

ریاضی و آمار 3

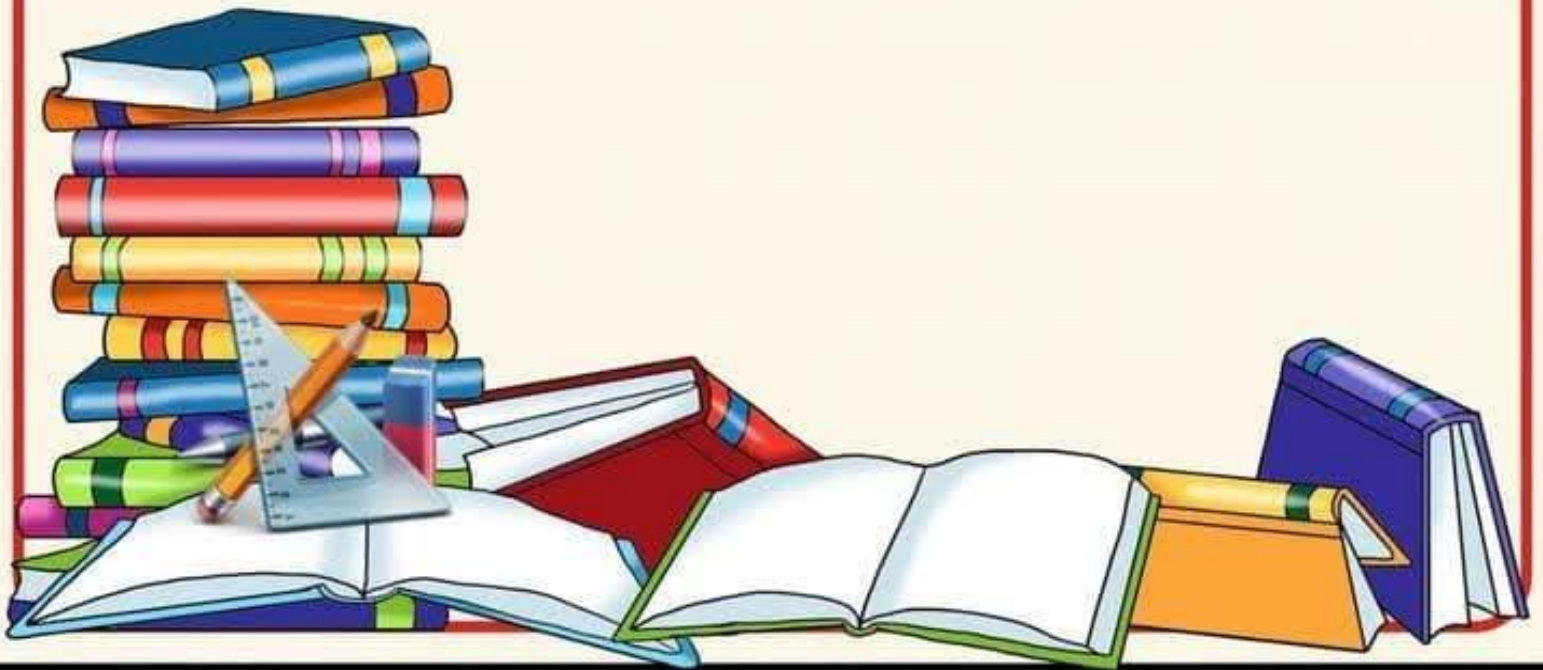
ویژه رشته انسانی



میراث: استاد مفتح



- ☒ ریاضیات جامع دکتر انصاری
- ☒ حرمی ناما
- ☒ مثال ریاضی فشریحی



$m \times n$

فضل ادر ریاضی در ازدهم ← اصل ضرب (شمارش) ← اتحالی و مطریق - و الحاق ←

$$\text{U} \leftarrow + \leftarrow \text{L}$$

و ← x ← اصل ضرب

$$\nu_X \mathcal{E} = 1 \nu$$

مسئله ← سیراز $\oplus$ افغان $\oplus$ تهران

اصل جمع : $m+n$ على اقل من m

مسئله: مسافری قوه‌ها از تهران به اراک می‌فرستد و بوی که (۲) از قم بخوراند. اگر از تهران تا قم ۳ راه و از قم به اراک ۲ راه وجود داشته باشد:

(ج) مسافر بھودھو مسافرین رفت و برگشت ان کے لیے ۱۲ روپے کی رقم دے گا۔
رفت و برگشت کیلئے نہیں ہے۔
 $12 \times 30 = 360 \Rightarrow$ رفت

$$\mu_X^r = 19$$

الف / مسافر میزد طریق از تهران به اراک مسافرت می کند.

