

ریاضی و آمار 3

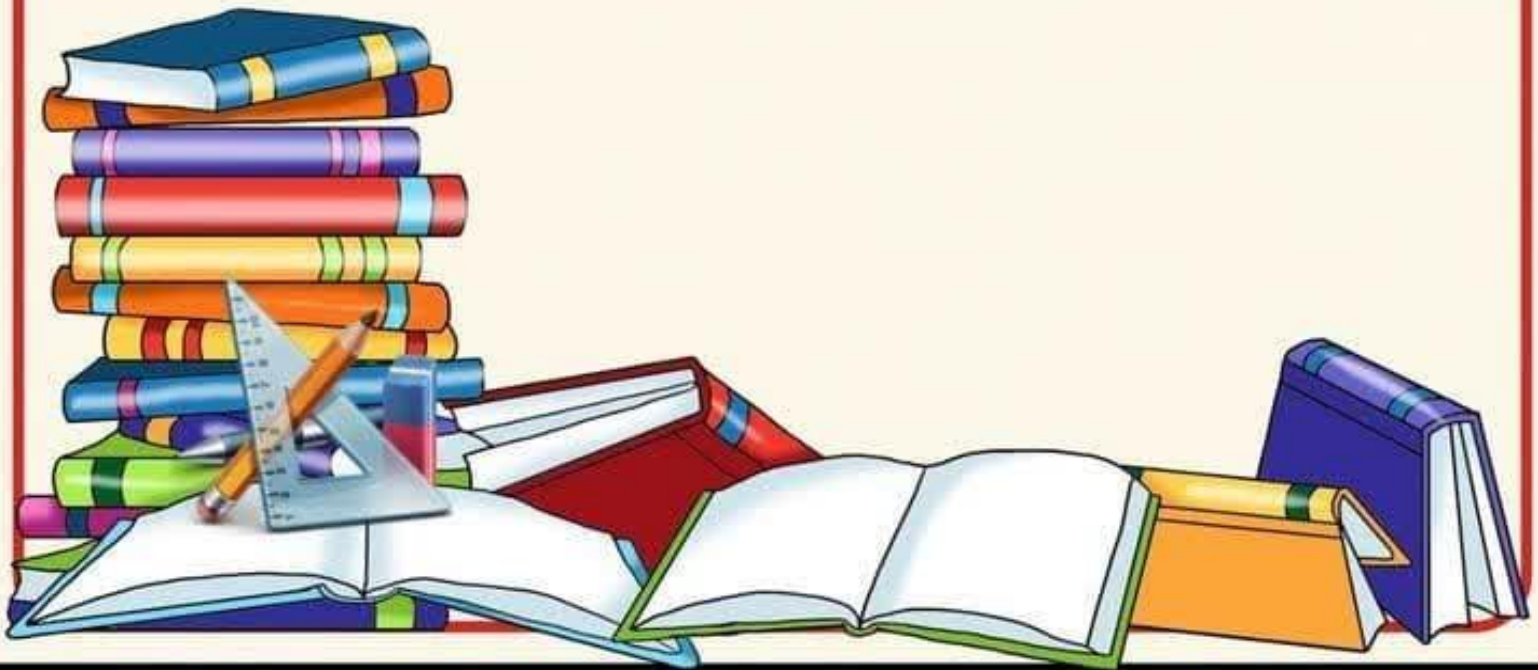
ویژه رشته انسانی



میراث: استاد مفتح



- ☒ ریاضیات جامع دکتر انصاری
- ☒ حرمی ناما
- ☒ مثال ریاضی فشریحی



$m \times n$

فضل ادر ریاضی (دوازدهم) ← اصل ضرب (شمارش) ← انتخابی و تطبیقی - و الحاق ←

$$\text{U} \leftarrow + \leftarrow \text{L}$$

و ← x ← اصل ضرب

$$\mu_X \mathcal{E} = 1 \nu$$

مسئله ← سیراز $\oplus$ افغان $\oplus$ تهران

اصل جمع : $m+n$ على اقل ≥ 2

مسئله: مسافری قوه‌ها از تهران به اراک می‌فرستد و بوی که (۲) از قم عبور کند. اگر از تهران تا قم ۳ راه و از قم تا اراک ۲ راه وجود داشته باشد:

(ج) مسافر پہنچنے والے مسافروں کی تعداد 14 ہے اور ان کی آمدنی 30 ہے۔
رفتہ کی تعداد 14 ہے اور ان کی آمدنی 30 ہے۔

$$w_x^c = 1$$

الف / مسافر میزند طریق از تهران به اراک مسافر در می زند.

(ب) مصداق قرآن، فید طریق مصداق قرآن و بر گشت انجام می دهد^۸

$$\textcircled{+} \text{W} \leftarrow 1P + 1P = 2P$$

⑩ $12 \times 2 = 24$

$\begin{matrix} \text{تقران} & \text{هم} & \text{اراد} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} \end{matrix}$
 $\text{عزل} \rightarrow 3 \times 2 = 6$ $12 + 6 = 18$

$$w_0 = |x|_X = 9$$
$$r! = r \times (r-1) \times (r-2) \times \dots \times 1 = r \times (r-1) \times \dots \times 1$$
$$\omega' = \omega \times E \times P \times P = P.$$
$$| \psi \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (| \psi_1 \rangle + | \psi_2 \rangle)$$
$$Y| = Y \times 1 = Y$$
$$11 = 1$$
$$b \mid \leq 1$$

ناتوانی: ! ← شاملترین هر عدد از خودش تا !

نیلہ ← اعداد منفی! ڈارڈ

سؤال: حاصل الاستدلال؟

$$\frac{n!}{n!} = \frac{\cancel{n!}}{n \times \cancel{n!}} = \frac{1}{n}$$
$$\frac{K!}{P!} + \frac{P!}{0!} = K + P = 4$$
$$7 \left(\begin{smallmatrix} 4 \\ 1 \end{smallmatrix} + \begin{smallmatrix} 3 \\ 1 \end{smallmatrix} \right) \times \begin{smallmatrix} 4 \\ 1 \end{smallmatrix} = 70$$
$$(n+1)! = (n+1) \times n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 1$$
$$\frac{(n+1)!}{n!} = \frac{(n+1) \times \cancel{n!}}{\cancel{n!}} = n+1$$

! در علم هستی شناسی

d! $\frac{\omega \times E_{\cancel{x} \cancel{x} \cancel{x} \cancel{x}}}{\cancel{\psi} \cancel{\psi} \cancel{\psi}} = \gamma_0$

$\frac{140}{7} = 20$

$$|V| + |W| = |V \cup W| - n \cdot \frac{|V \cap W|}{n} = |V \cup W| - |V \cap W| = |V \setminus W| + |W \setminus V| = |V \Delta W|$$

$\frac{1}{2}$

11. - 11. = 0

$$(\omega!) = \omega \gamma$$

9. $(a, b) \in R$

$$\frac{n!}{(n-1)!} = \frac{n \times (n-1)!}{(n-1)!} = n$$

14. $\frac{1}{2} \times 100 = 50\%$

ADP + P_i → ATP

$$(x|y) \neq y|x$$
$$|x| \neq 1$$
$$2!, -2! \neq 2!$$

لَسْتَ كَمَا هُوَ

$$\frac{(3!)!}{5!} \text{ گرام است.}$$

$$\frac{1}{r.}$$

$$\frac{a}{4}$$

$$\frac{\mu}{\omega}$$

$$\frac{4!}{2!} = \frac{7 \times \cancel{2!}}{\cancel{2!}} = 4$$

$$+1610 = \frac{20!}{18!} + \frac{1!}{18!}$$

$$\frac{40 \times 19 \times \cancel{1A}}{\cancel{1A}} + \frac{1 \times \cancel{V} \times 4 \times \cancel{2 \times E}}{\cancel{E}} = 310 + 1910 =$$

حاصل عبارت

4.4
1414

لست ← اگر $\frac{(n-1)!}{(n+1)!} = \frac{1}{4}$ باستطاعت $!(n+2)$ کلام است.

$\frac{1}{2} \epsilon$ $\frac{1}{2} \epsilon$
 $\frac{1}{2} \epsilon$ $\frac{1}{2} \epsilon$

$n = 4$

$$\frac{\frac{1}{(n-1)!}}{(n+1) \times n \times (n-1)!} = \frac{1}{9}$$

$$\frac{\cancel{\mu}}{\mu} = \frac{\cancel{\nu}}{\nu}$$

$$\frac{1}{n!} \frac{(n-1)!}{1!} = \frac{n!}{1!}$$

$$\frac{(n-1)!}{1 \times 1} = \frac{n \times (n-1)!}{1 \times 1}$$

$$\frac{1}{1} \rightarrow \frac{n}{p} \rightarrow n = p$$

 ~~$\bar{c} \leftarrow (c, \bar{c})$~~

✓ μ
ε
ω
γ

کلاس روز اسم و فیمورخیا و الیاس

$\Delta \circ \square$! $\leftarrow \Delta \circ \square$
 $\Delta \square \circ$
 $\square \circ \Delta$
 $\square \Delta \circ$
 $\circ \Delta \square$
 $\uparrow \leftarrow \circ \square \Delta$

جائست (جایگاه) ← ۸ تنی نماز به ۸ طریق نماز هم می کنند

۲ کتاب ریاضی
۳ کتاب ادبیات

جائزہ ۳ کتابداریاں
جائزہ ۲ کتاب رفاہی

جائزہ ۳ کتابداریاں
جائزہ ۲ کتاب رفاہی

$$\frac{1! \times 2! \times 3! \times 4!}{7 \times 5 \times 3 \times 1} = 168$$

AA SSS vvv

۲۔ افسر ← A
۳۔ سربراہ ← S
۲۔ وزیر ← N

[illegible]

$$21 \times 21 \times 21 = 2 \times 9 \times 9 =$$

✓ 48
70
140
14



اصل جمع

$$+ = - = \text{اصل مع}$$

اگر کاری را بتوان به دو روش انجام داد ، به طوری که در روش اول m انتخاب و در روش دوم n انتخاب وجود داشته باشد ، برای انجام کار مورد نظر $m+n$ روش وجود دارد. توجه کنید که نهایتا قرار است کار فقط با یکی از شیوه ها انجام شود.

