

ریاضی و آمار 3

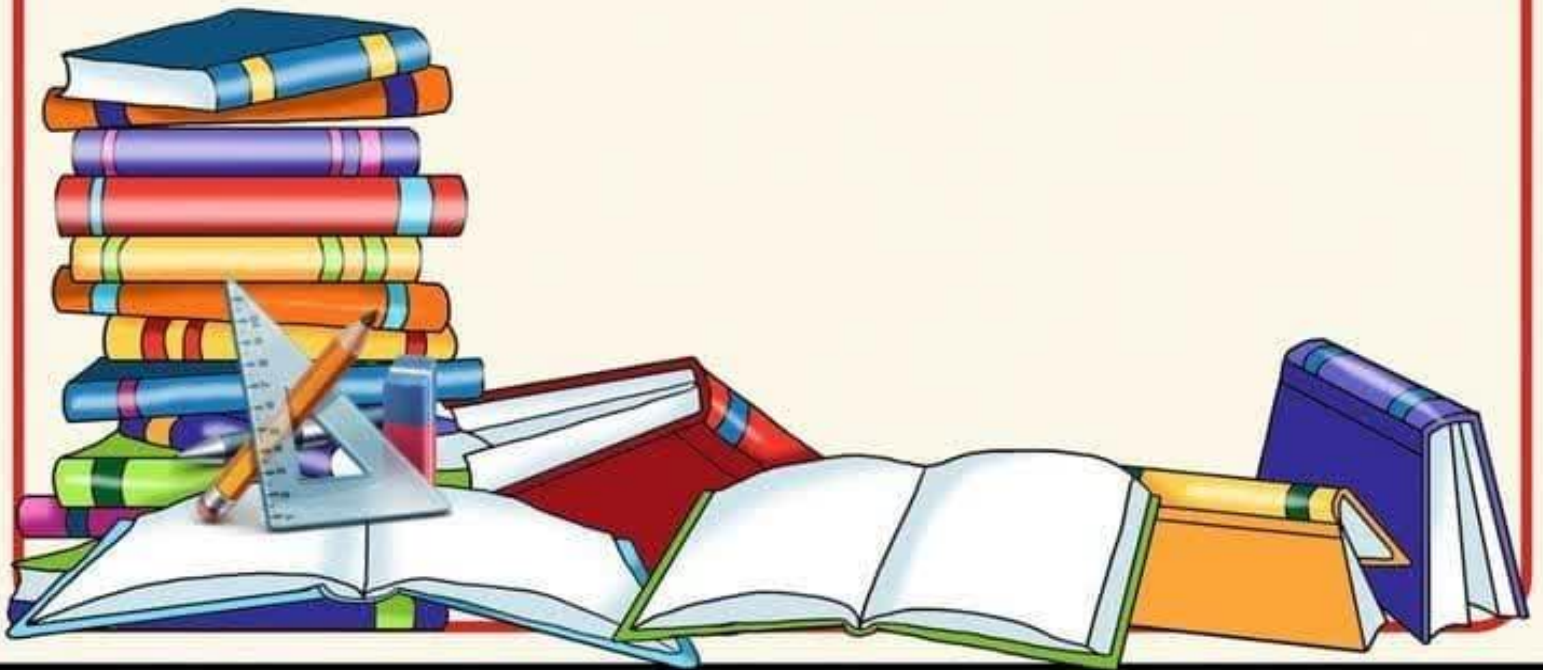
ویژه رشته انسانی



میراث: استاد مفتح



- ☒ ریاضیات جامع دکتر انصاری
- ☒ حرمی ناما
- ☒ مثال ریاضی فشریحی



$m \times n$

فضل ادر ریاضی (دوازدهم) ← اصل ضرب (شمارش) ← انتخابی و تطبیقی - و الحاق ←

$$\text{U} \leftarrow + \leftarrow \text{L}$$

و ← x ← اصل ضرب

$$\mu_X \mathcal{E} = 1 \nu$$

مسئله ← سیراز $\oplus$ افغان $\oplus$ تهران

اصل جمع : $m+n$ على اقل ≥ 2

مسئله: مسافری قوه‌ها از تهران به اراک می‌فرستد و بوی که (2) از قم عبور کند. اگر از تهران تا قم 3 راه و از قم تا اراک 2 راه وجود داشته باشد:

(ج) مسافر پہنچنے والے مسافروں کی تعداد 14 ہے اور اس وقت 30 مسافر رہے۔
رفتہ و برگشتہ ٹکٹیں نہیں ہیں۔

$$\mu_X^c = 1 \mu$$

الف / مسافر یہ ہر طریق انہماک ہے اور ان مسافروں کی زندگی۔

(ب) مصداق قرین، نیز طریق مصداق قرین وقت و بر گشت انجام می دهد.^۸

$$\textcircled{4} \text{ } 11 \leftarrow 11 + 11 = 22$$

⑩ $12 \times 2 = 24$

$\begin{matrix} \text{قرآن} & - & \text{مقام} & - & \text{اراد} \\ \text{قرآن} & - & \text{مقام} & - & \text{اراد} \end{matrix}$

$\checkmark$ $3 \times 2 = 6$

$11 + 9 = 20$

$$w! = w \times (w-1)! = 9$$
$$7! = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5040$$
$$\omega! = \omega \times \varepsilon_{\omega}^{\omega} \times |\omega| = |\omega|.$$
$$Y_! = Y_X \otimes_X \mathbb{C}_X(Y_X) = \mathbb{C}_X(Y_X)$$
$$YI = YXI = Y$$
$$11 = 1$$
$$0 \leq 1$$

ناگوار: ! ← حاملہ بہر عدد از خود سہتا!

نیلہ ← اعداد منفی! ڈاڑھ

سؤال: ما هو الاستدلال؟

$$\frac{p!}{q!} = \frac{\cancel{p!}}{\omega \times \epsilon \times \cancel{p!}} = \frac{1}{\gamma}$$
$$\frac{\varepsilon!}{\mu!} = \frac{\varepsilon \times \cancel{\mu!}}{\cancel{\mu!}} = \mu$$

* $d! \times 2! = 12 \times 2 = 24$.

$$\star \quad {}^w |x|_! = G \times Y = 1Y$$
$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 1$$
$$\frac{\overset{K}{\circlearrowleft} \frac{K}{\circlearrowleft} \frac{K}{\circlearrowleft}}{\underset{-}{\circlearrowleft} \frac{K}{\circlearrowleft} \frac{K}{\circlearrowleft}} + \frac{\overset{P}{\circlearrowleft} \frac{P}{\circlearrowleft} \frac{P}{\circlearrowleft}}{\underset{-}{\circlearrowleft} \frac{P}{\circlearrowleft} \frac{P}{\circlearrowleft}} = K + P = G$$
$$X \begin{pmatrix} w \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} y \\ 1 \end{pmatrix} = 70$$
$$(n+1)! = (n+1) \times n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 1$$
$$\frac{(n+1)!}{n!} = \frac{(n+1) \times \cancel{n!}}{\cancel{n!}} = n+1$$
[illegible]
$$y! + w! = y + y = n$$
$$2! - 1! = 2 - 1 = 1$$
$$\binom{3}{1} = 3$$
$$(n-1)! = (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 1 \quad \frac{n!}{(n-1)!} = \frac{n \times \cancel{(n-1)!}}{\cancel{(n-1)!}} = n$$
$$\frac{1}{14} + \frac{1}{2} \neq \frac{1}{2}$$
$$(a!)^p \neq p a!$$
$$|x| \neq 1$$
$$d!, -r! \neq p!$$

درجہ اولیٰ شریعت

لَا تَقْرَأُ

$$\frac{(3!)!}{5!} \text{ گرام است.}$$

$$\frac{1}{r.}$$

$$\frac{a}{4}$$

$$\frac{\mu}{\omega}$$

$$\frac{4!}{2!} = \frac{7 \times \cancel{2!}}{\cancel{2!}} = 4$$

$$+1610 = \frac{20!}{18!} + \frac{1!}{18!}$$

$$\frac{40 \times 19 \times \cancel{1A}}{\cancel{1A}} + \frac{1 \times \cancel{V} \times 4 \times \cancel{2 \times E}}{\cancel{E}} = 310 + 1910 =$$

حاصل علی، $\sim$
۲.۴%
۱۶۸۲

لست ← أكر $\frac{(n-1)!}{(n+1)!} = \frac{1}{4}$ باستكمال $(n+2)!$ كرام است.

