrow a_5 = a_4 + 5 = 15 \\ n=5 &\rightarrow a_6 = a_5 + 6 = 21 \end{aligned}$$

لست ۱۳۹۰ $\Leftarrow$ اگر $a_n = [3n - \frac{1}{n}]$ و $b_n = 2 + (-1)^n$ و $c_n = n^2 - \sqrt{n+5}$

$$(f(a_n - b_n)) \times (c_n)$$

$$(f(5) - 3) \times 13 = 17 \times 13 =$$

۱۷۲
۱۷۸
۲۱۸
۲۲۱

$$+2, +5, +7$$

$$2, 4, 9, 1, 10, \dots$$

$$100, 90, 80, 70, 60, \dots$$

$$-10, -10, -10, -10$$

$$\begin{aligned} a_2 - a_1 &= 9 - 1 = 8 \\ a_3 - a_2 &= 16 - 9 = 7 \\ a_4 - a_3 &= 25 - 16 = 9 \end{aligned}$$

دنباله حسابی
تفاضل عددی
صورت/انفراسی d
نزولی/ناقص d

$$a_1 = 1$$

$$d = 4$$

۱، ۵، ۹، ۱۳

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_{10} = a_1 + 9d = 1 + 9(4) = 37$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

تعداد جمله ها
تفاضل
تفاضل

پایه آخر

a, ... b

$$a_n = a_1 + vd = -5 + 7(-2) = -5 - 14 = -19$$

$$a_1 = -5$$

$$d = -2$$

$$a \text{ --- } C \text{ --- } b$$

$$C = a + b$$

جمله دنیای اول

۲۷، ۱۷، ۱۲، ۷، ۲ کدام است؟

$$a_n = 2n + 3$$

$$a_n = 4n - 1$$

کدام جمله دنیای

$$a_n = 5n - 3$$

$$a_n = 5n + 2$$

$$a_7 = 17 \rightarrow a_1 + 6d = 17$$

$$a_{13} = 41 \rightarrow a_1 + 12d = 41$$

در یک دنباله حسابی جمله هفتم و بیستم ۱۷ و ۴۱ است. جمله کدام است؟

$$a_1 + 9d = 17$$

$$-7 + 9(4) = -7 + 36 = 29$$

$$\begin{cases} a_1 + 6d = 17 \\ a_1 + 12d = 41 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a_1 - 6d = -17 \\ a_1 + 12d = 41 \end{cases}$$

$$a_1 + 12(4) = 41$$

$$a_1 + 48 = 41 \rightarrow a_1 = -7$$

کدام جمله دنیای حسابی با ۲k+1، ۳k-4 و ۳k+3

$$2b = a + c$$

$$2(2k-4) = 2k+1 + 3k+3$$

$$4k-8 = 5k+4$$

$$-k-12 = 0 \rightarrow k = -12$$

$$-12 = k$$

$$10$$

$$12$$

$$-10$$

$$-12$$



الگوی خطی

الگوهایی که در آنها اختلاف هر دو جمله ی متوالی عددی ثابت باشد را **الگوی خطی** می نامند. دلیل نام گذاری این الگوها این است که مختصات تمام نقاط این الگو در معادله خط گفته شده ، صدق می کند. به طور کلی الگوهایی که جمله عمومی آنها بصورت $t_n = an + b$ می باشد را الگوهای خطی می نامیم که در آن a و b اعداد حقیقی دلخواه و ثابت هستند.

نکته: میزان تغییر جملات متوالی این الگو برابر با ضریب n می باشد.

مثال: C_n جمله عمومی یک الگوی خطی است که در آن $C_4 = 17$ و $C_{10} = 41$ در این صورت حاصل C_n را مشخص کنید؟



الگوهای عددی که در آن تعدادی عدد پشت سرهم قرار می گیرند را یک دنباله می نامیم. این اعداد ، جملات دنباله نامیده می شوند.