در اصل مع انتخاب یکی از آنها داریم

مثال: امین قصد دارد به خاطر قبولی در یک آزمون به دوستش پوریا ، شیرینی بدهد . او با خود فکر میکند که پوریا را به یکی از دو مکان رستوران ((یا)) آب میوه فروشی دعوت کند. اگر به رستوران برود ، تنها یکی از 2 نوع غذای چلو خورشت قورمه سبزی و قیمه را می تواند انتخاب کند و اگر به آب میوه فروشی برود، تنها یکی از سه نوع آب میوه ی هویج ، سیب و پرتقال را می توان انتخاب کند. چند انتخاب برای پوریا وجود دارد؟

$$2 + 3 = 5$$

اصل ضرب

$$= \text{اصل ضرب به هم رس}$$

اگر انجام کاری شامل دو مرحله باشد، به طوری که برای انجام مرحله ی اول m انتخاب و برای هر کدام از این m روش ، مرحله ی دوم را بتوان به n روش انجام داد ، در کل مورد نظر با $m \times n$ روش قابل انجام است. توجه کنید که هر دو مرحله باید انجام پذیرد.

مثال: هفته ی بعد پوریا قصد دارد به خاطر تولدش امین را دعوت کند ، اما او می خواهد امین را هم به آن رستوران ((و)) هم به آن آب میوه فروشی ببرد و در رستوران یک انتخاب و در آب میوه فروشی هم یک انتخاب به او بدهد. امین چند نوع انتخاب خواهد داشت؟

$$1 \times 1 = 1$$



مثال: از تهران به اصفهان 2 راه و از اصفهان به شیراز 3 راه وجود دارد. مسافری میخواهد از تهران به شیراز عبور کند به گونه ای که حتما از اصفهان عبور کند.

الف) به چند طریق این مسافرت انجام میشود؟

$$2 \times 3 = 6$$

مرحله 2 مرحله 1 = اصل $\times$

$$9 + 9 = 18$$

$$9 \times 2 = 18$$

ب) به چند طریق مسافرت رفت و برگشت انجام میشود؟

رفت و برگشت
اصل $\times$ برگشت

ج) به چند طریق مسافرت رفت و برگشت انجام میشود به گونه ای که مسیرهای رفت و برگشت یکی باشد؟

$$7 \oplus 1 = 8$$

رفت $\rightarrow 2 \times 3 = 6 \Rightarrow$ مسیر رفت
برگشت $\rightarrow 1 \times 1 = 1 \Rightarrow$ مسیر برگشت



اگر چند شیئ متمایز داشته باشیم ، به هر حالت چیدن آنها کنار هم ، یک **جایگشت** از آن اشیا می گوئیم.

جایگشت به ترتیب و نحوه قرار گرفتن اشیاء را هم جایگشت می گوئیم.
جایگشت ۱ می باشد! ۱! طریق خاص می دهیم.

مثال: با ارقام 0 و 1 و 2 و 3 و 4 و 5 بدون تکرار ارقام

الف) چند عدد سه رقمی می توان نوشت؟

$$\frac{5}{\text{یکان}} \times \frac{5}{\text{دهگان}} \times \frac{4}{\text{صدگان}} = 100$$

ب) چند عدد سه رقمی زوج می توان نوشت؟

$$\frac{5}{\text{یکان}} \times \frac{4}{\text{دهگان}} \times \frac{1}{\text{صدگان}} = 20$$

$$\frac{5}{\text{یکان}} \times \frac{4}{\text{دهگان}} \times \frac{2}{\text{صدگان}} = 40$$

ج) چند عدد سه رقمی مضرب 5 می توان ساخت؟

$$\frac{5}{\text{یکان}} \times \frac{4}{\text{دهگان}} \times \frac{1}{\text{صدگان}} = 20$$

$$\frac{5}{\text{یکان}} \times \frac{4}{\text{دهگان}} \times \frac{1}{\text{صدگان}} = 20$$

د) چند عدد سه رقمی فرد می توان ساخت؟

$$\frac{5}{\text{یکان}} \times \frac{4}{\text{دهگان}} \times \frac{3}{\text{صدگان}} = 60$$

مثال: در یک کشور نوعی اتومبیل در 5 مدل ، 10 رنگ ، 3 حجم موتور مختلف و 2 نوع دنده (اتوماتیک و غیر اتوماتیک) تولید می شود.



الف) چند نوع مختلف از این اتومبیل تولید می شود؟

ب) اگر یکی از رنگ های تولید شده مشکی باشد ، چند نوع از این اتومبیل با رنگ مشکی تولید می شود؟

پ) چند نوع از این اتومبیل مشکی دنده اتوماتیک تولید می شود؟

مثال: یک آزمون چند گزینه ای شامل 10 سوال 4 گزینه ای و 5 سوال 2 گزینه ای است. فردی قصد دارد به سوال ها به صورت تصادفی جواب دهد. او به چند روش می تواند این کار انجام دهد اگر: الف) اگر مجبور باشد به همه ی سوال ها جواب دهد؟

ب) بتواند سوال ها را بدون جواب هم بگذارد؟

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times (n-3) \times \dots \times 1$$

اگر n یک عدد طبیعی باشد ، حاصل ضرب اعداد طبیعی و متوالی از 1 تا n را بصورت $n!$

نمایش می دهیم. (قرار داد $0! = 1$)
 حاصل ضرب هر عدد از خودش یک بار



مثال: حاصل عبارت های فاکتوریل دار را بصورت ساده و حاصل ضرب ها زیر را با نماد فاکتوریل بدست آورید.

$$\frac{5!}{4!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 5$$

$$\frac{n!}{(n-4)!} = \frac{n \times (n-1) \times (n-2) \times (n-3) \times \cancel{(n-4)!}}{\cancel{(n-4)!}} = n \times (n-1) \times (n-2) \times (n-3)$$

مثال: 3 کتاب ریاضی متفاوت و 4 کتاب فیزیک متفاوت را به چند حالت می توان چید به طوری که :

الف) هیچ شرطی به میان نباشد.

$$3! \times 4! = 6 \times 24 = 144$$



حالت کتابخانه ✓ ✓ ✓ ✓

ب) کتاب های ریاضی کنار هم باشند؟

$$5! \times 3! = 120 \times 6 = 720$$

حالت کتابخانه ✓ ✓ ✓

ج) کتاب های فیزیک کنار هم باشند؟

$$4! \times 4! = 24 \times 24 = 576$$

حالت کتابخانه ✓ ✓ ✓

د) کتاب های فیزیک کنار هم و کتاب های ریاضی کنار هم باشند؟

$$2! \times 4! \times 3! = 2 \times 24 \times 6 = 288$$

ه) کتاب ها یک در میان باشند؟

$$4! \times 3! = 24 \times 6 = 144$$

$$\frac{2}{\text{ریاضی}} \times \frac{5}{\text{ریاضی}} \times \frac{4}{\text{ریاضی}} \times \frac{3}{\text{ریاضی}} \times \frac{2}{\text{ریاضی}} \times \frac{1}{\text{ریاضی}} \times \frac{3}{\text{ریاضی}} = 720$$

$$4 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 2880$$

مثال: 4 کتاب ریاضی متفاوت و 4 کتاب فیزیک متفاوت را به چند طریق می توان یک در میان کنار هم قرار داد؟

$$4! \times 4! = 24 \times 24 = 576$$

مثال: با ارقام 0 و 1 و 2 و 3 و 4 و 5 چند عدد سه رقمی می توان ساخت؟

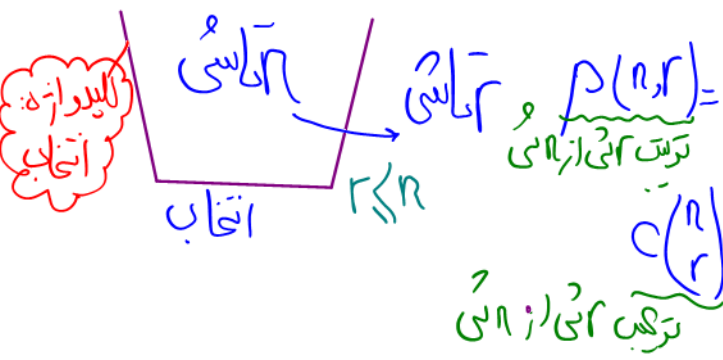
$$\frac{5}{\neq} \times \frac{4}{\neq} \times \frac{4}{\neq} = 180$$

$$\frac{5}{\neq} \times \frac{5}{\neq} \times \frac{4}{\text{یکبار}} = 100$$



ترتیب و ترکیب: (۱) ترتیب در انتخاب مهم است. ترتیب: P
 اعداد و ارقام / حروف و حروف می‌تواند