(ب) معاصرین، فیزماریق معاصرین، وقت و بر است اجا می دهی^۸

$$\textcircled{+} \textcircled{b) \leftarrow 1P + 1P = 2P}$$
$$|X \cap Y| \leq |X| \times |Y| = 48$$

لے افتد ملت

$3 \times 2 = 6$ (circled in blue)
 $11 + 4 = 15$ (circled in blue)

$$w_1 = w \times |x| = 9$$
$$YI = Y \times I = Y$$

ناتوانی: ! ← حامله بزرگ هم عدد از خودش تا !

$$r! = r \times (r-1) \times (r-2) \times \dots \times 1 = r \times (r-1) \times (r-2) \times \dots \times 1$$
$$11 = 1$$
$$\omega! = \omega \times \epsilon \times \omega \times \omega = 1 \times \omega.$$
$$0 \leq 1$$
$$Y_1 = Y_X \omega_X E_X Y_X Y_X = \sqrt{Y_0}$$

نیلہ ← اعداد منفی! نہاڑو

سوال: حاصل البرست اور د

$$\frac{M!}{M!} = \frac{M!}{M \times E_X M!} = \frac{1}{Y.}$$
$$\frac{K!}{P!} + \frac{P!}{Q!} = K + P = Y$$
$$X \begin{pmatrix} \mu \\ \epsilon \end{pmatrix} = Y$$
$$(n+1)! = (n+1) \times n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 1$$
$$\frac{(n+1)!}{n!} = \frac{(n+1) \times \cancel{n!}}{\cancel{n!}} = n+1$$

! در علم و فن

d! $\frac{\omega \times \cancel{E_x} \cancel{E_x} \cancel{E_x} \cancel{E_x}}{\cancel{E_x} \cancel{E_x} \cancel{E_x} \cancel{E_x}} = \gamma_0$

$\frac{1}{\gamma_0} = \frac{1}{\gamma_0} = \gamma_0$

$$y_1 + w_1 = y + y - n \frac{w_1}{2} = y_0$$
$$\frac{\varepsilon!}{\mu!} = \frac{\varepsilon \cancel{\mu}}{\cancel{\mu}} = \mu$$

* $\partial |x^2| = 1 \cdot x^2 = x^2$.

$$\star \quad {}^w |x y| = \ell x y = 1 y$$
$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 1$$
$$\left(\begin{matrix} \psi \\ \psi \end{matrix} \right) = \psi \psi$$
$$(n-1)! = (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 1 \quad \frac{n!}{(n-1)!} = \frac{n \times \cancel{(n-1)!}}{\cancel{(n-1)!}} = n$$
$$\frac{14!}{2!} \neq 14!$$
$$(a!)^p \neq p a!$$
$$d! \times y! \neq 1.!$$
$$d!, -y! \neq w!$$

$$E A E A E A E = 4! \times 3! = 24 \times 6 = 144$$

کتاب علمی
۳، ۴

$$E E E E A A A$$

۱۴۴
ب) علم لکھم / لکھ لکھم

ک ل س ت ا ن

مثال: با حرف های مختلف

$$7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5040$$

$$7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5040$$

$$7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5040$$

جایگست عدد در رقم

۵، ۴، ۳، ۲، ۱ و ۰

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

۵، ۴، ۳، ۲، ۱ و ۰

با رقم

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$



اصل جمع

$$+ = - = \text{اصل مع}$$

اگر کاری را بتوان به دو روش انجام داد ، به طوری که در روش اول m انتخاب و در روش دوم n انتخاب وجود داشته باشد ، برای انجام کار مورد نظر $m+n$ روش وجود دارد. توجه کنید که نهایتاً قرار است کار فقط با یکی از شیوه ها انجام شود. در اصل جمع فقط یکی از انتخاب‌ها را داریم