مثال: در هر مورد سه جمله بعدی را بنویسید و سعی کنید جمله عمومی دنباله را حدس بزنید؟

الف) $1, -2, -3, -4, \dots$

ب) $5, 18, 31, 44, \dots$

پ) $1, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}, \dots$

ت) $-2, 1, \frac{-1}{2}, \frac{1}{4}, \dots$

د) $1, 2, 4, 7, \dots$

ج) $0.1, 0.01, 0.001, \dots$

ف) $1, 1, 2, 3, 5, 8, \dots$

ه) $-1, 8, 27, -64, 125, \dots$

دنباله ی حسابی :

دنباله ای از اعداد که اختلاف بین هر دو عدد آن ، مقدار ثابتی به نام قدر نسبت (d) است را دنباله ی حسابی می نامیم .

$$a_1, a_1 + d, a_1 + 2d, \dots \rightarrow a_n = a_1 + (n - 1)d$$

جمله عمومی

**چند مثال مهم:****مثال:** جمله ی دهم از دنباله ی حسابی و 3 و 0 و 3- را بدست آورید .**مثال:** دنباله ی حسابی 279 و... و 7 و 3 و 1- را در نظر بگیرید .

الف : این دنباله چند جمله دارد ؟

ب : عدد 51 جمله ی چندم این دنباله است ؟

مثال : در دنباله ی حسابی ... و 100- و 103- چند جمله ی کوچکتر از 5 وجود دارد ؟

$$d = \frac{a_m - a_n}{m - n}$$

اگر a_m, a_n دو جمله ی غیر متوالی از یک دنباله باشند داریم :

اگر سه عدد a, b, c و جملات متوالی یک دنباله حسابی باشند ، در این صورت $2b = a + c$ را واسطه حسابی a و c می گوئیم .

مثال: بین 20 و 80 دو واسطه حسابی درج کنید؟

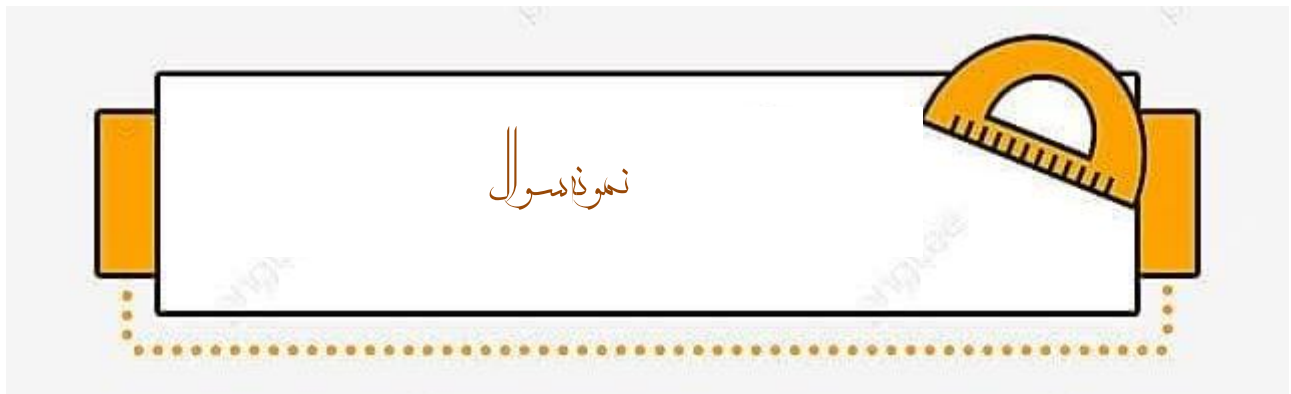


مثال: در یک تصاعد عددی $a_7 = 20$ ، حاصل $a_7 + q_{11} + a_6 + a_8$ چقدر است؟

مثال: در یک دنباله عددی، مجموع جملات اول، دوم و سوم برابر 12 و مجموع جملات هفتم، هشتم، نهم برابر 48 است. قدر نسبت این دنباله کدام است؟