(۲) ترتیب در انتخاب مهم نیست. ترکیب: C
 آنهایی که به هم از آنجا / می‌تواند



$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$C(n, r) = \frac{n!}{r! \times (n-r)!}$$

$$P(5, 2) = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5!}{3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{3!} = 20$$

$$P(4, 3) = \frac{4!}{(4-3)!} = \frac{4!}{1!} = 4! = 24$$

$$C(5, 2) = \frac{5!}{2! \times (5-2)!} = \frac{5!}{2! \times 3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2 \times 1 \times 3!} = 10$$

$$C(4, 3) = \frac{4!}{3! \times (4-3)!} = \frac{4!}{3! \times 1!} = \frac{4 \times 3!}{3!} = 4$$

لست از لست‌های $P(n, r) = 12$ مقدار n کدام است؟

$$P(4, 2) = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{4!}{2!} = \frac{4 \times 3 \times 2!}{2!} = 12$$

$$\frac{n!}{(n-r)!} = \frac{n!}{(n-(n-2))!} = \frac{n!}{(n-n+2)!} = \frac{n!}{2!} = 12 \Rightarrow n! = 12 \times 2 = 24 \Rightarrow n = 4$$

$$C(4, 1) \rightarrow C(n, 1) = n$$

$$C(4, 4) \rightarrow C(n, n) = 1$$

$$C(4, 3) \rightarrow C(n, n-1) = n$$

$$C(n, 0) = 1$$

$$C(5, 2) = \frac{5!}{2! \times 3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2 \times 1 \times 3!} = 10$$

حداقل ← لا اقل ← اقلا ← دست کم
 حداکثر ← دست زیاد

$X \leftarrow 9$
 $+ \leftarrow 2$

$$C(4, 3) = \frac{4!}{3! \times (4-3)!} = \frac{4!}{3! \times 1!} = \frac{4 \times 3!}{3!} = 4$$

$$\frac{4 \times 5}{1 \times 2} = 10 \rightarrow \frac{4!}{3! \times 1!} = 4$$

$$C(7, 4) = \frac{7!}{4! \times 3!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3!}{4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 3!} = 35$$

$$C(5, 3) = \frac{5!}{3! \times 2!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{3 \times 2 \times 1 \times 2!} = 10$$

لست از ۱۰ کتاب ادبی و ۸ کتاب علوم چند دسته ۳ تایی می‌توان انتخاب کرد؟

کتاب ادبی ۱۰
 کتاب علوم ۸

$$\binom{10}{2} \times \binom{8}{1} = \frac{10 \times 9}{2 \times 1} \times \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8} = 45 \times 8 = 360$$

$$\binom{10}{3} = \frac{10 \times 9 \times 8}{1 \times 2 \times 3} = 120$$

لست از ۱۰ روس می‌توان یک دایره ۱۰ نفره نمودار داشت. با این نقطه می‌توان شکل داد؟

$$\binom{10}{3} = \frac{10 \times 9 \times 8}{1 \times 2 \times 3} = 120$$

لست از ۱۰ روس می‌توان یک دایره ۱۰ نفره نمودار داشت. با این نقطه می‌توان شکل داد؟

$$\binom{10}{3} = \frac{10 \times 9 \times 8}{1 \times 2 \times 3} = 120$$

(ج) حد اول ۲ مهره ای باشد: ۱۲ ای و ۱۱ قرمز یا ۱۳ ای و ۱۰ قرمز

$$\binom{4}{1} \times \binom{5}{2} + \binom{4}{2} \times \binom{5}{1} = 50$$

$$1 \times 10 + 6 \times 5$$
 (و) حد اکثر ۲ مهره ای باشد:
 ۲ ای و ۱ قرمز / ۱ ای و ۲ قرمز / ۱ ای و ۱ قرمز و ۱ سفید

(الف) هر سه مهر رنگی باشد: هر ۳ آی یا هر سه قرمز $\frac{3 \times 4}{1 \times 4}$

(ب) ۱ مهر قرمز و ۲ مهر آبی باشد $\binom{4}{3} + \binom{5}{3} = 14$
 $\binom{4}{2} \times \binom{5}{1} = 7 \times 5 = 35$

خ) ابتدا "۲" به صورت کرمز بایسد

۲ کرمز و ۱ آبی یا ۳ کرمز، ۵ آبی

$$\binom{5}{0} \times \binom{4}{3} + \binom{5}{1} \times \binom{4}{2} \rightarrow \frac{1 \times 4}{1 \times 2} =$$

$$1 \times 4 + 5 \times 6 = 34$$

$$\begin{aligned} n &= 9 \\ r &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} q \\ p \end{pmatrix} = \frac{\sqrt{\frac{E}{2}} \begin{pmatrix} q \\ p \end{pmatrix}}{1} = 1 \text{ f}$$

مثال: درجه‌ای ۱ مهره سفید - ۲ مهره بنفش و ۳ مهره آبی وجود دارد. به تعداد ۳ مهره از سطح خارج می‌کنیم. به این طریق این آفتاب
ای می‌شود که ۳ مهره سفید

$n = 10$
 $r = 3 \rightarrow \binom{10}{3} = \frac{10 \times 9 \times 8}{1 \times 2 \times 3} = 120$

ا) ۳ مهره می‌تواند
 (الف) مهره ۳ مهره هرگز نباشد $\rightarrow$ $\binom{3}{3} + \binom{4}{3} + \binom{5}{3} = 1 + 4 + 1 = 6$
 (ب) مهره ۳ مهره هرگز نباشد $\binom{3}{1} \times \binom{4}{1} \times \binom{5}{1} = 3 \times 4 \times 5 = 60$
 (ج) ۲ مهره می‌تواند مهره ۲ مهره هرگز نباشد $\binom{4}{2} \times \binom{3}{1} = 6 \times 3 = 18$

(۲) حداقل ۲ مهره آبی باشد.

$$= \binom{3}{2} \times \binom{4}{1} + \binom{3}{1} \times \binom{4}{2} = 1 \times 4 + 3 \times 6 = 22$$

$$\begin{pmatrix} f \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} g \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} f \\ 6 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} g \\ y \end{pmatrix} \rightarrow 1 \text{ f } \rightarrow$$

$$f \times 10 + 1 \times 70 = 70 + 70 = 140$$

١٥
١. حواشي المهره بنز باسد
٢. بنز با كايه بنز و ٣. كايه بنز

[illegible]

افترقی لیرو اور زیری خانات و اورنگ آباد و یاسر و ۶۰۰

$$\binom{5}{0} \times \binom{7}{3} + \binom{5}{1} \times \binom{7}{2} + \binom{5}{2} \times \binom{7}{1}$$

$$1 \times 35 + 5 \times 21 + 10 \times 7$$

$$35 + 105 + 70 = 210$$

$$\begin{pmatrix} v \\ v \end{pmatrix} = \frac{1 \times v}{1 \times v} = 1$$

γ_{10}
 γ_1
 γ_{10}
 γ_{10}

۷ کستی گیر
۵ وزن بردار

نکته - 2^n ← تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه n عضو

تعداد زیرمجموعه‌های m عضو یک مجموعه n عضو $\rightarrow C(n, m)$

مثال: مجموعه $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ را در نظر بگیرید. (الف) این مجموعه چند زیرمجموعه دارد؟
 (ب) مجموعه چند زیرمجموعه ۳ عضوی دارد؟ $C(6, 3) = \frac{6 \times 5 \times 4}{1 \times 2 \times 3} = 20$ (ج) مجموعه چند زیرمجموعه ۴ عضوی دارد؟ $C(6, 4) = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3}{1 \times 2 \times 3 \times 4} = 15$
 (و) مجموعه چند زیرمجموعه ۳ عضوی که شامل a باشد دارد؟ $C(5, 2) = 10$ (خ) مجموعه چند زیرمجموعه ۳ عضوی که a و e شامل باشد دارد؟ $C(4, 1) = 4$
 (گ) مجموعه چند زیرمجموعه ۴ عضوی که شامل e باشد و a نباشد؟ $C(5, 3) = 10$ (ز) مجموعه چند زیرمجموعه ۳ عضوی که شامل e باشد و a نباشد و b باشد دارد؟ $C(4, 2) = 6$
 تست ← یک مجموعه ۸ عضوی چند زیرمجموعه ۴ عضوی دارد؟ $C(8, 4) = 70$

تعریف فضای نمونه ای: S
 تعریف رویداد تصادفی: A

احتمال ← $\frac{\text{جذب}}{\text{کل}}$ = $\frac{\text{تعداد اعضای رویداد}}{\text{تعداد اعضای فضای نمونه ای}}$
 $P_A = \frac{n(A)}{n(S)}$ (A) در جدول ← عددی که خودش را می‌گیرد راست عدد در پایین ← به عنوان خود را می‌گیرد دیگر جنبه دیگر است