$\frac{1}{2} \epsilon$ $\frac{1}{2} \epsilon$
 $\frac{1}{2} \epsilon$ $\frac{1}{2} \epsilon$

$$\frac{\frac{1}{(n-1)!}}{(n+1) \times n \times (n-1)!} = \frac{1}{9}$$

$$\frac{\cancel{\mu}}{\mu} = \frac{\cancel{w}}{w}$$

$$\frac{1}{n!} \frac{(n-1)!}{2!} = \frac{1}{2!}$$

$$\frac{(n-1)!}{1 \times 1} = \frac{n \times (n-1)!}{1 \times 1}$$

$$\frac{1}{1} \rightarrow \frac{n}{p} \rightarrow n = p$$

~~لَسَّات ← (د، ع، ا، ب)~~

✓ μ
ε
ω
γ

کلاس روز سہا فیروزہ ۱۱/۱۰/۲۰۲۰

$\Delta \circ \square$! $\leftarrow \Delta \circ \square$
 $\Delta \square \circ$
 $\square \circ \Delta$
 $\square \Delta \circ$
 $\circ \Delta \square$
 $\uparrow \leftarrow \circ \square \Delta$

جائے گئے (جائیہ) = نئی مائیں! طریق، ہم ساری کینڈ

(0.0.0.0)

$2 \times 2 \times 2 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$
 جانتے ۲ کتاب ریاضی
 جانتے ۲ کتاب ریاضی
 جانتے ۳ کتاب ریاضی

۲ کتاب ریاضی
۳ کتاب ادبیات

$$\frac{3! \times 2! \times 3! \times 2!}{7 \times 5 \times 7 \times 5} = \frac{1}{66}$$

AA SSS vv

۴/ فسر ← A
۳/ سیر ← S
۲/ وزیر ← N

هست ← ۳ کتاب ریاضی، ۲ کتاب اقتصاد، ۱ آیین قرآن، ۱ فقه، ۴ فارسی، ۴ عربی، ۱ منطق، ۱ کتب الهایم و فروع فارسی باشد.

$$21 \times 21 \times 21 = 2 \times 9 \times 9 =$$

✓ 48
70
140
14

$\underline{E} \underline{A} \underline{E} \underline{A} \underline{E} \underline{A} \underline{E} = 9! \times 3! = 24 \times 9 =$ (الف) یکدیگر میان

செய்து
எல். மு.

EEEE AA

$$2! \times 2! \times 3! = 2 \times 2 \times 6 = 24$$

(ب) پندھو یہ یحییٰ کی توان نوشت؟
 $V_2 = \frac{4}{1} \times \frac{6}{1} \times \frac{8}{1} \times \frac{10}{1} \times \frac{12}{1}$

$$\frac{1}{1.7} \times \frac{0.5}{1.7} \times \frac{1}{1.7} \times \frac{1}{1.7} = 7.0$$

(و) نیز به محض امکان پوستای حق تسلیم

ب) جدیدہ احقرین می کوان اوشد با حردن قلدرا شمع سوزو۔

$$\underline{\omega} \times \underline{e} \times \underline{r} = \underline{r}_b$$

کن

~~0, 1, 2, 3, 4, 5~~

$$\frac{\Delta}{0 \neq} \times \Delta \times \Sigma = 100$$

$\frac{d}{dx} \times \sum v \frac{1}{\text{مؤثره}} = 20$

$$\underline{\underline{104}} \leftarrow \frac{2}{5} \times \frac{5}{5} \times \frac{10}{10} \times \frac{1}{1} = 70$$

$$\frac{\omega}{t} \times \omega \times \Sigma \times \mu = 100$$

Unit - res. res.

$$\frac{\mathcal{E}}{1,3,5} \times \frac{\mathcal{E}}{1,3,5} \times \frac{\mu}{1,3,5} \times \frac{\mu}{1,3,5} =$$

উল্লিখিত-পা-পা

$$\underline{14} \leftarrow \frac{\Delta}{\frac{E}{\neq}} \times \frac{1}{\omega} = 10$$

الف) هذا عدد ٣ رقمي : $76 = \frac{7}{\text{مئات}} \times \frac{6}{\text{عشرات}} \times \frac{1}{\text{وحدات}}$

Δ x E x U x U = 120 : 50/100 = 240

$$\frac{\epsilon}{\mu} \times \frac{\mu}{\epsilon} \times \frac{\mu}{\epsilon} = \mu \epsilon \quad \text{for } \epsilon = \mu$$

$$\frac{1}{x^3} \times \frac{1}{x^2} \times \frac{1}{x^3} = \frac{1}{x^8}$$

$\frac{x}{y} = \frac{z}{w}$

(خ) - $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ مضروب

(د) $\frac{x^{\frac{3}{2}} - x^{-\frac{3}{2}}}{x^{\frac{1}{2}} - x^{-\frac{1}{2}}} = \frac{x^{\frac{3}{2}} - x^{-\frac{3}{2}}}{x^{\frac{1}{2}} - x^{-\frac{1}{2}}}$



اصل جمع

$$+ = - = \text{اصل مع}$$

اگر کاری را بتوان به دو روش انجام داد ، به طوری که در روش اول m انتخاب و در روش دوم n انتخاب وجود داشته باشد ، برای انجام کار مورد نظر $m+n$ روش وجود دارد. توجه کنید که نهایتا قرار است کار فقط با یکی از شیوه ها انجام شود.

در اصل مع انتخاب یکی از آنها داریم

مثال: امین قصد دارد به خاطر قبولی در یک آزمون به دوستش پوریا ، شیرینی بدهد . او با خود فکر میکند که پوریا را به یکی از دو مکان رستوران ((یا)) آب میوه فروشی دعوت کند. اگر به رستوران برود ، تنها یکی از 2 نوع غذای چلو خورشت قورمه سبزی و قیمه را می تواند انتخاب کند و اگر به آب میوه فروشی برود، تنها یکی از سه نوع آب میوه ی هویج ، سیب و پرتقال را می توان انتخاب کند. چند انتخاب برای پوریا وجود دارد؟

$$2 + 3 = 5$$

اصل ضرب

$$= \text{اصل ضرب به هم رس}$$

اگر انجام کاری شامل دو مرحله باشد، به طوری که برای انجام مرحله ی اول m انتخاب و برای هر کدام از این m روش ، مرحله ی دوم را بتوان به n روش انجام داد ، در کل مورد نظر با $m \times n$ روش قابل انجام است. توجه کنید که هر دو مرحله باید انجام پذیرد.

مثال: هفته ی بعد پوریا قصد دارد به خاطر تولدش امین را دعوت کند ، اما او می خواهد امین را هم به آن رستوران ((و)) هم به آن آب میوه فروشی ببرد و در رستوران یک انتخاب و در آب میوه فروشی هم یک انتخاب به او بدهد. امین چند نوع انتخاب خواهد داشت؟

$$1 \times 1 = 1$$



مثال: از تهران به اصفهان 2 راه و از اصفهان به شیراز 3 راه وجود دارد. مسافری میخواهد از تهران به شیراز عبور کند به گونه ای که حتما از اصفهان عبور کند.

الف) به چند طریق این مسافرت انجام میشود؟

$$2 \times 3 = 6$$

مرحله 2 مرحله 1 = اصل $\times$

$$9 + 9 = 18$$

$$9 \times 2 = 18$$

ب) به چند طریق مسافرت رفت و برگشت انجام میشود؟

رفت و برگشت
اصل $\times$ برگشت

ج) به چند طریق مسافرت رفت و برگشت انجام میشود به گونه ای که مسیرهای رفت و برگشت یکی باشد؟

$$9 \rightarrow 2 \times 3 = 6 \rightarrow \text{رفت} \quad 6 \oplus 1 = 7$$

$$1 \rightarrow 1 \times 1 = 1 \rightarrow \text{برگشت}$$



اگر چند شیئ متمایز داشته باشیم ، به هر حالت چیدن آنها کنار هم ، یک **جایگشت** از آن اشیا می گوئیم.

جایگشت به ترتیب و نحوه قرار گرفتن اشیاء را می گویند.
جایگشت ۱ می باشد! ۱! طریق خاص می دهیم.