مثال: امین قصد دارد به خاطر قبولی در یک آزمون به دوستش پوریا ، شیرینی بدهد . او با خود فکر میکند که پوریا را به یکی از دو مکان رستوران **(پا)** آب میوه فروشی دعوت کند. اگر به رستوران برود ، تنها یکی از 2 نوع غذای چلو خورشت قورمه سبزی و قیمه را می تواند انتخاب کند و اگر به آب میوه فروشی برود، تنها یکی از سه نوع آب میوه ی هویج ، سیب و پرتقال را می توان انتخاب کند. چند انتخاب برای پوریا وجود دارد؟

$$2 + 3 = 5$$

اصل ضرب

$$= \text{اصل ضرب به هم رس}$$

اگر انجام کاری شامل دو مرحله باشد، به طوری که برای انجام مرحله ی اول m انتخاب و برای هر کدام از این m روش ، مرحله ی دوم را بتوان به n روش انجام داد ، در کل مورد نظر با $m \times n$ روش قابل انجام است. توجه کنید که هر دو مرحله باید انجام پذیرد.

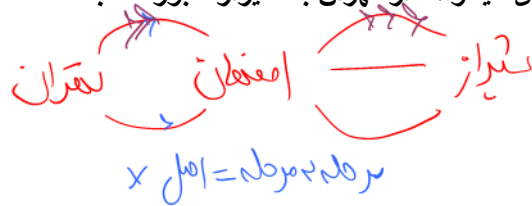
مثال: هفته ی بعد پوریا قصد دارد به خاطر تولدش امین را دعوت کند ، اما او می خواهد امین را هم به آن رستوران **(و)** هم به آن آب میوه فروشی ببرد و در رستوران یک انتخاب و در آب میوه فروشی هم یک انتخاب به او بدهد. امین چند نوع انتخاب خواهد داشت؟

$$1 \times 1 = 1$$



مثال: از تهران به اصفهان 2 راه و از اصفهان به شیراز 3 راه وجود دارد. مسافری میخواهد از تهران به شیراز عبور کند به گونه ای که حتما از اصفهان عبور کند.

الف) به چند طریق این مسافرت انجام میشود؟



$$2 \times 3 = 6$$

مرحله 2 مرحله 1 = اصل $\times$

$$9 + 9 = 18$$

$$9 \times 2 = 18$$

ب) به چند طریق مسافرت رفت و برگشت انجام میشود؟

رفت و برگشت
اصل $\times$ برگشت

ج) به چند طریق مسافرت رفت و برگشت انجام میشود به گونه ای که مسیرهای رفت و برگشت یکی باشد؟

$$9 \rightarrow 2 \times 3 = 6 \rightarrow 7 \oplus 1 = 8$$

رفت برگشت $\Rightarrow 1 \times 1 = 1 \Rightarrow$ مسیر برگشت



اگر چند شیء متمایز داشته باشیم ، به هر حالت چیدن آنها کنار هم ، یک **جایگشت** از آن اشیا می گوئیم.

جایگشت به ترتیب و نحوه قرار گرفتن اشیاء کنار هم جایگشتی دهم.

مثال: با ارقام 0 و 1 و 2 و 3 و 4 و 5 بدون تکرار ارقام

الف) چند عدد سه رقمی می توان نوشت؟

نکته: اولین رقم نمیتوان صفر بود
بنابراین آخرین رقم میتواند صفر

$$\frac{5}{\text{یکان}} \times \frac{5}{\text{دهگان}} \times \frac{4}{\text{صدگان}} = 100$$

ب) چند عدد سه رقمی زوج می توان نوشت؟

$$\frac{5}{\text{یکان}} \times \frac{4}{\text{دهگان}} \times \frac{1}{\text{صدگان}} = 20$$

$$\frac{5}{\text{یکان}} \times \frac{4}{\text{دهگان}} \times \frac{2}{\text{صدگان}} = 40$$

$$\frac{5}{\text{یکان}} \times \frac{4}{\text{دهگان}} \times \frac{1}{\text{صدگان}} = 20$$

$$\frac{5}{\text{یکان}} \times \frac{4}{\text{دهگان}} \times \frac{1}{\text{صدگان}} = 14 \rightarrow 34$$