تعداد اعضای فضای نمونه ای $n(S)$
 تعداد اعضای رویداد تصادفی $n(A)$
 مثال: در تپان یکس احتمال آمدن ← عدد اول شده ربع باشد $P_A = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
 عدد اول شده کمتر از ۳ باشد $P_B = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$
 اول باشد $P_C = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$
 عدد اول شده بیشتر از ۳ باشد $P_D = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
 اول باشد $P_E = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
 عدد اول شده کمتر از ۳ باشد $P_F = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

مثال: در تپان توپس احتمال آمدن ← هر عددی که ربع باشد $P_A = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$
 هر ۲ عددی که ربع باشد $P_B = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$
 هر ۳ عددی که ربع باشد $P_C = \frac{5}{36}$
 هر ۴ عددی که ربع باشد $P_D = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$
 هر ۵ عددی که ربع باشد $P_E = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

مثال ← در یکسای ۵ مهره قرمز، ۳ مهره آبی و ۲ مهره سفید داریم. به تصادف از یکسای ۳ مهره می‌گیریم. احتمال آنکه (الف) همه ۳ مهره سفید باشند: یا هر ۳ قرمز $P_A = \frac{14}{84} = \frac{1}{6}$
 (ب) حداقل ۱ مهره آبی باشد: $P_B = \frac{74}{84} = \frac{37}{42}$
 (ج) حداقل ۱ مهره قرمز باشد: $P_C = \frac{56}{84} = \frac{2}{3}$

در کسبای ۷ مهره سیاه و ۳ مهره سفید وجود دارد. ۲ مهره سفید از کسبای انتخاب می‌کنیم. احتمال هرگز بودن ۱ مهره سیاه کدام است؟

$\frac{27}{55}$ $\frac{21}{55}$ $\frac{7}{55}$ $\frac{13}{55}$
 $P_A = \frac{\binom{7}{2} + \binom{4}{2}}{\binom{11}{2}} = \frac{21}{55}$
 $\frac{7 \times 6}{1 \times 2} = 21$ $\frac{4 \times 3}{1 \times 2} = 6$ $\frac{7 \times 6}{1 \times 2} = 21$

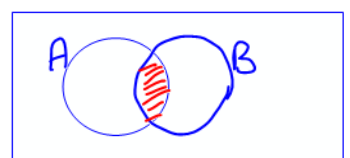


$P_A + P_{A'} = 1$ $P_{A'} = 1 - P_A$

مثال: توالت را به هم می‌زنیم. احتمال آنکه اعداد مناسب میان نباشد؟

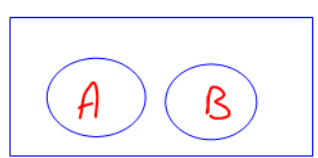
احتمال میان باشد = ۱ - احتمال میان نباشد
 $\frac{1}{4} - \frac{1}{4} = \frac{7}{7} = \frac{5}{7}$

احتمال آنکه A اتفاق بیفتد
 عدم وقوع اتفاق
 وقوع اتفاق
 احتمال آنکه A اتفاق نیفتد
 احتمال آنکه A اتفاق بیفتد
 احتمال آنکه A اتفاق نیفتد
 احتمال آنکه A اتفاق بیفتد
 احتمال آنکه A اتفاق نیفتد



فرمول برای احتمال

U	+	یا
A	x	و



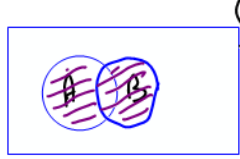
$A \cap B = \emptyset$
 اشتراک ندارند. سازگار

$A \cap B \neq \emptyset$
 اشتراک دارند
 سازگارند

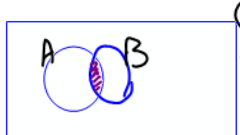
$P(A \cup B) = P_A + P_B - P(A \cap B)$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

احتمال آنکه A و B هر دو رخ دهند
 احتمال آنکه A رخ دهد
 احتمال آنکه B رخ دهد
 احتمال آنکه A و B هر دو رخ دهند
 احتمال آنکه A رخ دهد
 احتمال آنکه B رخ دهد



$A \cup B = \{u | u \in S, u \in A \cup u \in B\}$



$A \cap B = \{u | u \in S, u \in A \cap u \in B\}$



$A - B = \{u | u \in S, u \in A, u \notin B\}$
 $B - A = \{u | u \in S, u \in B, u \notin A\}$

تست ۱: اگر $P(A \cup B) = \frac{3}{5}$ و $P_B = \frac{11}{5}$ و $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$ باشد. P_A کدام است؟
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
 $\frac{3}{5} = P_A + \frac{11}{5} - \frac{1}{8}$
 $\frac{3}{5} - \frac{11}{5} + \frac{1}{8} = P_A \rightarrow \frac{3-11+5}{40} = \frac{1}{8}$

خلاصه ای داریم. هرگز نداریم. احتمال آنکه:
 (الف) هر سه فرزندان در صبح دنیا آمده باشند.
 (ب) هر سه فرزندان یک روز هفته دنیا آمده باشند.
 (ج) هر سه فرزندان در روزهای مختلف دنیا آمده باشند.

تست ۲: احتمال آنکه در میان اعداد سه رقمی یا به هم می‌زنیم یا با هم می‌زنیم کدام است؟
 $\frac{1}{36} = \frac{1}{9} + \frac{1}{12} + \frac{1}{10}$



ذرتب و ترتیب

ذرتب:

تعداد جایگشت های r تایی از n شی متمایز یا به عبارتی تعداد انتخاب های r شی از بین n شی متمایز را که در آنها ترتیب قرار گرفتن مهم باشد ، با $p(n, r)$ نمایش میدهیم و مقدار آن از دستور زیر محاسبه می شود.

$$p(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

مثال: با حروف کلمه ((جهانگردی)) و بدون تکرار حروف:

الف) چند کلمه 8 حرفی می توان نوشت ؟ چندتا از آنها به ((ی)) ختم می شوند؟

1 7 4 5 6 3 2 1
x x x x x x x x
ی

ب) چند کلمه 8 حرفی می توان نوشت که در آنها حروف ((د)) و ((ی)) کنارهم قرار داشته باشند؟

ی د ✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓
7! x 2! = 1680

پ) چند کلمه 6 حرفی می توان نوشت ؟ چندتا از آنها به ((گردی)) ختم می شود؟

ی د ر د ی ✓ ✓
3! x 1! = 6

ت) چند کلمه 8 حرفی می توان نوشت که در آنها حروف کلمه ((جهان)) چهار حرف اول باشند؟

✓ ✓ ✓ ✓ ح ه ا ی
5! x 1! = 120



مثال: با حروف کلمه ((گل پیرا)) و بدون تکرار حروف:

الف) چند کلمه ی 6 حرفی می توان نوشت؟ چقدر از آنها با ((گل)) شروع می شود؟

ب) چند کلمه 4 حرفی می توان نوشت؟

ج) چند کلمه 4 حرفی می توان نوشت که در آنها دو حرف ((پ)) و ((ر)) در کنار هم آمده باشند؟

ت) چند کلمه 5 حرفی می توان نوشت که در آنها حروف کلمه ((پیرا)) کنار هم آمده باشند؟

ترکیب:

به هر انتخاب r شی از n شی متمایز که آن ترتیب انتخاب اهمیت نداشته باشد یا به عبارتی به هر زیر مجموعه r عضوی از یک مجموعه n عضوی، یک ترکیب r تایی از n شی می گوییم. تعداد ترکیب های r تایی

از n شی متمایز را معمولاً با $C(n, r)$ یا $\binom{n}{r}$ نمایش می دهیم و داریم:

۴!

مثال: الف) به چند طریق می توانیم چهار کتاب را در یک قفسه کنار هم بچینیم؟

$$\binom{4}{1} = 4$$

ب) به چند طریق می توانیم چهار کتاب را برای هدیه دادن به یک نفر انتخاب کنیم؟

مثال: در یک دوره مسابقات کشتی از بین 4 داور ایرانی، 3 داور ژاپنی و 2 داور روسی قرار است کمیته ای از داوران

تشکیل شود. به چند طریق می توان این کار را انجام داد اگر:

الف) کمیته 4 نفره باشد؟

$$\begin{array}{|l} 4 \text{ داور ایرانی} \\ 3 \text{ ژاپنی} \\ 2 \text{ روسی} \end{array} \quad n=9$$

$$C(9, 4)$$

ب) کمیته 3 نفره باشد و از هر یک از سه کشور یک نفر در کمیته باشد؟

$$\binom{4}{1} \times \binom{3}{1} \times \binom{2}{1} = 4 \times 3 \times 2 = 24$$

ج) کمیته 5 نفره باشد و دقیقاً دو داور ایرانی داشته باشد؟

$$r=5$$

$$\binom{4}{2} \times \binom{5}{3} = 6 \times 10 = 60$$

د) کمیته 5 نفره باشد و حداقل 3 داور ایرانی داشته باشد؟

$$\binom{5}{3} \times \binom{4}{2} + \binom{5}{4} \times \binom{4}{1} + \binom{5}{5} \times \binom{4}{0} = 10 \times 6 + 5 \times 4 + 1 \times 1 = 60 + 20 + 1 = 81$$