مثال: با ارقام 0 و 1 و 2 و 3 و 4 و 5 بدون تکرار ارقام

الف) چند عدد سه رقمی می توان نوشت؟

$$\frac{5}{\text{یکان}} \times \frac{5}{\text{دهگان}} \times \frac{4}{\text{صدگان}} = 100$$

ب) چند عدد سه رقمی زوج می توان نوشت؟

$$\frac{5}{\text{یکان}} \times \frac{4}{\text{دهگان}} \times \frac{1}{\text{صدگان}} = 20$$

$$\frac{5}{\text{یکان}} \times \frac{4}{\text{دهگان}} \times \frac{2}{\text{صدگان}} = 40$$

ج) چند عدد سه رقمی مضرب 5 می توان ساخت؟

$$\frac{5}{\text{یکان}} \times \frac{4}{\text{دهگان}} \times \frac{1}{\text{صدگان}} = 20$$

$$\frac{5}{\text{یکان}} \times \frac{4}{\text{دهگان}} \times \frac{2}{\text{صدگان}} = 40$$

د) چند عدد سه رقمی فرد می توان ساخت؟

$$\frac{5}{\text{یکان}} \times \frac{4}{\text{دهگان}} \times \frac{3}{\text{صدگان}} = 60$$

مثال: در یک کشور نوعی اتومبیل در 5 مدل ، 10 رنگ ، 3 حجم موتور مختلف و 2 نوع دنده (اتوماتیک و غیر اتوماتیک) تولید می شود.



الف) چند نوع مختلف از این اتومبیل تولید می شود؟

ب) اگر یکی از رنگ های تولید شده مشکی باشد ، چند نوع از این اتومبیل با رنگ مشکی تولید می شود؟

پ) چند نوع از این اتومبیل مشکی دنده اتوماتیک تولید می شود؟

مثال: یک آزمون چند گزینه ای شامل 10 سوال 4 گزینه ای و 5 سوال 2 گزینه ای است. فردی قصد دارد به سوال ها به صورت تصادفی جواب دهد. او به چند روش می تواند این کار انجام دهد اگر: الف) اگر مجبور باشد به همه ی سوال ها جواب دهد؟

ب) بتواند سوال ها را بدون جواب هم بگذارد؟

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times (n-3) \times \dots \times 1$$

اگر n یک عدد طبیعی باشد ، حاصل ضرب اعداد طبیعی و متوالی از 1 تا n را بصورت $n!$

نمایش می دهیم. (قرار داد $0! = 1$)
 حاصل ضرب هر عدد از خودش یک بار



مثال: حاصل عبارت های فاکتوریل دار را بصورت ساده و حاصل ضرب ها زیر را با نماد فاکتوریل بدست آورید.

$$\frac{5!}{4!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 5$$

$$\frac{n!}{(n-4)!} = \frac{n \times (n-1) \times (n-2) \times (n-3) \times \cancel{(n-4)!}}{\cancel{(n-4)!}} = n \times (n-1) \times (n-2) \times (n-3)$$

مثال: 3 کتاب ریاضی متفاوت و 4 کتاب فیزیک متفاوت را به چند حالت می توان چید به طوری که :

الف) هیچ شرطی به میان نباشد.

$$3! \times 4! = 6 \times 24 = 144$$



حالت کتابخانه ✓ ✓ ✓ ✓

ب) کتاب های ریاضی کنار هم باشند؟

$$5! \times 3! = 120 \times 6 = 720$$

حالت کتابخانه ✓ ✓ ✓

ج) کتاب های فیزیک کنار هم باشند؟

$$4! \times 4! = 24 \times 24 = 576$$

حالت کتابخانه

د) کتاب های فیزیک کنار هم و کتاب های ریاضی کنار هم باشند؟

$$2! \times 4! \times 3! = 2 \times 24 \times 6 = 288$$

ه) کتاب ها یک در میان باشند؟

$$4! \times 3! = 24 \times 6 = 144$$

$$\frac{2}{\text{ریاضی}} \times \frac{5}{\text{ریاضی}} \times \frac{4}{\text{ریاضی}} \times \frac{3}{\text{ریاضی}} \times \frac{2}{\text{ریاضی}} \times \frac{1}{\text{ریاضی}} \times \frac{3}{\text{ریاضی}} = 720$$

$$4 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 2880$$

مثال: 4 کتاب ریاضی متفاوت و 4 کتاب فیزیک متفاوت را به چند طریق می توان یک در میان کنار هم قرار داد؟

$$4! \times 4! = 24 \times 24 = 576$$

مثال: با ارقام 0 و 1 و 2 و 3 و 4 و 5 چند عدد سه رقمی می توان ساخت؟

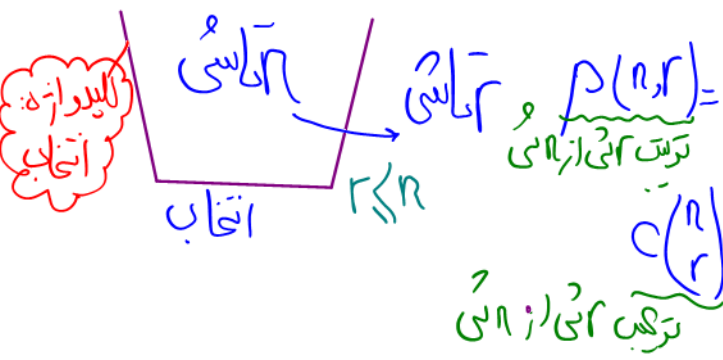
$$\frac{5}{\neq} \times \frac{4}{\neq} \times \frac{4}{\neq} = 180$$

$$\frac{5}{\neq} \times \frac{5}{\neq} \times \frac{4}{\text{یکبار}} = 100$$



ترتیب و ترکیب: (۱) ترتیب در انتخاب مهم است. ترتیب: P
 اعداد و ارقام / حرف و بیانات / چراغ های مختلف

(۲) ترتیب در انتخاب مهم نیست: ترکیب: C
 آبیان بهر از رنگ / چراغ های مختلف



$$P\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5!}{3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{3!} = 20 \quad P(4, 3) \quad P(4, 1)$$

$$C\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{5!}{2! \times (5-2)!} = \frac{5!}{2! \times 3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2 \times 1 \times 3!} = 10 \quad C\left(\frac{4}{3}\right) \quad C\left(\frac{7}{2}\right)$$

لست از لیسای $P(n, n-2) = 12$ مقدار n کدام است؟ $P(4, 2) = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{4!}{2!} = \frac{4 \times 3 \times 2!}{2!} = 12$

$$\frac{n!}{(n-r)!} = \frac{n!}{(n-(n-2))!} = \frac{n!}{(n-n+2)!} = \frac{n!}{2!} \rightarrow \frac{12}{1} \rightarrow n! = 2! \times 12 = 24 \rightarrow n = 4$$

$$C\left(\frac{4}{1}\right) \rightarrow C\left(\frac{n}{1}\right) = n \quad C\left(\frac{4}{4}\right) \rightarrow C\left(\frac{n}{n}\right) = 1 \quad C\left(\frac{4}{3}\right) \rightarrow C\left(\frac{n}{n-1}\right) = n \quad C\left(\frac{n}{0}\right) = 1$$

$$C\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{5!}{2! \times 3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2 \times 1 \times 3!} = 10$$

حد اقل ← لا اقل ← اقلا ← دست کم
 حداکثر ← دست زیاد

$X \leftarrow 9$
 $+ \leftarrow 2$

$$C\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{4!}{3! \times (4-3)!} = \frac{4!}{3! \times 1!} = \frac{4 \times 3!}{3! \times 1} = 4$$

$$\frac{4 \times 5}{1 \times 2} = 10 \rightarrow \left(\frac{4}{2}\right) = \frac{4 \times 3 \times 2!}{1 \times 2 \times 2!} = 6$$

$$C\left(\frac{7}{4}\right) = \frac{7!}{4! \times 3!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4! \times 3 \times 2 \times 1} = 35$$

$$\left(\frac{5}{3}\right) = \frac{5!}{3! \times 2!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{3! \times 2 \times 1} = 10$$

لست از ۱۰ کتاب ادبی و ۸ کتاب علوم چند دسته ۳ تایی میسازیم؟ کتاب ادبی ۲ کتاب علوم ۱۰ کتاب ادبی ۱۰ کتاب علوم

$$\left(\frac{10}{2}\right) \times \left(\frac{8}{1}\right) = \frac{10 \times 9}{1 \times 2} \times \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8} = 45 \times 1 = 45$$

$$\left(\frac{10}{3}\right) = \frac{10 \times 9 \times 8}{1 \times 2 \times 3} = 120$$