ج) چند عدد سه رقمی مضرب 5 می توان ساخت؟

$$\frac{5}{\text{یکان}} \times \frac{4}{\text{دهگان}} \times \frac{3}{\text{صدگان}} = 60$$

د) چند عدد سه رقمی فرد می توان ساخت؟

مثال: در یک کشور نوعی اتومبیل در 5 مدل ، 10 رنگ ، 3 حجم موتور مختلف و 2 نوع دنده (اتوماتیک و غیر اتوماتیک) تولید می شود.



الف) چند نوع مختلف از این اتومبیل تولید می شود؟

ب) اگر یکی از رنگ های تولید شده مشکی باشد ، چند نوع از این اتومبیل با رنگ مشکی تولید می شود؟

پ) چند نوع از این اتومبیل مشکی دنده اتوماتیک تولید می شود؟

مثال: یک آزمون چند گزینه ای شامل 10 سوال 4 گزینه ای و 5 سوال 2 گزینه ای است. فردی قصد دارد به سوال ها به صورت تصادفی جواب دهد. او به چند روش می تواند این کار انجام دهد اگر: الف) اگر مجبور باشد به همه ی سوال ها جواب دهد؟

ب) بتواند سوال ها را بدون جواب هم بگذارد؟

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times (n-3) \times \dots \times 1$$

اگر n یک عدد طبیعی باشد ، حاصل ضرب اعداد طبیعی و متوالی از 1 تا n را بصورت $n!$

نمایش می دهیم. (قرار داد $0! = 1$)
 حاصل ضرب هر عدد از خودش یک بار



مثال: حاصل عبارت های فاکتوریل دار را بصورت ساده و حاصل ضرب ها زیر را با نماد فاکتوریل بدست آورید.

$$\frac{5!}{4!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 5$$

$$\frac{n!}{(n-4)!} = \frac{n \times (n-1) \times (n-2) \times (n-3) \times \cancel{(n-4)!}}{\cancel{(n-4)!}} = n \times (n-1) \times (n-2) \times (n-3)$$

مثال: 3 کتاب ریاضی متفاوت و 4 کتاب فیزیک متفاوت را به چند حالت می توان چید به طوری که :

الف) هیچ شرطی به میان نباشد.

$$3! \times 4! = 6 \times 24 = 144$$



حالت کتابخانه‌ها ✓ ✓ ✓ ✓

ب) کتاب های ریاضی کنار هم باشند؟

$$5! \times 3! = 120 \times 6 = 720$$

حالت کتابخانه‌ها ✓ ✓ ✓

ج) کتاب های فیزیک کنار هم باشند؟

$$4! \times 4! = 24 \times 24 = 576$$

حالت کتابخانه‌ها

د) کتاب های فیزیک کنار هم و کتاب های ریاضی کنار هم باشند؟

$$2! \times 4! \times 3! = 2 \times 24 \times 6 = 288$$

ه) کتاب ها یک در میان باشند؟

$$4! \times 3! = 24 \times 6 = 144$$

$$\frac{2}{\text{ریاضی}} \times \frac{5}{\text{ریاضی}} \times \frac{4}{\text{ریاضی}} \times \frac{3}{\text{ریاضی}} \times \frac{2}{\text{ریاضی}} \times \frac{1}{\text{ریاضی}} \times \frac{3}{\text{ریاضی}} = 720$$

$$4 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 2880$$

مثال: 4 کتاب ریاضی متفاوت و 4 کتاب فیزیک متفاوت را به چند طریق می توان یک در میان کنار هم قرار داد؟