ه) کمیته 7 نفره باشد و شامل 3 داور ایرانی، 2 داور ژاپنی، 2 داور روسی باشد؟

پ) کمیته 5 نفره باشد حداقل یک داور ایرانی داشته باشد؟

مثال: از کیسه ای که شامل 3 مهره آبی، 4 مهره قرمز، 5 مهره سبز است می خواهیم 3 مهره انتخاب کنیم بطوری که
(الف) هیچ محدودیتی به میان نباشد؟

(ب) 2 مهره قرمز و 1 مهره سبز باشد؟

(ج) مهره ها هم رنگ باشند؟

(د) مهره ها هم رنگ نباشند؟

(ک) حداقل 1 مهره سبز باشد؟

(گ) حداکثر 2 مهره قرمز باشد؟

نکته ۱: اگر مجموعه ای n عضو داشته باشد 2^n زیرمجموعه دارد
نکته ۲: تعداد زیرمجموعه های m عضوی یک مجموعه n عضوی $\binom{n}{m}$

مثال: مجموعه $\{a, b, c, d, e, f, g\}$

(الف) چند زیر مجموعه دارد؟
 $n=7$
 $2^7 = 128$

(ب) چند زیر مجموعه 3 عضوی دارد؟

$$\binom{7}{3}$$



~~a, b, c, d, e, f, g~~

ریاضی 3

a _ _ _

(ج) چند زیر مجموعه 4 عضوی شامل عضو a وجود دارد؟

$$\binom{7}{3}$$

e a b _ _

(د) چند زیر مجموعه 4 عضوی شامل a, b و فاقد e وجود دارد؟

$$\binom{4}{2} = 7$$

مثال:

مجموعه شامل همه ی این حالت های ممکن ، فضای نمونه ای نامیده می شود. اگر این مجموعه را با S بنامیم ، هر زیر مجموعه مانند S مانند A را یک پیشامد تصادفی در S می نامیم.

(ب، ب، ب) (ب، ب، ب)

(ب، ب، ب) (ب، ب، ب)

(ب، ب، ب) (ب، ب، ب)

(ب، ب، ب) (ب، ب، ب)

$$2^3 = 2^3 = 8$$

(الف) دقیقاً یک دختر در این خانواده متولد شده باشد؟

$$P = \frac{3}{8}$$

(ب) حداکثر یک دختر در خانواده متولد شده باشد؟

$$\frac{6}{8}$$

(ج) تعداد فرزندان پسر و دختر برابر باشند؟

$$\frac{6}{8} = 0$$

(د) تعداد فرزندان پسر از دختر بیشتر باشد؟

$$\frac{6}{8}$$

مثال: در جعبه ای 3 مهره ی قرمز و 2 مهره ی آبی قرار دارد. اگر 3 مهره به تصادف از این جعبه خارج کنیم احتمال آن را بدست آورید که :

(الف) حداقل یک مهره آبی انتخاب شود؟

(ب) حداکثر یک مهره آبی انتخاب شود؟

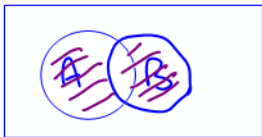


(ج) هر سه مهره قرمز انتخاب شود؟

پیشامدها و رخهای همال رخ اند.

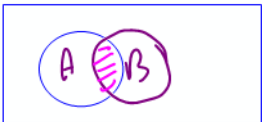
اگر A و B پیشامدهایی در فضای نمونه ای S باشند ، در این صورت :

(الف) اجتماع دو پیشامد : زمانی رخ میدهد که حداقل یکی از دو پیشامد رخ بدهد.



$$A \cup B = \{\omega | \omega \in S, \omega \in A \text{ یا } \omega \in B\}$$

(ب) اشتراک دو مجموعه : زمانی رخ می دهد که هر دو پیشامد باهم اتفاق بیفتد .



$$A \cap B = \{\omega | \omega \in S, \omega \in A \text{ و } \omega \in B\}$$

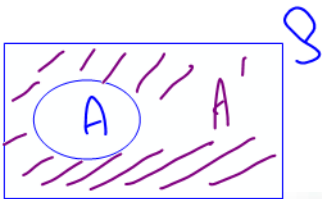
(ج) تفاضل دو پیشامد: زمانی رخ میدهد که A رخ بدهد و پیشامد B رخ ندهد.



$$A - B = \{\omega | \omega \in S, \omega \in A, \omega \notin B\}$$

(د) متمم یک پیشامد: اگر A یک پیشامد از فضای نمونه ای S باشد ، متمم پیشامد A که با A' نمایش داده

می شود، وقتی رخ میدهد که پیشامد A رخ ندهد.

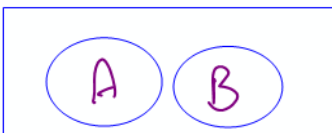


$$P_{A'} = 1 - P_A$$

$$P_A = 1 - P_{A'}$$

$$P_A + P_{A'} = 1$$

پیشامد ناسازگار

اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند و $A \cap B = \emptyset$ در این صورت A و B را دو پیشامد ناسازگار می نامیم . در واقع دو پیشامد ناسازگار هیچگاه با هم اتفاق نمی افتند.

$$P(A \cup B) = P_A + P_B$$



مثال: دو تاس را با هم پرتاب میکنیم احتمال آن را بیابید که:

الف) هر دو تاس فرد و مجموع آنها 6 باشد؟

$$P_A = \frac{3}{36}$$

$(1,5)(5,1)(3,3)$

ب) هر دو تاس فرد یا مجموع دو تاس 6 باشد؟

$$P_B = \frac{11}{36}$$

$(1,1)(1,3)(3,1)(3,3)$
 $(2,4)(4,2)$
 $(1,5)(5,1)$
 $(1,3)(3,1)(3,5)(5,3)$
 $(5,5)$

ج) هر دو عدد تاس یکسان باشد؟

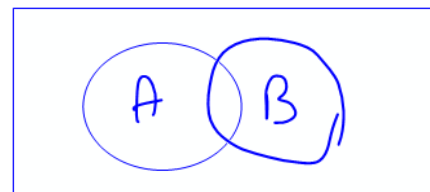
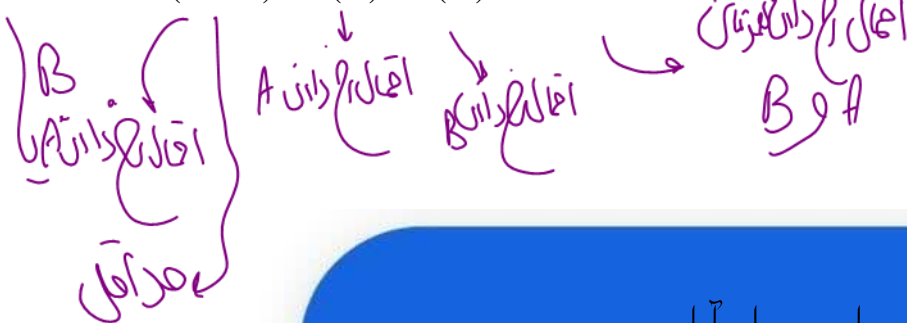
$$P_C = \frac{7}{36}$$

$$P_D = \frac{15}{36}$$

و) عدد دوم از عدد اول بزرگتر باشد؟

برای هر دو پیشامد A و B از فضای نمونه ای S ، همواره تساوی زیر برقرار است :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$



مقدمه بر علم آمار

آمار ، مجموعه ای از اعداد ، ارقام و اطلاعات است. علم آمار مجموعه روش هایی است که شامل جمع آوری اعداد و ارقام ، سازماندهی و نمایش ، تحلیل و تفسیر داده ها و در نهایت نتیجه گیری ، قضاوت و پیش بینی مناسب در مورد پدیده ها و آزمایش های تصادفی می شود.

تعریف جامعه یا جامعیت: مجموعه تمام افراد یا اشیایی که درباره یک یا چند ویژگی آنها تحقیق صورت گیرد ، جامعه یا جمعیت نامیده می شود و در هر یک از این افراد یا اشیا را عضو جامعه می نامند.

تعریف اندازه یا حجم جامعه: تعداد اعضای جامعه را اندازه ی جامعه یا حجم جامعه گویند.

تعریف نمونه: بخشی از جامعه که برای مطالعه انتخاب شود ، نمونه گویند و در هر یک از افراد یا اشیا



انتخاب شده را عضو نمونه گویند. که به تعداد اعضای آن، اندازه ی نمونه یا حجم نمونه گویند.
تعریف متغیر کمی: متغیر هایی را که قابل اندازه گیری هستند، متغیر های کمی گویند. (پیوسته و گسسته)

تعریف متغیر کیفی: متغیر هایی که قابل اندازه گیری نیستند، متغیر های کیفی گویند. (ترتیبی، اسمی)
مثال: انواع متغیر های زیر را مشخص کنید.