لست از ۱۰ روسی و ۱۰ روسی دیگر در ۱۰ نفره وجود دارد. با این تعداد می توان تسکین داد؟

$$110 \quad 120 \quad 90 \quad 70$$

لست از ۳ درجه ای ۱ مهره قرمز و ۴ آبی وجود دارد. می توان ۳ مهره از بیخ خارج کرد؟

$$\left(\frac{10}{3}\right) = \frac{10 \times 9 \times 8}{1 \times 2 \times 3} = 120$$

$$210 \quad 110 \quad 120 \quad 100$$

(الف) هر سه مهر مهر دین با سه مهر آبی یا هر سه قرمز
 $\binom{4}{3} + \binom{5}{3} = 14$
 (ب) ۱ مهر قرمز و ۲ مهر آبی با سه مهر آبی یا سه مهر قرمز
 $\binom{4}{2} \times \binom{5}{1} = 7 \times 5 = 35$

خ) ابتدا "۲ عنصر مرتب باشد"

$$\binom{5}{0} \times \binom{4}{2} + \binom{5}{1} \times \binom{4}{1} \rightarrow \frac{1 \times 6}{1 \times 2} =$$

$$1 \times 6 + 5 \times 4 = 26$$

$n=9$
 $r=3$

$$\begin{pmatrix} q \\ p \end{pmatrix} = \frac{\sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} q}{1} = 1 \text{ f}$$

مثال ۴ درجه ای ۱ مهره سفید - ۲ مهره بنفش و ۳ مهره آبی وجود دارد. به تعداد ۳ مهره از سطح خارج می کنیم. به این طریق این آهوان
ای می شود که ۳ مهره سفید

$n = 10$
 $r = 3 \rightarrow \binom{10}{3} = \frac{10 \times 9 \times 8}{1 \times 2 \times 3} = 120$
 $\frac{1}{120} = 0.008333$
 $0.008333 \times 100 = 0.8333\%$

ا) ۳ می شود

الف) مهره هرتی باشد $\rightarrow$ $\binom{3}{3} + \binom{4}{3} + \binom{5}{3} = 1 + 4 + 1 = 6$

ب) مهره هرتی نباشد $\rightarrow$ $\binom{3}{1} \times \binom{4}{1} \times \binom{5}{1} = 3 \times 4 \times 5 = 60$

ج) ۲ مهره نباشد $\rightarrow$ $\binom{4}{2} \times \binom{3}{1} = 6 \times 3 = 18$

(د) حداقل ۲ مهره آبی باشد.

۲ آبی و ۱ بنفشه آبی، ۳ بنفشه آبی، ۲ بنفشه سفید

$$\binom{3}{1} \times \binom{3}{3} + \binom{7}{1} \times \binom{3}{3} = 1 \times 1 + 7 \times 1 = 8$$

(ه) حداکثر ۱ مهره بنفشه باشد

۱ بنفشه و ۲ بنفشه آبی، ۳ بنفشه آبی، ۲ بنفشه سفید

$$\binom{6}{1} \times \binom{6}{2} + \binom{6}{3} = 15 + 20 = 35$$

نست از میان ۷ گشتی گرو که وزیر بدر به قید و توقیف آنرا تا این که یونس از شکم ماهی نجات یابد؟

۷ کستی گیر
۵ وزن بردار

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$1 \times 35 + 5 \times 21 + 10 \times 7$$

$$35 + 105 + 70 = 210$$

$$-pR \leftarrow -u_i$$
$$C \begin{pmatrix} n \\ m \end{pmatrix}$$
$$\gamma = \gamma_E$$
$$\begin{pmatrix} 9 \\ 8 \end{pmatrix} = \frac{1 \cancel{2} \cancel{3} \cancel{4}}{1 \cancel{2} \cancel{3} \cancel{4}} = 12$$

$\binom{5}{3} = 10$

e. $\frac{1}{2} \ln 2, \frac{1}{2} \ln 3, \frac{1}{2} \ln 4$

0 2 - -

$$\text{الحال} = \frac{\text{الحال}}{\text{الحال}}$$
$$P_2 = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$1/A = n(s)$
مقدار n را می بینیم است

عمر از هودس و ابرمدی دیگر

تلاوة آيات

$$f = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

مالیہ مہلک

$$U_E = \frac{1}{4} = \frac{1}{9} \quad (1)$$

وَلَيْسَ بِأَحْسَنِ الْأَلْفِ

مصرم
م آبی

14) $\forall n \in \mathbb{N}$

$$n(8) = \binom{1}{3} = \frac{1}{1}$$
$$P_B = -\frac{1}{2}$$

در کسبای ۷ مهره سیاه و ۳ مهره سفید وجود دارد. ۲ مهره سفید از کسبای انتخاب می کنیم. احتمال هرگز بودن ۱ مهره سیاه کدام است؟

$\frac{27}{55}$ $\frac{21}{55}$ $\frac{7}{55}$ $\frac{13}{55}$
 $P_A = \frac{\binom{7}{2} + \binom{4}{2}}{\binom{11}{2}} = \frac{21}{55}$
 $\frac{7 \times 6}{1 \times 2} = 21$ $\frac{4 \times 3}{1 \times 2} = 6$ $\frac{11 \times 10}{1 \times 2} = 55$

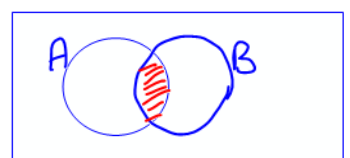


$P_A + P_{A'} = 1$ $P_{A'} = 1 - P_A$

مثال: توالت را به هم می کشیم. احتمال آنکه اعداد مناسب میان نباشد؟

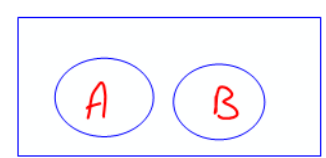
احتمال میان باشد = ۱ - احتمال میان نباشد
 $\frac{1}{4} - \frac{1}{4} = \frac{7-1}{7} = \frac{6}{7}$

احتمال آنکه A اتفاق بیفتد
 عدم وقوع اتفاق
 وقوع اتفاق
 احتمال آنکه A اتفاق نیفتد
 احتمال آنکه A اتفاق بیفتد
 احتمال آنکه A اتفاق نیفتد
 احتمال آنکه A اتفاق بیفتد
 احتمال آنکه A اتفاق نیفتد



فرمول ترکیبی

U	+	+
A	x	x

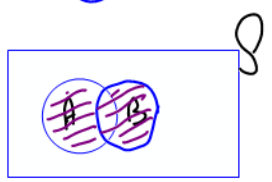


$A \cap B = \emptyset$
 اشتراک ندارند

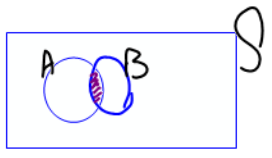
$A \cap B \neq \emptyset$
 اشتراک دارند
 سازگارند

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
 احتمال رخ دادن A و B
 احتمال رخ دادن A
 احتمال رخ دادن B
 احتمال رخ دادن A و B

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
 احتمال رخ دادن A و B
 احتمال رخ دادن A
 احتمال رخ دادن B



$A \cup B = \{u | u \in S, u \in A \cup u \in B\}$



$A \cap B = \{u | u \in S, u \in A \cap u \in B\}$



$A - B = \{u | u \in S, u \in A, u \notin B\}$
 $B - A = \{u | u \in S, u \in B, u \notin A\}$

تست ۱ - اگر $P(A \cup B) = \frac{3}{5}$ و $P_B = \frac{11}{5}$ و $P_A = \frac{1}{8}$ باشد. کدام است؟
 $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
 $\frac{3}{5} = \frac{1}{8} + \frac{11}{5} - \frac{1}{8}$
 $\frac{3}{5} - \frac{11}{5} + \frac{1}{8} = \frac{3-11+5}{40} = \frac{-3}{40}$

خلاصه ای داریم. هرگز نداریم. احتمال آنکه:
 (الف) هر سه فرزندان در صبح دنیا آمده باشند.
 (ب) هر سه فرزندان یک روز هفته دنیا آمده باشند.
 (ج) هر سه فرزندان در روزهای مختلف دنیا آمده باشند.