$$4! \times 4! = 24 \times 24 = 576$$

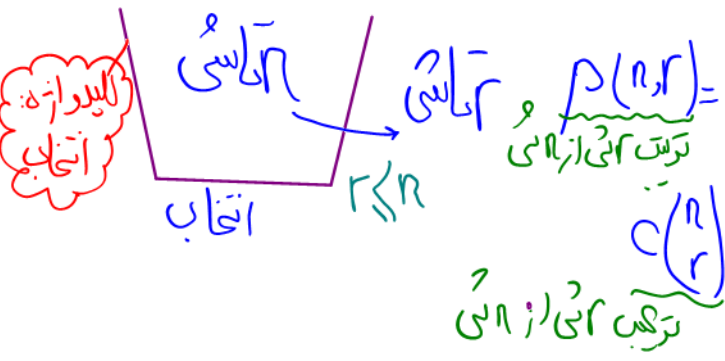
مثال: با ارقام 0 و 1 و 2 و 3 و 4 و 5 چند عدد سه رقمی می توان ساخت؟

$$\frac{5}{\neq} \times \frac{4}{\neq} \times \frac{4}{\neq} = 180$$

$$\frac{5}{\neq} \times \frac{5}{\neq} \times \frac{4}{\neq} = 100$$

ترتیب و ترکیب: (۱) ترتیب در انتخاب مهم است. ترتیب: P
 اعداد و ارقام / حرف و الفبای / میزبان میزگذا

(۲) ترتیب در انتخاب مهم نیست. ترکیب: C
 آهای بهرزه از آیس / میزبان میزگذا



$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

ترتیب از آهای

$$C(n, r) = \frac{n!}{r! \times (n-r)!}$$

ترکیب از آهای

$$P(5, 2) = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5!}{3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{3!} = 20$$

$$P(4, 3) = \frac{4!}{(4-3)!} = \frac{4!}{1!} = 4! = 24$$

$$C(5, 2) = \frac{5!}{2! \times (5-2)!} = \frac{5!}{2! \times 3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2 \times 3!} = 10$$

$$C(4, 3) = \frac{4!}{3! \times (4-3)!} = \frac{4!}{3! \times 1!} = \frac{4 \times 3!}{3!} = 4$$

تست از آهای: $P(7, 5) = 12$ مقدار n کدام است؟

$$P(4, 2) = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{4!}{2!} = \frac{4 \times 3 \times 2!}{2!} = 12$$

$$\frac{n!}{(n-r)!} = \frac{n!}{(n-(n-2))!} = \frac{n!}{(n-n+2)!} = \frac{n!}{2!} = 12 \Rightarrow n! = 2! \times 12 = 24 \Rightarrow n = 4$$

$$C(4, 1) \rightarrow C(n, 1) = n$$

$$C(4, 4) \rightarrow C(n, n) = 1$$

$$C(4, 3) \rightarrow C(n, n-1) = n$$

$$C(n, 0) = 1$$

$$C(5, 2) = \frac{5!}{2! \times 3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2 \times 3!} = 10$$

$$C(4, 3) = \frac{4!}{3! \times 1!} = \frac{4 \times 3!}{3!} = 4$$

$$\frac{4 \times 5}{1 \times 2} = 10$$

$$\frac{4 \times 5 \times 3}{1 \times 2 \times 3} = 10$$

حداقل ← لا اقل ← اقلا ← دست کم
 حداکثر ← دست زیاد

X ← 9
 + ← 2

$$C(7, 4) = \frac{7!}{4! \times 3!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3!}{4 \times 3! \times 3!} = 35$$

$$C(5, 3) = \frac{5!}{3! \times 2!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{3! \times 2!} = 10$$

تست ۱: از ۱۰ کتاب ادبی و ۸ کتاب علوم چند دسته ۳ تایی میسازیم؟ کتاب ادبی را ۲ کتاب علوم می توان انتخاب کرد؟

$$\binom{10}{2} \times \binom{8}{3} = \frac{10 \times 9}{2} \times \frac{8 \times 7 \times 6}{6} = 45 \times 8 = 360$$

کتاب ۱
 کتاب ۲
 کتاب ۳
 کتاب ۴
 کتاب ۵
 کتاب ۶
 کتاب ۷
 کتاب ۸
 کتاب ۹
 کتاب ۱۰

$$\binom{10}{3} = \frac{10 \times 9 \times 8}{6} = 120$$

تست ۲: روسی یک راز ۱۰ رقمی دارد. به تعدادی از این رقمی می توان شک کرد؟

$$\binom{10}{3} = \frac{10 \times 9 \times 8}{6} = 120$$

درجه ای می بهره قمر و در بهره آبی وجود دارد می خواهم ۳ بهره

۲. قرمز و زرد یا سبز، ۵ آبی
 (۵) × (۴) + (۵) × (۲) → $\frac{۳۰ + ۱۰}{۱ \times ۲} =$
 ۱ × ۴ + ۵ × ۲ = ۱۴

$$\binom{q}{p} = \frac{\cancel{v}^{\epsilon} \cancel{q}^{\mu}}{\cancel{1}^{\delta} \cancel{p}^{\delta}} = 1^{\delta}$$