الف) سن:

ب) نمره ریاضی نهم:

ج) جنسیت:

د) قد و وزن:

ه) میزان هوش (هوش بالا، متوسط، پایین)



وقتی می خواهیم درباره ی موضوعی تحقیق کنیم نیاز به اطلاعاتی داریم که به آن داده می گویند. داده ها به صورت ارقام یا کلمات توصیفی هستند پس از به دست آوردن اطلاعات و جدول بندب و تحلیل و تفسیر باید نتیجه گیری کنیم. آمار مجموعه ای از اعداد و ارقام است.

علم آمار: مجموعه روش هایی که شامل:

- 1) جمع آوری اطلاعات
- 2) سازمان دهی
- 3) تحلیل و تفسیر
- 4) نتیجه گیری
- 5) قضاوت و پیش بینی مناسب

جامعه: به مجموعه ی تمام افرادی که تحقیق راجع به آن ها صورت می گیرد جامعه گویند. تعداد اعضای جامعه را اندازه یا حجم جامعه گویند.



مثال: وقتی در مورد نمرات ریاضی کلاس دهم مدرسه صحبت می شود جامعه ی آماری کلاس دهم مدرسه و اندازه و حجم آن دانش آموزان کلاس است.

نمونه: هرگاه اندازه ی جامعه به قدری بزرگ باشد که نتوان کل جامعه را بررسی کرد در این صورت قسمتی از جامعه را انتخاب که به آن نمونه گویند و همه ی ویژگی های جامعه را دارد.

سرشماری: اگر مطالعه ی جامعه به گونه ای باشد که کل جامعه بررسی شود به این حالت سرشماری گویند.

متغیر: یک شاخصه و ویژگی از همه ی اعضای جامعه یکسان نیست و از عضو به عضو دیگر تغییر می کند و عددی که به این ویژگی اختصاص می یابد مقدار متغیر است.

متغیر ها بر دو نوع هستند. الف) کمی ب) کیفی

متغیرهای کمی: متغیرها و ویژگی هایی که قابل اندازه گیری هستند.

متغیرهای کیفی: متغیرهایی که قابل اندازه گیری نیستند.

متغیرهای کمی 2 نوع است:

کمی گسسته: متغیرهایی که مقدار به خود می گیرند تعداد کارمندان

کمی پیوسته: متغیرهایی که در یک بازه بین 2 عدد تا قرار دارند قد دانش آموزان

متغیرهای کیفی 2 نوع است:

کیفی ترتیبی: متغیرهایی که دارای مرحله و ترتیب است تحصیلات دانشگاهی

کیفی اسمی: که قابل اندازه گیری نباشد و ترتیب نداشته باشد جنسیت زن و مرد

مثال: نوع متغیرهای زیر را معلوم کنید.

(1) نوع آلودگی هوا

(2) فاصله

(3) مقام های ورزشکار

(4) سال تولید خودرو



همیشه از آنجا که ما هم قرار گرفته‌ایم و دیدن آن‌ها می‌توانیم

شماره	۱	۲	۳	...	fin
شماره	۱۹	۱۷,۵	۱۴		۱۹,۷۵

α_n

$$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} a_{n-2}, a_{n-1}, a_n, a_{n+1}, a_{n+2}$$

نلہ ۷ ہر دنبالہ ضروری دار کہ ہے آن ضروری ۱۲ محوی گی موسم و آن راجا Q_n نیا لینی دھسم۔

مثال: در هر یک از دنباله های زیر چهار جمله اول را بدست آورید.

$Q_n = n^n + n$

- $n=1 \rightarrow Q_1 = 2$
- $n=2 \rightarrow Q_2 = 12$
- $n=3 \rightarrow Q_3 = 27$
- $n=4 \rightarrow Q_4 = 36$

$$a_n = \frac{n+1}{2n} \quad 1, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \frac{9}{2}, \dots$$

$$t_n = n + \mu \begin{cases} t_1 = 8 \\ t_2 = \omega \\ t_3 = 6 \\ t_4 = 4 \end{cases}$$

$t_n = -2n - 1$

- $n=1 \rightarrow t_1 = -3$
- $n=2 \rightarrow t_2 = -5$
- $n=3 \rightarrow t_3 = -7$
- $n=4 \rightarrow t_4 = -9$

de jure

رسول علیہ صلی / حضرت امام اول دینا ہا، اید داس

1) دنباله مرتب شده $\leftarrow a_n = n^2$ ~ 1, 4, 9, 16, 25

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ $a_n = \frac{n(n+1)}{2}$ (۲) (تبادل منطقی)

(۳) ✓ مینواتی ← ۱۹، ۵۵، ۳۴، ۲۱، ۱۳، ۸، ۵، ۳، ۲، ۱

دستگاه ای که از ۲۲ لوله بر اثر این ولتاژ از آن هر ۲۲ لوله بر اثر است با مجموع دو علم قوی

$121 \rightarrow 11^2$
 $144 \rightarrow 12^2$

$Q_n = \frac{n(n+1)}{2} \xrightarrow{n=1} \frac{1 \times 1}{1} = 1 \xrightarrow{n=2} \frac{2 \times 3}{2} = 3 \xrightarrow{n=3} \frac{3 \times 4}{2} = 6 \xrightarrow{n=4} \frac{4 \times 5}{2} = 10 \xrightarrow{n=5} \frac{5 \times 6}{2} = 15 \xrightarrow{n=6} \frac{6 \times 7}{2} = 21 \xrightarrow{n=7} \frac{7 \times 8}{2} = 28 \xrightarrow{n=8} \frac{8 \times 9}{2} = 36 \xrightarrow{n=9} \frac{9 \times 10}{2} = 45 \xrightarrow{n=10} \frac{10 \times 11}{2} = 55$

$$\underbrace{m+3} + \underbrace{m+1} = \underbrace{m+4}$$

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100

11² 12² 9² 11³
 74 + 34 + 21 = 129

لست ۱ ← عدم هم‌رندی‌های $a_n = 2n^2 + 1$ و $b_n = 4n + 7$ با هم برابر است.

اول $3 \neq 11$ د $9 \neq 15$ س $19 = 19$

الفه ۱- در دنیا مثل منوع معدوم و باز در هم کدام است؟
 ۱۲۱ ۱۲۷ ۱۳۲

۱۷۷ و ۱۰، $x^3 + 177x + 33$ و $x^3 + 10$ سه جمله متوالی دنباله فیبوناچی با سه مقدار x که از آن است.

144 21.5

$Q_n = \frac{n^2 - 1}{\epsilon n}$

٤١١
 ٤١٢
 ٤١٣
 ٤١٤

دنباله بازگشتی $\Leftarrow$ دنباله مرحله به مرحله هر جمله بستگی دارد

مثال: اگر $a_1 = 1$ و فرمول جمله عمومی $a_n = a_{n-1} + 3$ جمله چهارم را بدست آوریم.

$$\begin{aligned} n=1 &\rightarrow a_1 = 1 \\ n=2 &\rightarrow a_2 = a_1 + 3 = 4 \\ n=3 &\rightarrow a_3 = a_2 + 3 = 7 \\ n=4 &\rightarrow a_4 = a_3 + 3 = 10 \end{aligned}$$

10, 7, 4, 1

$$a_n = 2a_{n-1} + 2 \quad a_1 = 3$$

$$\begin{aligned} n=1 &\rightarrow a_1 = 3 \\ n=2 &\rightarrow a_2 = 2a_1 + 2 = 8 \\ n=3 &\rightarrow a_3 = 2a_2 + 2 = 18 \\ n=4 &\rightarrow a_4 = 2a_3 + 2 = 38 \end{aligned}$$

$$a_{n+1} = -2a_n - n \quad a_1 = 2$$

$$\begin{aligned} n=1 &\rightarrow a_2 = -2a_1 - 1 = -5 \\ n=2 &\rightarrow a_3 = -2a_2 - 2 = 8 \\ n=3 &\rightarrow a_4 = -2a_3 - 3 = -19 \\ n=4 &\rightarrow a_5 = -2a_4 - 4 = 38 \end{aligned}$$

اگر $a_{n+1} = a_n + (n+1)$ ، این سری کدام نوع است؟

لست دنباله بازگشتی

$$\begin{aligned} a_1 &= 1 \\ a_2 &= 3 \\ a_3 &= 6 \\ a_4 &= 10 \\ a_5 &= 15 \end{aligned}$$

دنباله $a_n = n^2$ (مثلاً 1, 4, 9, 16, 25)

$$\begin{aligned} n=1 &\rightarrow a_2 = a_1 + 2 = 3 \\ n=2 &\rightarrow a_3 = a_2 + 3 = 6 \\ n=3 &\rightarrow a_4 = a_3 + 4 = 10 \\ n=4 &\rightarrow a_5 = a_4 + 5 = 15 \\ n=5 &\rightarrow a_6 = a_5 + 6 = 21 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (f(a_n) - b_n) \times c &= (f(16) - 3) \times 13 = 17 \times 13 = 221 \\ c_n &= n^2 - \sqrt{n+5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_n &= \left[3n - \frac{1}{n} \right] \text{ و } b_n = 2 + (-1)^n \\ a_2 &= \left[6 - \frac{1}{2} \right] = \left[5.5 \right] = 5 \\ b_2 &= 2 + (-1)^2 = 3 \end{aligned}$$