تست ۲ - احتمال آنکه در میان اعداد و سکه برابر یا مجموع آن ها را باشد کدام است؟
 $\frac{1}{36} = \frac{2}{9} + \frac{5}{12} + \frac{4}{11} + \frac{2}{9}$



ذرتب و ترتیب

ذرتب:

تعداد جایگشت های r تایی از n شی متمایز یا به عبارتی تعداد انتخاب های r شی از بین n شی متمایز را که در آنها ترتیب قرار گرفتن مهم باشد، با $p(n, r)$ نمایش میدهیم و مقدار آن از دستور زیر محاسبه می شود.

$$p(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

مثال: با حروف کلمه ((جهانگردی)) و بدون تکرار حروف:

الف) چند کلمه 8 حرفی می توان نوشت؟ چندتا از آنها به ((ی)) ختم می شوند؟

1 ✓ 2 ✓ 3 ✓ 4 ✓ 5 ✓ 6 ✓ 7 ✓ 8 ✓ 9 ✓ 10 ✓ 11 ✓ 12 ✓ 13 ✓ 14 ✓ 15 ✓ 16 ✓ 17 ✓ 18 ✓ 19 ✓ 20 ✓ 21 ✓ 22 ✓ 23 ✓ 24 ✓ 25 ✓ 26 ✓ 27 ✓ 28 ✓ 29 ✓ 30 ✓ 31 ✓ 32 ✓ 33 ✓ 34 ✓ 35 ✓ 36 ✓ 37 ✓ 38 ✓ 39 ✓ 40 ✓ 41 ✓ 42 ✓ 43 ✓ 44 ✓ 45 ✓ 46 ✓ 47 ✓ 48 ✓ 49 ✓ 50 ✓ 51 ✓ 52 ✓ 53 ✓ 54 ✓ 55 ✓ 56 ✓ 57 ✓ 58 ✓ 59 ✓ 60 ✓ 61 ✓ 62 ✓ 63 ✓ 64 ✓ 65 ✓ 66 ✓ 67 ✓ 68 ✓ 69 ✓ 70 ✓ 71 ✓ 72 ✓ 73 ✓ 74 ✓ 75 ✓ 76 ✓ 77 ✓ 78 ✓ 79 ✓ 80 ✓ 81 ✓ 82 ✓ 83 ✓ 84 ✓ 85 ✓ 86 ✓ 87 ✓ 88 ✓ 89 ✓ 90 ✓ 91 ✓ 92 ✓ 93 ✓ 94 ✓ 95 ✓ 96 ✓ 97 ✓ 98 ✓ 99 ✓ 100 ✓

ب) چند کلمه 8 حرفی می توان نوشت که در آنها حروف ((د)) و ((ی)) کنارهم قرار داشته باشند؟

1 ✓ 2 ✓ 3 ✓ 4 ✓ 5 ✓ 6 ✓ 7 ✓ 8 ✓ 9 ✓ 10 ✓ 11 ✓ 12 ✓ 13 ✓ 14 ✓ 15 ✓ 16 ✓ 17 ✓ 18 ✓ 19 ✓ 20 ✓ 21 ✓ 22 ✓ 23 ✓ 24 ✓ 25 ✓ 26 ✓ 27 ✓ 28 ✓ 29 ✓ 30 ✓ 31 ✓ 32 ✓ 33 ✓ 34 ✓ 35 ✓ 36 ✓ 37 ✓ 38 ✓ 39 ✓ 40 ✓ 41 ✓ 42 ✓ 43 ✓ 44 ✓ 45 ✓ 46 ✓ 47 ✓ 48 ✓ 49 ✓ 50 ✓ 51 ✓ 52 ✓ 53 ✓ 54 ✓ 55 ✓ 56 ✓ 57 ✓ 58 ✓ 59 ✓ 60 ✓ 61 ✓ 62 ✓ 63 ✓ 64 ✓ 65 ✓ 66 ✓ 67 ✓ 68 ✓ 69 ✓ 70 ✓ 71 ✓ 72 ✓ 73 ✓ 74 ✓ 75 ✓ 76 ✓ 77 ✓ 78 ✓ 79 ✓ 80 ✓ 81 ✓ 82 ✓ 83 ✓ 84 ✓ 85 ✓ 86 ✓ 87 ✓ 88 ✓ 89 ✓ 90 ✓ 91 ✓ 92 ✓ 93 ✓ 94 ✓ 95 ✓ 96 ✓ 97 ✓ 98 ✓ 99 ✓ 100 ✓

پ) چند کلمه 6 حرفی می توان نوشت؟ چندتا از آنها به ((گردی)) ختم می شود؟

1 ✓ 2 ✓ 3 ✓ 4 ✓ 5 ✓ 6 ✓ 7 ✓ 8 ✓ 9 ✓ 10 ✓ 11 ✓ 12 ✓ 13 ✓ 14 ✓ 15 ✓ 16 ✓ 17 ✓ 18 ✓ 19 ✓ 20 ✓ 21 ✓ 22 ✓ 23 ✓ 24 ✓ 25 ✓ 26 ✓ 27 ✓ 28 ✓ 29 ✓ 30 ✓ 31 ✓ 32 ✓ 33 ✓ 34 ✓ 35 ✓ 36 ✓ 37 ✓ 38 ✓ 39 ✓ 40 ✓ 41 ✓ 42 ✓ 43 ✓ 44 ✓ 45 ✓ 46 ✓ 47 ✓ 48 ✓ 49 ✓ 50 ✓ 51 ✓ 52 ✓ 53 ✓ 54 ✓ 55 ✓ 56 ✓ 57 ✓ 58 ✓ 59 ✓ 60 ✓ 61 ✓ 62 ✓ 63 ✓ 64 ✓ 65 ✓ 66 ✓ 67 ✓ 68 ✓ 69 ✓ 70 ✓ 71 ✓ 72 ✓ 73 ✓ 74 ✓ 75 ✓ 76 ✓ 77 ✓ 78 ✓ 79 ✓ 80 ✓ 81 ✓ 82 ✓ 83 ✓ 84 ✓ 85 ✓ 86 ✓ 87 ✓ 88 ✓ 89 ✓ 90 ✓ 91 ✓ 92 ✓ 93 ✓ 94 ✓ 95 ✓ 96 ✓ 97 ✓ 98 ✓ 99 ✓ 100 ✓

ت) چند کلمه 8 حرفی می توان نوشت که در آنها حروف کلمه ((جهان)) چهار حرف اول باشند؟

1 ✓ 2 ✓ 3 ✓ 4 ✓ 5 ✓ 6 ✓ 7 ✓ 8 ✓ 9 ✓ 10 ✓ 11 ✓ 12 ✓ 13 ✓ 14 ✓ 15 ✓ 16 ✓ 17 ✓ 18 ✓ 19 ✓ 20 ✓ 21 ✓ 22 ✓ 23 ✓ 24 ✓ 25 ✓ 26 ✓ 27 ✓ 28 ✓ 29 ✓ 30 ✓ 31 ✓ 32 ✓ 33 ✓ 34 ✓ 35 ✓ 36 ✓ 37 ✓ 38 ✓ 39 ✓ 40 ✓ 41 ✓ 42 ✓ 43 ✓ 44 ✓ 45 ✓ 46 ✓ 47 ✓ 48 ✓ 49 ✓ 50 ✓ 51 ✓ 52 ✓ 53 ✓ 54 ✓ 55 ✓ 56 ✓ 57 ✓ 58 ✓ 59 ✓ 60 ✓ 61 ✓ 62 ✓ 63 ✓ 64 ✓ 65 ✓ 66 ✓ 67 ✓ 68 ✓ 69 ✓ 70 ✓ 71 ✓ 72 ✓ 73 ✓ 74 ✓ 75 ✓ 76 ✓ 77 ✓ 78 ✓ 79 ✓ 80 ✓ 81 ✓ 82 ✓ 83 ✓ 84 ✓ 85 ✓ 86 ✓ 87 ✓ 88 ✓ 89 ✓ 90 ✓ 91 ✓ 92 ✓ 93 ✓ 94 ✓ 95 ✓ 96 ✓ 97 ✓ 98 ✓ 99 ✓ 100 ✓



مثال: با حروف کلمه ((گل پیرا)) و بدون تکرار حروف:

الف) چند کلمه ی 6 حرفی می توان نوشت؟ چقدر از آنها با ((گل)) شروع می شود؟

ب) چند کلمه 4 حرفی می توان نوشت؟

ج) چند کلمه 4 حرفی می توان نوشت که در آنها دو حرف ((پ)) و ((ر)) در کنار هم آمده باشند؟

ت) چند کلمه 5 حرفی می توان نوشت که در آنها حروف کلمه ((پیرا)) کنار هم آمده باشند؟

ترکیب:

به هر انتخاب r شی از n شی متمایز که آن ترتیب انتخاب اهمیت نداشته باشد یا به عبارتی به هر زیر مجموعه r عضوی از یک مجموعه n عضوی، یک ترکیب r تایی از n شی می گوئیم. تعداد ترکیب های r تایی

از n شی متمایز را معمولاً با $C(n, r)$ یا $\binom{n}{r}$ نمایش می دهیم و داریم:

۴!