$\frac{m}{n} \rightarrow$

$$\begin{pmatrix} f \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} g \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} f \\ 6 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} g \\ w \end{pmatrix}$$

(د) حداقل ۲ مهره آبی باشد. $\frac{7}{3}$

$$\binom{3}{0} \times \binom{7}{3} + \binom{3}{1} \times \binom{7}{2} = 1 \times 1 + 7 \times 3 = 22$$

 (ه) حداکثر ۱ مهره سبز باشد. $\frac{7}{3}$

$$\binom{3}{3} \times \binom{7}{0} + \binom{3}{2} \times \binom{7}{1} = 1 \times 1 + 3 \times 7 = 22$$

ה'תשנ"ב, ו' ניסן

$$\begin{pmatrix} v \\ v \end{pmatrix} = \frac{1 \times v}{1 \times 1} = 1$$

$$\begin{pmatrix} v \\ v \end{pmatrix} = \frac{2 \times v}{1 \times 1} = 2$$

نکته - 2^n ← تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه n عضو

تعداد زیرمجموعه‌های m عضو یک مجموعه n عضو $\rightarrow C(n, m)$

مثال: مجموعه $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ را در نظر بگیرید. (الف) این مجموعه چند زیرمجموعه دارد؟
 (ب) مجموعه چند زیرمجموعه ۳ عضوی دارد؟ $\frac{4 \times 3 \times 2}{1 \times 2 \times 3} = 4$ (ج) مجموعه چند زیرمجموعه ۴ عضوی دارد؟ $\frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{1 \times 2 \times 3 \times 4} = 1$
 (و) مجموعه چند زیرمجموعه ۳ عضوی که شامل a باشد دارد؟ $\frac{5}{2} = 10$ (خ) مجموعه چند زیرمجموعه ۳ عضوی که a و e شامل باشد دارد؟ $\frac{4}{3} = 4$
 (گ) مجموعه چند زیرمجموعه ۴ عضوی که شامل a باشد و f نباشد؟ $\frac{3 \times 2 \times 1}{1 \times 2 \times 3} = 1$
 تست ← یک مجموعه ۸ عضوی چند زیرمجموعه ۴ عضوی دارد؟ $\frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{1 \times 2 \times 3 \times 4} = 35$

احتمال: $\frac{\text{تعداد ای‌های مطلوب}}{\text{تعداد ای‌های ممکن}} = \frac{\text{جزء}}{\text{کلی}}$
 تعریف فضای نمونه ای: S
 تعریف رویداد تصادفی: A
 مثال: در تپان یکس احتمال آنکه ← عدد اول شده زوج باشد $P_A = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
 عدد اول شده بزرگتر از ۳ باشد $P_B = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$
 اول باشد $P_C = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$
 عدد زوج باشد $P_D = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
 عدد اول باشد $P_E = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$
 عدد زوج باشد $P_F = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

مثال: در تپان توپس احتمال آنکه ← هر یک عدد ۱ تا ۳ زوج باشد $P_A = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$
 هر ۲ عدد ۱ تا ۳ مضرب ۳ باشد $P_B = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$
 هر ۳ عدد ۱ تا ۳ مضرب ۳ باشد $P_C = \frac{1}{36}$
 مجموع دو عدد ۱ تا ۳ باشد $P_D = \frac{5}{36}$