172
178
218
221

2, 4, 6, 8, 10, ... $\rightarrow +2$

100, 90, 80, 70, 60, ... $\rightarrow -10$

$$\begin{aligned} a_2 - a_1 &= 90 - 100 = -10 \\ a_3 - a_2 &= 80 - 90 = -10 \\ a_4 - a_3 &= 70 - 80 = -10 \end{aligned} \rightarrow d = a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = -10$$

دنباله حسابی
تفاضل عددی
صورت/انفراسی $d > 0$
نزولی/ناقص $d < 0$
عدد ثابت $d = 0$

$$a_1 = 1$$

$$d = 4$$

۱، ۵، ۹، ۱۳

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_{10} = a_1 + 9d = 1 + 9(4) = 37$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

تعداد جمله ها
تفاضل
تفاضل

پایان

a, ... b

$$a_n = a_1 + vd = -5 + 7(-2) = -5 - 14 = -19$$

$$a_1 = -5$$

$$d = -2$$

$$a \text{ --- } C \text{ --- } b$$

$$2C = a + b$$

جمله دنیای اول

۲۷، ۱۷، ۱۲، ۷، ۲ کدام است؟

$$a_n = 2n + 3$$

$$a_n = 4n - 1$$

کدام است؟

$$a_n = 5n - 3$$

$$a_n = 5n + 2$$

در یک دنباله حسابی جمله هفتم و بیستم ۱۷ و ۴۱ است. جمله کدام است؟

۳۰

$$a_1 + 9d$$

$$-7 + 9(4) = -7 + 36 = 29$$

۲۹

۳۱

۲۷

$$a_7 = 17 \rightarrow a_1 + 6d = 17$$

$$a_{13} = 41 \rightarrow a_1 + 12d = 41$$

$$\begin{cases} a_1 + 6d = 17 \\ a_1 + 12d = 41 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -a_1 - 6d = -17 \\ a_1 + 12d = 41 \end{cases}$$

$$6d = 24 \rightarrow d = 4$$

$$a_1 + 12(4) = 41$$

$$a_1 + 48 = 41 \rightarrow a_1 = -7$$

کدام است؟

$$2b = a + c$$

$$2(2k-4) = 2k+1 + 3k+3$$

$$4k-8 = 5k+4$$

$$-k-12 = 0 \rightarrow k = -12$$

$$-12 = k$$

کدام است؟

۱۵

۱۲

-۱۵

-۱۲



الگوی خطی

الگوهایی که در آنها اختلاف هر دو جمله ی متوالی عددی ثابت باشد را **الگوی خطی** می نامند. دلیل نام گذاری این الگوها این است که مختصات تمام نقاط این الگو در معادله خط گفته شده ، صدق می کند. به طور کلی الگوهایی که جمله عمومی آنها بصورت $t_n = an + b$ می باشد را الگوهای خطی می نامیم که در آن a و b اعداد حقیقی دلخواه و ثابت هستند.

نکته: میزان تغییر جملات متوالی این الگو برابر با ضریب n می باشد.

مثال: C_n جمله عمومی یک الگوی خطی است که در آن $C_4 = 17$ و $C_{10} = 41$ در این صورت حاصل C_n را مشخص کنید؟



الگوهای عددی که در آن تعدادی عدد پشت سرهم قرار می گیرند را یک دنباله می نامیم. این اعداد ، جملات دنباله نامیده می شوند.



مثال: در هر مورد سه جمله بعدی را بنویسید و سعی کنید جمله عمومی دنباله را حدس بزنید؟

الف) $1, -2, -3, -4, \dots$

ب) $5, 18, 31, 44, \dots$

پ) $1, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}, \dots$

ت) $-2, 1, \frac{-1}{2}, \frac{1}{4}, \dots$

د) $1, 2, 4, 7, \dots$

ج) $0.1, 0.01, 0.001, \dots$

ف) $1, 1, 2, 3, 5, 8, \dots$

ه) $-1, 8, 27, -64, 125, \dots$

دنباله ی حسابی :

دنباله ای از اعداد که اختلاف بین هر دو عدد آن ، مقدار ثابتی به نام قدر نسبت (d) است را دنباله ی حسابی می نامیم .

$$a_1, a_1 + d, a_1 + 2d, \dots \rightarrow a_n = a_1 + (n - 1)d$$

جمله عمومی



رابطه حسابی ← $a_n = a_1 + (n-1)d$

قدربت → $a_1 = a_1 + 0d$
 $a_2 = a_1 + 1d$
 $a_3 = a_1 + 2d$
 $a_4 = a_1 + 3d$

چند مثال مهم: $a_1, d = 9$

مثال: جمله ی دهم از دنباله ی حسابی ... و 3 و 0 و -3 را بدست آورید.

$d = a_2 - a_1 = 0 - (-3) = 3$

$a_1 + 9d = (-3) + 9(3) = -3 + 27 = 24$

$a_{10} = a_1 + 9d$

رابطه حسابی: $a - b = c$ → $2b = a + c$

مثال: دنباله ی حسابی 279 و ... و 7 و 3 و -1 را در نظر بگیرید.

الف: این دنباله چند جمله دارد؟

$a_1 = -1$
 $a_n = 279$
 $d = 3 - (-1) = 4$

$a_n = a_1 + (n-1)d$
 $279 = -1 + (n-1) \times 4$
 $280 = 4n - 4$
 $284 = 4n$
 $n = \frac{284}{4} = 71$

ب: عدد 51 جمله ی چندم این دنباله است؟

$a_n = a_1 + (n-1)d$
 $51 = -1 + (n-1) \times 4$
 $52 = 4n - 4$
 $56 = 4n$
 $n = \frac{56}{4} = 14$

مثال: در دنباله ی حسابی ... و 100 و 103 - چند جمله ی کوچکتر از 5 وجود دارد؟

$$d = \frac{a_m - a_n}{m - n}$$

اگر a_m, a_n دو جمله ی غیر متوالی از یک دنباله باشند داریم:



اگر سه عدد a, b, c و جملات متوالی یک دنباله حسابی باشند، در این صورت $2b = a + c$ را واسطه حسابی a و c می گوئیم.



مثال: بین 20 و 80 دو واسطه حسابی درج کنید؟



مثال: در یک تصاعد عددی $a_7 = 20$ ، حاصل $a_7 + a_{11} + a_6 + a_8$ چقدر است؟

مثال: در یک دنباله عددی، مجموع جملات اول، دوم و سوم برابر 12 و مجموع جملات هفتم، هشتم، نهم برابر 48 است.

قدر نسبت این دنباله کدام است؟

$$\begin{aligned}
 & a_1 + a_2 + a_3 = 12 \quad \rightarrow \quad a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 12 \quad \rightarrow \quad 3a_1 + 3d = 12 \quad \rightarrow \quad a_1 + d = 4 \\
 & a_7 + a_8 + a_9 = 48 \quad \rightarrow \quad a_1 + 6d + a_1 + 7d + a_1 + 8d = 48 \quad \rightarrow \quad 3a_1 + 21d = 48 \quad \rightarrow \quad a_1 + 7d = 16 \\
 & \begin{cases} a_1 + d = 4 \\ a_1 + 7d = 16 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -6d = -12 \\ d = 2 \end{cases} \\
 & a_1 + 2 = 4 \rightarrow a_1 = 2 \\
 & a_{10} = a_1 + 9d = 2 + 9(2) = 20
 \end{aligned}$$

مثال: اگر به قدر نسبت یک دنباله ی حسابی 4 واحد اضافه کرده و از جمله ی اول آن 3 واحد کم کنیم، جمله بیستم آن چه تغییری نسبت به قبل می کند؟

مثال: در یک تصاعد حسابی، مجموع پنج جمله ی اول تصاعد برابر 5 و مجموع 5 جمله ی دوم تصاعد برابر 20 است.

نسبت این تصاعد از جمله ی اول چقدر بیشتر است؟

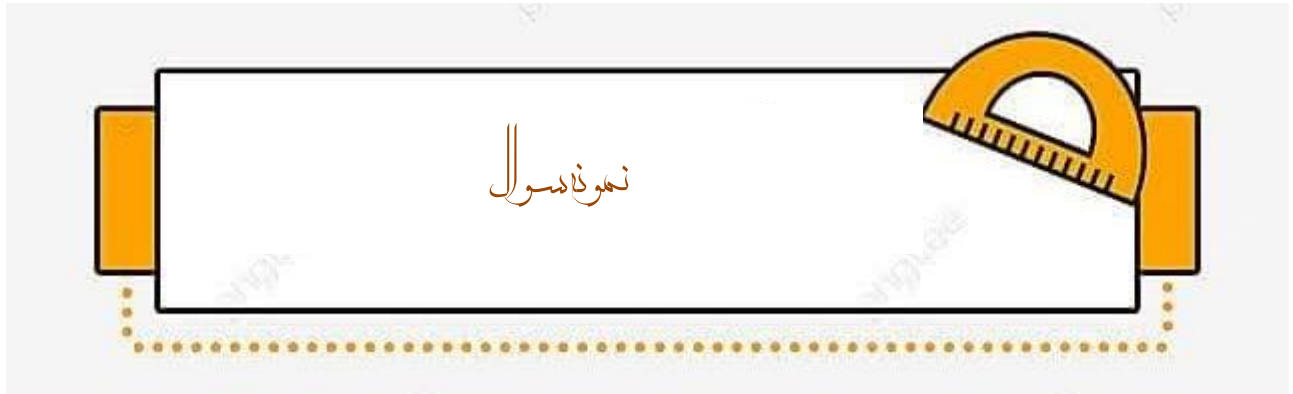
$\underline{\text{Sum}} = \text{مجموع}$
 $\underline{\text{number}} = \text{تعداد}$