مثال: الف) به چند طریق می توانیم چهار کتاب را در یک قفسه کنار هم بچینیم؟

$$\binom{4}{1} = 4$$

ب) به چند طریق می توانیم چهار کتاب را برای هدیه دادن به یک نفر انتخاب کنیم؟

مثال: در یک دوره مسابقات کشتی از بین 4 داور ایرانی، 3 داور ژاپنی و 2 داور روسی قرار است کمیته ای از داوران

تشکیل شود. به چند طریق می توان این کار را انجام داد اگر:

الف) کمیته 4 نفره باشد؟

$$\begin{array}{|l} 4 \text{ داور ایرانی} \\ 3 \text{ داور ژاپنی} \\ 2 \text{ داور روسی} \end{array} \quad n=9$$

$$C(9, 4)$$

ب) کمیته 3 نفره باشد و از هر یک از سه کشور یک نفر در کمیته باشد؟

$$\binom{4}{1} \times \binom{3}{1} \times \binom{2}{1} = 4 \times 3 \times 2 = 24$$

ج) کمیته 5 نفره باشد و دقیقاً دو داور ایرانی داشته باشد؟

$$r=5$$

$$\binom{4}{2} \times \binom{5}{3} = 6 \times 10 = 60$$

د) کمیته 5 نفره باشد و حداقل 3 داور ایرانی داشته باشد؟

$$\binom{5}{3} \times \binom{4}{2} + \binom{5}{4} \times \binom{4}{1} + \binom{5}{5} \times \binom{4}{0} = 10 \times 6 + 5 \times 4 + 1 \times 1 = 60 + 20 + 1 = 81$$



ه) کمیته 7 نفره باشد و شامل 3 داور ایرانی، 2 داور ژاپنی، 2 داور روسی باشد؟

پ) کمیته 5 نفره باشد حداقل یک داور ایرانی داشته باشد؟

مثال: از کیسه ای که شامل 3 مهره آبی، 4 مهره قرمز، 5 مهره سبز است می خواهیم 3 مهره انتخاب کنیم بطوری که
(الف) هیچ محدودیتی به میان نباشد؟

(ب) 2 مهره قرمز و 1 مهره سبز باشد؟

(ج) مهره ها هم رنگ باشند؟

(د) مهره ها هم رنگ نباشند؟

(ک) حداقل 1 مهره سبز باشد؟

(گ) حداکثر 2 مهره قرمز باشد؟

نکته ۱: اگر مجموعه ای n عضو داشته باشد 2^n زیرمجموعه دارد
نکته ۲: تعداد زیرمجموعه های m عضوی یک مجموعه n عضوی $\binom{n}{m}$

مثال: مجموعه $\{a, b, c, d, e, f, g\}$

(الف) چند زیر مجموعه دارد؟
 $n=7$
 $2^7 = 128$

(ب) چند زیر مجموعه 3 عضوی دارد؟

$$\binom{7}{3}$$





~~a, b, c, d, e, f, g~~

ریاضی 3

a _ _ _

(ج) چند زیر مجموعه 4 عضوی شامل عضو a وجود دارد؟

$$\binom{7}{3}$$

e a b _ _

(د) چند زیر مجموعه 4 عضوی شامل a, b و فاقد e وجود دارد؟

$$\binom{4}{2} = 7$$

مثال:

مجموعه شامل همه ی این حالت های ممکن ، فضای نمونه ای نامیده می شود. اگر این مجموعه را با S بنامیم ، هر زیر مجموعه مانند S مانند A را یک پیشامد تصادفی در S می نامیم.

(ب، ب، ب) (ب، ب، ب)

(ب، ب، ب) (ب، ب، ب)

(ب، ب، ب) (ب، ب، ب)

(ب، ب، ب) (ب، ب، ب)

$$2^3 = 2^3 = 8$$

(الف) دقیقاً یک دختر در این خانواده متولد شده باشد؟

$$P = \frac{3}{8}$$

(ب) حداکثر یک دختر در خانواده متولد شده باشد؟

$$\frac{6}{8}$$

(ج) تعداد فرزندان پسر و دختر برابر باشند؟

$$\frac{6}{8} = 0$$

(د) تعداد فرزندان پسر از دختر بیشتر باشد؟

$$\frac{6}{8}$$

مثال: در جعبه ای 3 مهره ی قرمز و 2 مهره ی آبی قرار دارد. اگر 3 مهره به تصادف از این جعبه خارج کنیم احتمال آن را بدست آورید که :

(الف) حداقل یک مهره آبی انتخاب شود؟

(ب) حداکثر یک مهره آبی انتخاب شود؟

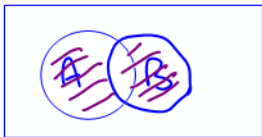


(ج) هر سه مهره قرمز انتخاب شود؟

پیشامدها و رخهای آنها:

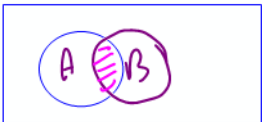
اگر A و B پیشامدهایی در فضای نمونه ای S باشند، در این صورت:

(الف) اجتماع دو پیشامد: زمانی رخ میدهد که حداقل یکی از دو پیشامد رخ بدهد.



$$A \cup B = \{\omega | \omega \in S, \omega \in A \text{ یا } \omega \in B\}$$

(ب) اشتراک دو مجموعه: زمانی رخ می دهد که هر دو پیشامد باهم اتفاق بیفتند.

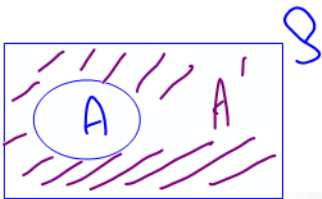


$$A \cap B = \{\omega | \omega \in S, \omega \in A \text{ و } \omega \in B\}$$

(ج) تفاضل دو پیشامد: زمانی رخ میدهد که A رخ بدهد و پیشامد B رخ ندهد.



$$A - B = \{\omega | \omega \in S, \omega \in A, \omega \notin B\}$$

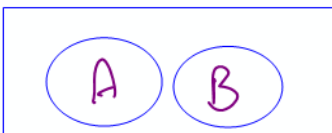
(د) متمم یک پیشامد: اگر A یک پیشامد از فضای نمونه ای S باشد، متمم پیشامد A که با A' نمایش داده می شود، وقتی رخ میدهد که پیشامد A رخ ندهد.

$$P_{A'} = 1 - P_A$$

$$P_A = 1 - P_{A'}$$

$$P_A + P_{A'} = 1$$

پیشامد ناسازگار

اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند و $A \cap B = \emptyset$ در این صورت A و B را دو پیشامد ناسازگار می نامیم. در واقع دو پیشامد ناسازگار هیچگاه با هم اتفاق نمی افتند.

$$P(A \cup B) = P_A + P_B$$



مثال: دو تاس را با هم پرتاب میکنیم احتمال آن را بیابید که:

الف) هر دو تاس فرد و مجموع آنها 6 باشد؟

$$P_A = \frac{3}{36}$$

$(1,5)(5,1)(3,3)$

ب) هر دو تاس فرد یا مجموع دو تاس 6 باشد؟

$$P_B = \frac{11}{36}$$

$(1,1)(1,3)(3,1)(3,3)$
 $(2,4)(4,2)(5,1)(1,5)(5,5)$
 $(1,3)(3,1)(5,5)$

ج) هر دو عدد تاس یکسان باشد؟

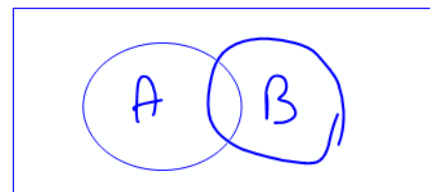
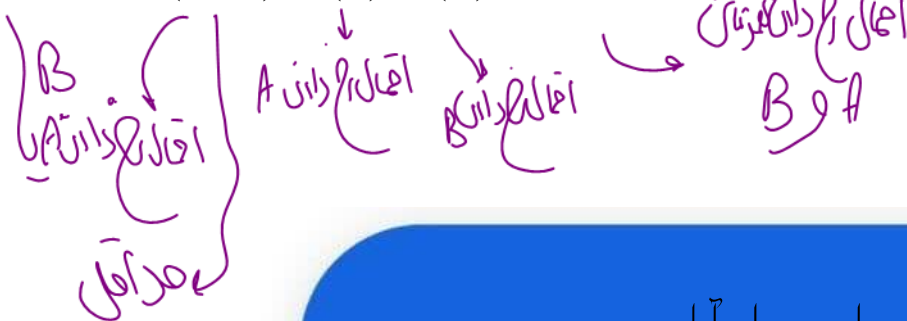
$$P_C = \frac{7}{36}$$

$$P_D = \frac{15}{36}$$

و) عدد دوم از عدد اول بزرگتر باشد؟

برای هر دو پیشامد A و B از فضای نمونه ای S ، همواره تساوی زیر برقرار است :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$



مفهوم مجموعه

آمار ، مجموعه ای از اعداد ، ارقام و اطلاعات است. علم آمار مجموعه روش هایی است که شامل جمع آوری اعداد و ارقام ، سازماندهی و نمایش ، تحلیل و تفسیر داده ها و در نهایت نتیجه گیری ، قضاوت و پیش بینی مناسب در مورد پدیده ها و آزمایش های تصادفی می شود.