مثال: در یکسای ۵ مهره قرمز، ۲ مهره آبی و ۳ مهره سفید داریم. به تصادف از یکسای ۳ مهره می‌گیریم. احتمال آنکه
 (الف) هر سه مهره سفید باشند: یا هر ۳ قرمز $\frac{1}{12}$ یا هر ۲ آبی $\frac{1}{12}$ یا هر ۱ آبی و ۱ قرمز و ۱ سفید $\frac{1}{12}$
 (ب) حداقل ۱ مهره آبی باشد: $\frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{1}{4}$
 (ج) احتمال ۱ مهره قرمز باشد: $\frac{1}{12}$
 احتمال ۲ مهره قرمز باشد: $\frac{1}{12}$
 احتمال ۳ مهره قرمز باشد: $\frac{1}{12}$

در کسبای ۷ مهره سیاه و ۲ مهره سفید وجود دارد. ۲ مهره سفید از کسبای انتخاب می کنیم. احتمال هرگز بودن ۱ مهره کدام است؟

$\frac{27}{55}$ $\frac{21}{55}$ $\frac{7}{55}$
 $P_A = \frac{\binom{7}{2} + \binom{4}{2}}{\binom{11}{2}} = \frac{21}{55}$
 $\frac{7 \times 6}{1 \times 2} = 21$ $\frac{4 \times 3}{1 \times 2} = 6$ $\frac{11 \times 10}{1 \times 2} = 55$

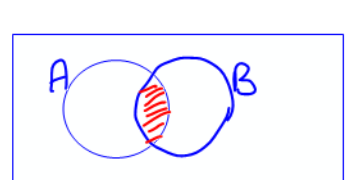


$P_A + P_{A'} = 1 \rightarrow P_{A'} = 1 - P_A$

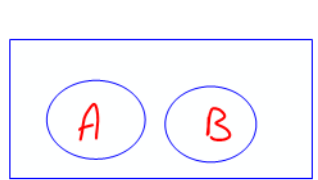
مثال: توانای را به کسب. احتمال آنکه اعداد مناسب میان نباشد؟

احتمال میان باشد = ۱ - احتمال میان نباشد
 $\frac{1}{36} = \frac{1}{6} - \frac{1}{7} = \frac{5}{7}$

احتمال آنکه A اتفاق بیفتد
 عدم وقوع اتفاق
 وقوع اتفاق
 احتمال آنکه A اتفاق بیفتد
 احتمال آنکه A اتفاق نیفتد
 احتمال آنکه A اتفاق بیفتد
 احتمال آنکه A اتفاق نیفتد
 احتمال آنکه A اتفاق بیفتد
 احتمال آنکه A اتفاق نیفتد



	توانای	احتمال
U	+	۱
A	x	۰



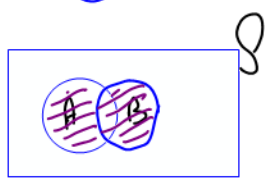
$A \cap B = \emptyset$
 اشتراک ندارند

$A \cap B \neq \emptyset$
 اشتراک دارند

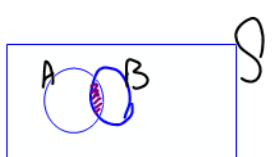
$P(A \cup B) = P_A + P_B - P(A \cap B)$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

احتمال آنکه A و B هر دو رخ دهند
 احتمال آنکه A رخ دهد
 احتمال آنکه B رخ دهد
 احتمال آنکه A و B هر دو رخ دهند
 احتمال آنکه A و B هر دو رخ دهند
 احتمال آنکه A و B هر دو رخ دهند



$A \cup B = \{u | u \in S, u \in A \vee u \in B\}$



$A \cap B = \{u | u \in S, u \in A \wedge u \in B\}$



$A - B = \{u | u \in S, u \in A, u \notin B\}$
 $B - A = \{u | u \in S, u \in B, u \notin A\}$

تست ۱ - اگر $P(A \cup B) = \frac{3}{5}$ و $P_B = \frac{11}{5}$ و $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$ باشد P_A کدام است؟
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
 $\frac{3}{5} = P_A + \frac{11}{5} - \frac{1}{8}$
 $\frac{3}{5} - \frac{11}{5} + \frac{1}{8} = P_A \rightarrow \frac{-8}{5} + \frac{1}{8} = P_A \rightarrow \frac{-64 + 5}{40} = P_A \rightarrow \frac{-59}{40} = P_A$

خلاصه ای دارم از این فرمول ها. احتمال آنکه:
 (الف) هر سه فرزندان در صبح بیدار شوند.
 (ب) هر سه فرزندان یک روز هفته بیدار شوند.
 (ج) هر سه فرزندان در روزهای مختلف بیدار شوند.