$S_n = \text{مجموع } n \text{ جمله}$

$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$
 (جمله اول + جمله آخر) × تعداد جمله ÷ ۲
 $S_n = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2}$
 (تعداد جمله × جمله اول + (تعداد جمله - ۱) × قدرینجه) ÷ ۲
 $S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$

مثال: $S_n = \frac{n^2 - n}{2}$ درست است یا نه؟
 ابتدا $n=1$ را امتحان می‌کنیم:
 $S_1 = a_1$
 $S_2 = a_1 + a_2$
 $S_3 = a_1 + a_2 + a_3$
 $S_1 = \frac{1^2 - 1}{2} = 0$
 $\frac{1}{2} + a_2 = \frac{7}{2} \Rightarrow a_2 = \frac{6}{2} = 3$
 $S_2 = \frac{2^2 - 2}{2} = 1 \Rightarrow a_1 + a_2 = 1$
 $d = a_2 - a_1 = 3 - 0 = 3$

لغت: در دنباله حسابی جمله هفتم ۴۶ و جمله بیستم ۱۲۱۶ است. مجموع ۱۹ جمله اول دنباله را بدست آورید.
 $S_{19} = \frac{19[2a_1 + (19-1)d]}{2} \rightarrow S_{19} = \frac{19[2a_1 + 18d]}{2}$
 $S_{19} = \frac{19(20 + 108)}{2} = \frac{19(128)}{2} = 19 \times 64 = 1216$
 حل: $a_7 = 46$
 $a_{20} = 1216$
 $a_1 + 7d = 46$
 $a_1 + 19d = 1216$
 $a_1 = 10$
 $d = 6$



۱

با ارقام ۶ و ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱ و ۰ چند عدد سه رقمی می توان ساخت که در آن ها هم رقم زوج و هم رقم فرد وجود داشته باشد؟

252

4

219

3

203

2

156

1

۲

از بین ۳ دانش آموز سال دهم و ۴ دانش آموز سال یازدهم، ۴ نفر انتخاب می کنیم. احتمال اینکه حداقل ۲ دانش آموز سال دهم وجود داشته باشد کدام است؟

 $\frac{45}{70}$

4

 $\frac{43}{70}$

3

 $\frac{23}{35}$

2

 $\frac{22}{35}$

1





مجموع ۲۰ عدد طبیعی فرد متوالی و مضرب ۵ که کوچکترین آنها ۱۱۵ است، کدام است؟

۳

2400

4

400

3

4200

2

3250

1

تعداد جایگشت‌های حروف کلمه «system» به‌طوری‌که حروف s کنار هم نباشند، کدام است؟

۴

360

4

240

3

180

2

120

1

۵

درون جعبه‌ای ۵ مهره قرمز، ۴ مهره سفید و ۳ مهره آبی قرار دارد. اگر ۲ مهره باهم از ظرف بیرون آوریم، با

کدام احتمال این دو مهره هم‌رنگ نیستند؟

$\frac{47}{66}$

4

$\frac{43}{66}$

3

$\frac{17}{33}$

2

$\frac{13}{22}$

1



در یک دنباله حسابی، مجموع ۹ جمله اول برابر ۹۰ و جمله هفتم آن ۱۳ است. تفاضل جمالت متوالی،

کدام است؟

- 3 2/5 2 1/5



جواب معادله $\frac{2}{35} = \frac{(n-2)!}{n!} + \frac{(n-1)!}{(n+1)!}$ کدام است؟

- 8 7 6 5



مجموع ۳ جمله متوالی از یک دنباله حسابی برابر ۱۸ و حاصل ضرب آنها ۱۹۲ است. اگر دنباله صعودی باشد،

جمله کوچکتر کدام است؟

- 2 4 6 8



اضلاع یک مثلث قائم‌الزاویه تشکیل تصاعد حسابی می‌دهند. اگر محیط این مثلث ۲۴ باشد، مساحت آن کدام است؟

28

4

24

3

16

2

12

1



درون جعبه‌ای ۷ کارت با شماره‌های ۱ تا ۷ قرار دارد. ۳ کارت به تصادف خارج می‌کنیم. با کدام احتمال شماره‌ی

این سه کارت متوالی است؟

 $\frac{1}{7}$

4

 $\frac{1}{6}$

3

 $\frac{1}{5}$

2

 $\frac{1}{4}$

1



در یک رأی‌گیری که شامل ۴ رأی موافق، ۳ رأی مخالف و ۲ رأی ممتنع است، اگر ۳ رأی به تصادف خوانده

شود، با کدام احتمال حداقل ۲ رأی موافق در بین آن‌ها وجود دارد؟

 $\frac{19}{52}$

4

 $\frac{11}{52}$

3

 $\frac{17}{42}$

2

 $\frac{13}{42}$

1





۱۲

از بین اعداد فرد طبیعی کوچکتر از ۲۰، عددی به تصادف انتخاب شده است و پیشامدهای A و B چنین تعریف

می‌شوند: عدد، مربع کامل است B = عدد، مضرب ۳ است A = احتمال آنکه پیشامد رخ دهد کدام است؟

0/5

4

0/4

3

0/3

2

0/2

1

۱۳

جمله‌ی عمومی دنباله‌ای به صورت $a_n = n^2 - (n+1)^2$ است. مجموع ده جمله‌ی نخست این دنباله کدام است؟

-120

4

120

3

-60

2

60

1

۱۴

با حروف کلمه "ELECTION" چند کلمه رمز ۴ حرفی می‌توان نوشت که شامل دو حرف باشد؟

360

4

180

3

120

2

90

1





به چند روش ممکن است از بین ۱۵ دانش‌آموز، ۳ نفر آن‌ها را برای مسئول کتابخانه، مسئول گروه سرود و

۱۵

مسئول گروه تناتر دانش‌آموزان انتخاب کرد؟

2730

4

1365

3

910

2

455

1

اگر $\{a_n\}$ دنباله‌ای حسابی باشد، آنگاه حاصل $\frac{1}{a_1a_2} + \frac{1}{a_2a_3} + \dots + \frac{1}{a_{n-1}a_n}$ کدام است؟

۱۶

$\frac{2n}{a_1a_n}$

4

$\frac{2n-2}{a_1a_n}$

3

$\frac{n}{a_1a_n}$

2

$\frac{a-1}{a_1a_n}$

1

از کیسه‌ای محتوی ۴ مهره سفید و ۳ مهره سیاه، ۲ مهره خارج می‌کنیم. احتمال آنکه حداقل یکی از مهره‌ها

۱۷

سفید باشد، کدام است؟

$\frac{6}{7}$

4

$\frac{1}{7}$

3

$\frac{5}{7}$

2

$\frac{4}{7}$

1



از بین ۱۲ خانواده انجمن اولیاء مدرسه به چند طریق می‌توان ۴ خانواده انتخاب کرد که در آن‌ها زن یا شوهر



شرکت کنند؟

990

4

840

3

720

2

495

1

با جایگشت ارقام چند عدد پنج‌رقمی زوج حاصل می‌شود؟



120

4

104

3

96

2

84

1

از بین اعداد طبیعی یک‌رقمی، به چند حالت ۳ عدد را می‌توان انتخاب کرد به‌طوری‌که تشکیل یک دنباله‌ای



حسابی دهند؟

24

4

20

3

16

2

12

1





۲۱

با ارقام طبیعی ۱، ۲، ... و ۹ چند عدد پنج رقمی با ارقام متمایز می توان نوشت به طوری که ارقام ۱ و ۲ و ۳ در

آن ها حتماً با کار رفته و در کنار هم باشند؟

360

4

180

3

120

2

540

1

۲۲

اگر در یک دنباله ای حسابی $a_2 = -1$, $a_5 - a_3 = 1$ باشد، جمله ی چندم دنباله برابر صفر است؟

ششم

4

پنجم

3

چهارم

2

سوم

1

۲۳

اضلاع یک مثلث قائم الزاویه، تشکیل دنباله عددی می دهند، نسبت بزرگترین ضلع مثلث به کوچک ترین ضلع آن

چه قدر است؟

 $\frac{5}{3}$

4

 $\frac{5}{4}$

3

 $\frac{4}{3}$

2

 $\frac{12}{5}$

1





بین دو عدد ۱۰ و ۱۲، نوزده واسطه حسابی درج کرده ایم جمله دهم دنباله حسابی حاصل کدام است؟

۲۴

11

4

10/9

3

10

2

9/9

1

احتمال آن که مجموع دو تاس پرتاب شده با هم کوچکتر از ۹ باشد، چه قدر است؟

۲۵

$\frac{2}{3}$

4

$\frac{13}{18}$

3

$\frac{7}{9}$

2

$\frac{5}{12}$

1