تعریف جامعه یا جامعیت: مجموعه تمام افراد یا اشیایی که درباره یک یا چند ویژگی آنها تحقیق صورت گیرد ، جامعه یا جمعیت نامیده می شود و در هر یک از این افراد یا اشیا را عضو جامعه می نامند.

تعریف اندازه یا حجم جامعه: تعداد اعضای جامعه را اندازه ی جامعه یا حجم جامعه گویند.

تعریف نمونه: بخشی از جامعه که برای مطالعه انتخاب شود ، نمونه گویند و در هر یک از افراد یا اشیا



انتخاب شده را عضو نمونه گویند. که به تعداد اعضای آن، اندازه ی نمونه یا حجم نمونه گویند.
تعریف متغیر کمی: متغیر هایی را که قابل اندازه گیری هستند، متغیر های کمی گویند. (پیوسته و گسسته)

تعریف متغیر کیفی: متغیر هایی که قابل اندازه گیری نیستند، متغیر های کیفی گویند. (ترتیبی، اسمی)
مثال: انواع متغیر های زیر را مشخص کنید.

الف) سن:

ب) نمره ریاضی نهم:

ج) جنسیت:

د) قد و وزن:

ه) میزان هوش (هوش بالا، متوسط، پایین)



وقتی می خواهیم درباره ی موضوعی تحقیق کنیم نیاز به اطلاعاتی داریم که به آن داده می گویند. داده ها به صورت ارقام یا کلمات توصیفی هستند پس از به دست آوردن اطلاعات و جدول بندب و تحلیل و تفسیر باید نتیجه گیری کنیم. آمار مجموعه ای از اعداد و ارقام است.

علم آمار: مجموعه روش هایی که شامل:

- 1) جمع آوری اطلاعات
- 2) سازمان دهی
- 3) تحلیل و تفسیر
- 4) نتیجه گیری
- 5) قضاوت و پیش بینی مناسب

جامعه: به مجموعه ی تمام افرادی که تحقیق راجع به آن ها صورت می گیرد جامعه گویند. تعداد اعضای جامعه را اندازه یا حجم جامعه گویند.



مثال: وقتی در مورد نمرات ریاضی کلاس دهم مدرسه صحبت می شود جامعه ی آماری کلاس دهم مدرسه و اندازه و حجم آن دانش آموزان کلاس است.

نمونه: هرگاه اندازه ی جامعه به قدری بزرگ باشد که نتوان کل جامعه را بررسی کرد در این صورت قسمتی از جامعه را انتخاب که به آن نمونه گویند و همه ی ویژگی های جامعه را دارد.

سرشماری: اگر مطالعه ی جامعه به گونه ای باشد که کل جامعه بررسی شود به این حالت سرشماری گویند.

متغیر: یک شاخصه و ویژگی از همه ی اعضای جامعه یکسان نیست و از عضو به عضو دیگر تغییر می کند و عددی که به این ویژگی اختصاص می یابد مقدار متغیر است.

متغیر ها بر دو نوع هستند. الف) کمی ب) کیفی

متغیرهای کمی: متغیرها و ویژگی هایی که قابل اندازه گیری هستند.

متغیرهای کیفی: متغیرهایی که قابل اندازه گیری نیستند.

متغیرهای کمی 2 نوع است:

کمی گسسته: متغیرهایی که مقدار به خود می گیرند تعداد کارمندان

کمی پیوسته: متغیرهایی که در یک بازه بین 2 عدد تا قرار دارند قد دانش آموزان

متغیرهای کیفی 2 نوع است:

کیفی ترتیبی: متغیرهایی که دارای مرحله و ترتیب است تحصیلات دانشگاهی

کیفی اسمی: که قابل اندازه گیری نباشد و ترتیب نداشته باشد جنسیت زن و مرد

مثال: نوع متغیرهای زیر را معلوم کنید.

(1) نوع آلودگی هوا

(2) فاصله

(3) مقام های ورزشکار

(4) سال تولید خودرو



الگوی خطی

الگوهایی که در آنها اختلاف هر دو جمله ی متوالی عددی ثابت باشد را **الگوی خطی** می نامند. دلیل نام گذاری این الگوها این است که مختصات تمام نقاط این الگو در معادله خط گفته شده ، صدق می کند. به طور کلی الگوهایی که جمله عمومی آنها بصورت $t_n = an + b$ می باشد را الگوهای خطی می نامیم که در آن a و b اعداد حقیقی دلخواه و ثابت هستند. نکته: میزان تغییر جملات متوالی این الگو برابر با ضریب n می باشد.

مثال: C_n جمله عمومی یک الگوی خطی است که در آن $C_4 = 17$ و $C_{10} = 41$ در این صورت حاصل C_n را مشخص کنید؟



الگوهای عددی که در آن تعدادی عدد پشت سرهم قرار می گیرند را یک دنباله می نامیم. این اعداد ، جملات دنباله نامیده می شوند.



مثال: در هر مورد سه جمله بعدی را بنویسید و سعی کنید جمله عمومی دنباله را حدس بزنید؟

الف) $1, -2, -3, -4, \dots$

ب) $5, 18, 31, 44, \dots$

پ) $1, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}, \dots$

ت) $-2, 1, \frac{-1}{2}, \frac{1}{4}, \dots$

د) $1, 2, 4, 7, \dots$

ج) $0.1, 0.01, 0.001, \dots$

ف) $1, 1, 2, 3, 5, 8, \dots$

ه) $-1, 8, 27, -64, 125, \dots$

دنباله ی حسابی :

دنباله ای از اعداد که اختلاف بین هر دو عدد آن ، مقدار ثابتی به نام قدر نسبت (d) است را دنباله ی حسابی می نامیم .

$$a_1, a_1 + d, a_1 + 2d, \dots \rightarrow a_n = a_1 + (n - 1)d \text{ جمله عمومی}$$

**چند مثال مهم:****مثال:** جمله ی دهم از دنباله ی حسابی و 3 و 0 و 3- را بدست آورید .**مثال:** دنباله ی حسابی 279 و... و 7 و 3 و 1- را در نظر بگیرید .

الف : این دنباله چند جمله دارد ؟

ب : عدد 51 جمله ی چندم این دنباله است ؟

مثال : در دنباله ی حسابی ... و 100- و 103- چند جمله ی کوچکتر از 5 وجود دارد ؟

$$d = \frac{a_m - a_n}{m - n}$$

اگر a_m, a_n دو جمله ی غیر متوالی از یک دنباله باشند داریم :

اگر سه عدد a, b, c و جملات متوالی یک دنباله حسابی باشند ، در این صورت $2b = a + c$ را واسطه حسابی a و c می گوئیم .