مثال: اگر به قدر نسبت یک دنباله ی حسابی 4 واحد اضافه کرده و از جمله ی اول آن 3 واحد کم کنیم، جمله بیستم آن چه تغییری نسبت به قبل می کند؟

مثال: در یک تصاعد حسابی، مجموع پنج جمله ی اول تصاعد برابر 5 و مجموع 5 جمله ی دوم تصاعد برابر 20 است. قدر نسبت این تصاعد از جمله ی اول چقدر بیشتر است؟



۱

با ارقام ۶ و ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱ و ۰ چند عدد سه رقمی می توان ساخت که در آن ها هم رقم زوج و هم رقم فرد وجود داشته باشد؟

252

4

219

3

203

2

156

1

۲

از بین ۳ دانش آموز سال دهم و ۴ دانش آموز سال یازدهم، ۴ نفر انتخاب می کنیم. احتمال اینکه حداقل ۲ دانش آموز سال دهم وجود داشته باشد کدام است؟

 $\frac{45}{70}$

4

 $\frac{43}{70}$

3

 $\frac{23}{35}$

2

 $\frac{22}{35}$

1





مجموع ۲۰ عدد طبیعی فرد متوالی و مضرب ۵ که کوچکترین آن‌ها ۱۱۵ است، کدام است؟

۳

2400

4

400

3

4200

2

3250

1

تعداد جایگشت‌های حروف کلمه «system» به‌طوری‌که حروف s کنار هم نباشند، کدام است؟

۴

360

4

240

3

180

2

120

1

۵

درون جعبه‌ای ۵ مهره قرمز، ۴ مهره سفید و ۳ مهره آبی قرار دارد. اگر ۲ مهره باهم از ظرف بیرون آوریم، با

کدام احتمال این دو مهره هم‌رنگ نیستند؟

$\frac{47}{66}$

4

$\frac{43}{66}$

3

$\frac{17}{33}$

2

$\frac{13}{22}$

1



در یک دنباله حسابی، مجموع ۹ جمله اول برابر ۹۰ و جمله هفتم آن ۱۳ است. تفاضل جمالت متوالی،

کدام است؟

- 3 2/5 2 1/5



جواب معادله $\frac{2}{35} = \frac{(n-2)!}{n!} + \frac{(n-1)!}{(n+1)!}$ کدام است؟

- 8 7 6 5



مجموع ۳ جمله متوالی از یک دنباله حسابی برابر ۱۸ و حاصل ضرب آن‌ها ۱۹۲ است. اگر دنباله صعودی باشد،

جمله کوچکتر کدام است؟

- 2 4 6 8



اضلاع یک مثلث قائم الزاویه تشکیل تصاعد حسابی می‌دهند. اگر محیط این مثلث ۲۴ باشد، مساحت آن کدام است؟

28

4

24

3

16

2

12

1



درون جعبه‌ای ۷ کارت با شماره‌های ۱ تا ۷ قرار دارد. ۳ کارت به تصادف خارج می‌کنیم. با کدام احتمال شماره‌ی

این سه کارت متوالی است؟

$\frac{1}{7}$

4

$\frac{1}{6}$

3

$\frac{1}{5}$

2

$\frac{1}{4}$

1



در یک رأی‌گیری که شامل ۴ رأی موافق، ۳ رأی مخالف و ۲ رأی ممتنع است، اگر ۳ رأی به تصادف خوانده

شود، با کدام احتمال حداقل ۲ رأی موافق در بین آن‌ها وجود دارد؟

$\frac{19}{52}$

4

$\frac{11}{52}$

3

$\frac{17}{42}$

2

$\frac{13}{42}$

1





۱۲

از بین اعداد فرد طبیعی کوچکتر از ۲۰، عددی به تصادف انتخاب شده است و پیشامدهای A و B چنین تعریف