مثال: بین 20 و 80 دو واسطه حسابی درج کنید؟

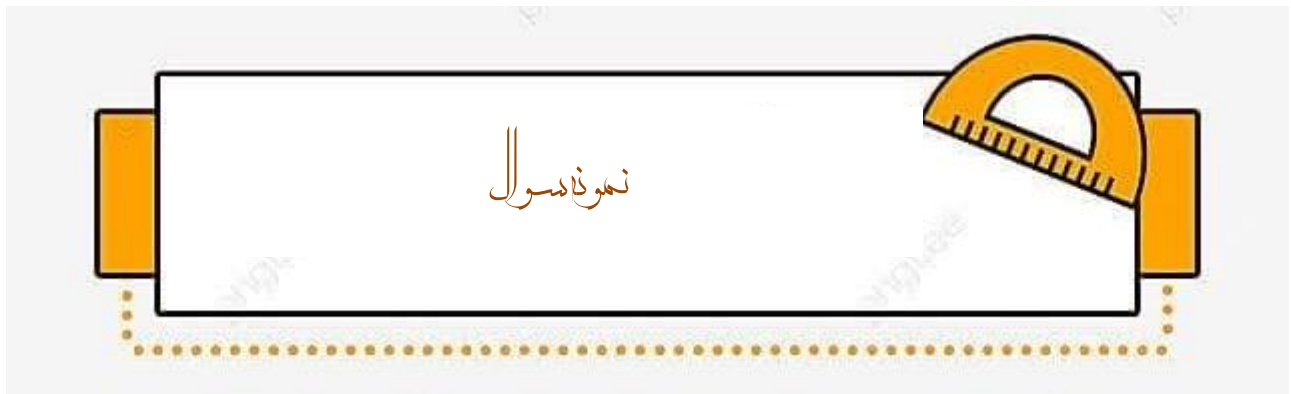


مثال: در یک تصاعد عددی $a_7 = 20$ ، حاصل $a_7 + q_{11} + a_6 + a_8$ چقدر است؟

مثال: در یک دنباله عددی، مجموع جملات اول، دوم و سوم برابر 12 و مجموع جملات هفتم، هشتم، نهم برابر 48 است. قدر نسبت این دنباله کدام است؟

مثال: اگر به قدر نسبت یک دنباله ی حسابی 4 واحد اضافه کرده و از جمله ی اول آن 3 واحد کم کنیم، جمله بیستم آن چه تغییری نسبت به قبل می کند؟

مثال: در یک تصاعد حسابی، مجموع پنج جمله ی اول تصاعد برابر 5 و مجموع 5 جمله ی دوم تصاعد برابر 20 است. قدر نسبت این تصاعد از جمله ی اول چقدر بیشتر است؟



۱

با ارقام ۶ و ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱ و ۰ چند عدد سه رقمی می توان ساخت که در آن ها هم رقم زوج و هم رقم فرد وجود داشته باشد؟

252

4

219

3

203

2

156

1

۲

از بین ۳ دانش آموز سال دهم و ۴ دانش آموز سال یازدهم، ۴ نفر انتخاب می کنیم. احتمال اینکه حداقل ۲ دانش آموز سال دهم وجود داشته باشد کدام است؟

 $\frac{45}{70}$

4

 $\frac{43}{70}$

3

 $\frac{23}{35}$

2

 $\frac{22}{35}$

1





مجموع ۲۰ عدد طبیعی فرد متوالی و مضرب ۵ که کوچکترین آن‌ها ۱۱۵ است، کدام است؟

۳

2400

4

400

3

4200

2

3250

1

تعداد جایگشت‌های حروف کلمه «system» به‌طوری‌که حروف s کنار هم نباشند، کدام است؟

۴

360

4

240

3

180

2

120

1

۵

درون جعبه‌ای ۵ مهره‌ی قرمز، ۴ مهره‌ی سفید و ۳ مهره‌ی آبی قرار دارد. اگر ۲ مهره باهم از ظرف بیرون آوریم، با

کدام احتمال این دو مهره هم‌رنگ نیستند؟

 $\frac{47}{66}$

4

 $\frac{43}{66}$

3

 $\frac{17}{33}$

2

 $\frac{13}{22}$

1





در یک دنباله حسابی، مجموع ۹ جمله اول برابر ۹۰ و جمله هفتم آن ۱۳ است. تفاضل جمالت متوالی،

کدام است؟

- 3 2/5 2 1/5



جواب معادله $\frac{2}{35} = \frac{(n-2)!}{n!} + \frac{(n-1)!}{(n+1)!}$ کدام است؟

- 8 7 6 5



مجموع ۳ جمله متوالی از یک دنباله حسابی برابر ۱۸ و حاصل ضرب آن‌ها ۱۹۲ است. اگر دنباله صعودی باشد،

جمله کوچکتر کدام است؟

- 2 4 6 8



اضلاع یک مثلث قائم‌الزاویه تشکیل تصاعد حسابی می‌دهند. اگر محیط این مثلث ۲۴ باشد، مساحت آن کدام است؟

28

4

24

3

16

2

12

1



درون جعبه‌ای ۷ کارت با شماره‌های ۱ تا ۷ قرار دارد. ۳ کارت به تصادف خارج می‌کنیم. با کدام احتمال شماره‌ی

این سه کارت متوالی است؟

 $\frac{1}{7}$

4

 $\frac{1}{6}$

3

 $\frac{1}{5}$

2

 $\frac{1}{4}$

1



در یک رأی‌گیری که شامل ۴ رأی موافق، ۳ رأی مخالف و ۲ رأی ممتنع است، اگر ۳ رأی به تصادف خوانده

شود، با کدام احتمال حداقل ۲ رأی موافق در بین آن‌ها وجود دارد؟

 $\frac{19}{52}$

4

 $\frac{11}{52}$

3

 $\frac{17}{42}$

2

 $\frac{13}{42}$

1





۱۲

از بین اعداد فرد طبیعی کوچکتر از ۲۰، عددی به تصادف انتخاب شده است و پیشامدهای A و B چنین تعریف

می‌شوند: عدد، مربع کامل است B = عدد، مضرب ۳ است A = احتمال آنکه پیشامد رخ دهد کدام است؟

0/5

4

0/4

3

0/3

2

0/2

1

۱۳

جمله‌ی عمومی دنباله‌ای به صورت $a_n = n^2 - (n+1)^2$ است. مجموع ده جمله‌ی نخست این دنباله کدام است؟

-120

4

120

3

-60

2

60

1

۱۴

با حروف کلمه "ELECTION" چند کلمه رمز ۴ حرفی می‌توان نوشت که شامل دو حرف باشد؟

360

4

180

3

120

2

90

1





به چند روش ممکن است از بین ۱۵ دانش‌آموز، ۳ نفر آن‌ها را برای مسئول کتابخانه، مسئول گروه سرود و

۱۵

مسئول گروه تناتر دانش‌آموزان انتخاب کرد؟

2730

4

1365

3

910

2

455

1

اگر $\{a_n\}$ دنباله‌ای حسابی باشد، آنگاه حاصل $\frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \dots + \frac{1}{a_{n-1} a_n}$ کدام است؟

۱۶

 $\frac{2n}{a_1 a_n}$

4

 $\frac{2n-2}{a_1 a_n}$

3

 $\frac{n}{a_1 a_n}$

2

 $\frac{a-1}{a_1 a_n}$

1

از کیسه‌ای محتوی ۴ مهره سفید و ۳ مهره سیاه، ۲ مهره خارج می‌کنیم. احتمال آنکه حداقل یکی از مهره‌ها

۱۷

سفید باشد، کدام است؟

 $\frac{6}{7}$

4

 $\frac{1}{7}$

3

 $\frac{5}{7}$

2

 $\frac{4}{7}$

1





از بین ۱۲ خانواده انجمن اولیاء مدرسه به چند طریق می‌توان ۴ خانواده انتخاب کرد که در آن‌ها زن یا شوهر



شرکت کنند؟

990

4

840

3

720

2

495

1

با جایگشت ارقام چند عدد پنج‌رقمی زوج حاصل می‌شود؟



120

4

104

3

96

2

84

1

از بین اعداد طبیعی یک‌رقمی، به چند حالت ۳ عدد را می‌توان انتخاب کرد به‌طوری‌که تشکیل یک دنباله‌ای



حسابی دهند؟

24

4

20

3

16

2

12

1





۲۱

با ارقام طبیعی ۱، ۲، ... و ۹ چند عدد پنج رقمی با ارقام متمایز می توان نوشت به طوری که ارقام ۱ و ۲ و ۳ در

آن ها حتماً با کار رفته و در کنار هم باشند؟

360

4

180

3

120

2

540

1

۲۲

اگر در یک دنباله ای حسابی $a_2 = -1$, $a_5 - a_3 = 1$ باشد، جمله ی چندم دنباله برابر صفر است؟

ششم

4

پنجم

3

چهارم

2

سوم

1

۲۳

اضلاع یک مثلث قائم الزاویه، تشکیل دنباله عددی می دهند، نسبت بزرگترین ضلع مثلث به کوچک ترین ضلع آن

چه قدر است؟

 $\frac{5}{3}$

4

 $\frac{5}{4}$

3

 $\frac{4}{3}$

2

 $\frac{12}{5}$

1





بین دو عدد ۱۰ و ۱۲، نوزده واسطه حسابی درج کرده ایم جمله دهم دنباله حسابی حاصل کدام است؟

۲۴

11

4

10/9

3

10

2

9/9

1

احتمال آن که مجموع دو تاس پرتاب شده با هم کوچکتر از ۹ باشد، چه قدر است؟

۲۵

$\frac{2}{3}$

4

$\frac{13}{18}$

3

$\frac{7}{9}$

2

$\frac{5}{12}$

1