می‌شوند: عدد، مربع کامل است B = عدد، مضرب ۳ است A = احتمال آنکه پیشامد رخ دهد کدام است؟

0/5

4

0/4

3

0/3

2

0/2

1

۱۳

جمله‌ی عمومی دنباله‌ای به صورت $a_n = n^2 - (n+1)^2$ است. مجموع ده جمله‌ی نخست این دنباله کدام است؟

-120

4

120

3

-60

2

60

1

۱۴

با حروف کلمه "ELECTION" چند کلمه رمز ۴ حرفی می‌توان نوشت که شامل دو حرف باشد؟

360

4

180

3

120

2

90

1





به چند روش ممکن است از بین ۱۵ دانش‌آموز، ۳ نفر آن‌ها را برای مسئول کتابخانه، مسئول گروه سرود و

۱۵

مسئول گروه تناتر دانش‌آموزان انتخاب کرد؟

2730

4

1365

3

910

2

455

1

اگر $\{a_n\}$ دنباله‌ای حسابی باشد، آنگاه حاصل $\frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \dots + \frac{1}{a_{n-1} a_n}$ کدام است؟

۱۶

 $\frac{2n}{a_1 a_n}$

4

 $\frac{2n-2}{a_1 a_n}$

3

 $\frac{n}{a_1 a_n}$

2

 $\frac{a-1}{a_1 a_n}$

1

از کیسه‌ای محتوی ۴ مهره سفید و ۳ مهره سیاه، ۲ مهره خارج می‌کنیم. احتمال آنکه حداقل یکی از مهره‌ها

۱۷

سفید باشد، کدام است؟

 $\frac{6}{7}$

4

 $\frac{1}{7}$

3

 $\frac{5}{7}$

2

 $\frac{4}{7}$

1





از بین ۱۲ خانواده انجمن اولیاء مدرسه به چند طریق می‌توان ۴ خانواده انتخاب کرد که در آن‌ها زن یا شوهر



شرکت کنند؟

990

4

840

3

720

2

495

1

با جایگشت ارقام چند عدد پنج‌رقمی زوج حاصل می‌شود؟



120

4

104

3

96

2

84

1

از بین اعداد طبیعی یک‌رقمی، به چند حالت ۳ عدد را می‌توان انتخاب کرد به‌طوری‌که تشکیل یک دنباله‌ای



حسابی دهند؟

24

4

20

3

16

2

12

1





۲۱

با ارقام طبیعی ۱، ۲، ... و ۹ چند عدد پنج رقمی با ارقام متمایز می توان نوشت به طوری که ارقام ۱ و ۲ و ۳ در

آن ها حتماً با کار رفته و در کنار هم باشند؟

360

4

180

3

120

2

540

1

۲۲

اگر در یک دنباله ای حسابی $a_2 = -1$, $a_5 - a_3 = 1$ باشد، جمله ی چندم دنباله برابر صفر است؟

ششم

4

پنجم

3

چهارم

2

سوم

1

۲۳

اضلاع یک مثلث قائم الزاویه، تشکیل دنباله عددی می دهند، نسبت بزرگترین ضلع مثلث به کوچک ترین ضلع آن

چه قدر است؟

 $\frac{5}{3}$

4

 $\frac{5}{4}$

3

 $\frac{4}{3}$

2

 $\frac{12}{5}$

1





بین دو عدد ۱۰ و ۱۲، نوزده واسطه حسابی درج کرده ایم جمله دهم دنباله حسابی حاصل کدام است؟

۲۴

11

4

10/9

3

10

2

9/9

1

احتمال آن که مجموع دو تاس پرتاب شده با هم کوچکتر از ۹ باشد، چه قدر است؟

۲۵

$\frac{2}{3}$

4

$\frac{13}{18}$

3

$\frac{7}{9}$

2

$\frac{5}{12}$

1