تست ۲ - احتمال آنکه در میان اعداد و مضرب برابر یا مجموع آن ها ۱ باشد کدام است؟
 $\frac{1}{36} = \frac{2}{9} + \frac{5}{12} + \frac{4}{11} + \frac{2}{9}$



ذرتب و ترتیب

ذرتب:

تعداد جایگشت های r تایی از n شی متمایز یا به عبارتی تعداد انتخاب های r شی از بین n شی متمایز را که در آنها ترتیب قرار گرفتن مهم باشد، با $p(n, r)$ نمایش میدهیم و مقدار آن از دستور زیر محاسبه می شود.

$$p(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

مثال: با حروف کلمه ((جهانگردی)) و بدون تکرار حروف:

الف) چند کلمه 8 حرفی می توان نوشت؟ چندتا از آنها به ((ی)) ختم می شوند؟

ی ✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓
۱ × ۷ × ۶ × ۵ × ۴ × ۳ × ۲ × ۱

ب) چند کلمه 8 حرفی می توان نوشت که در آنها حروف ((د)) و ((ی)) کنارهم قرار داشته باشند؟

ی د ✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓
۷! × ۲! = ۱۰۰۸۰

پ) چند کلمه 6 حرفی می توان نوشت؟ چندتا از آنها به ((گردی)) ختم می شود؟

ی د ر د ی ✓ ✓
۳! × ۱! = ۶

ت) چند کلمه 8 حرفی می توان نوشت که در آنها حروف کلمه ((جهان)) چهار حرف اول باشند؟

ج ه ا ن ✓ ✓ ✓ ✓
۵! × ۱! = ۱۲۰



مثال: با حروف کلمه ((گل پیرا)) و بدون تکرار حروف:

الف) چند کلمه ی 6 حرفی می توان نوشت؟ چقدر از آنها با ((گل)) شروع می شود؟

ب) چند کلمه 4 حرفی می توان نوشت؟

ج) چند کلمه 4 حرفی می توان نوشت که در آنها دو حرف ((پ)) و ((ر)) در کنار هم آمده باشند؟

ت) چند کلمه 5 حرفی می توان نوشت که در آنها حروف کلمه ((پیرا)) کنار هم آمده باشند؟

ترکیب:

به هر انتخاب r شی از n شی متمایز که آن ترتیب انتخاب اهمیت نداشته باشد یا به عبارتی به هر زیر مجموعه r عضوی از یک مجموعه n عضوی، یک ترکیب r تایی از n شی می گوئیم. تعداد ترکیب های r تایی

از n شی متمایز را معمولاً با $C(n, r)$ یا $\binom{n}{r}$ نمایش می دهیم و داریم:

۴!

مثال: الف) به چند طریق می توانیم چهار کتاب را در یک قفسه کنار هم بچینیم؟

$$\binom{4}{1} = 4$$

ب) به چند طریق می توانیم چهار کتاب را برای هدیه دادن به یک نفر انتخاب کنیم؟

مثال: در یک دوره مسابقات کشتی از بین 4 داور ایرانی، 3 داور ژاپنی و 2 داور روسی قرار است کمیته ای از داوران

تشکیل شود. به چند طریق می توان این کار را انجام داد اگر:

الف) کمیته 4 نفره باشد؟

$$\begin{array}{|l} 4 \text{ داور ایرانی} \\ 3 \text{ ژاپنی} \\ 2 \text{ روسی} \end{array} \quad n=9$$

$$C(9, 4)$$

ب) کمیته 3 نفره باشد و از هر یک از سه کشور یک نفر در کمیته باشد؟

$$\binom{4}{1} \times \binom{3}{1} \times \binom{2}{1} = 4 \times 3 \times 2 = 24$$

ج) کمیته 5 نفره باشد و دقیقاً دو داور ایرانی داشته باشد؟

$$r=5$$

$$\binom{4}{2} \times \binom{5}{3} = 6 \times 10 = 60$$

د) کمیته 5 نفره باشد و حداقل 3 داور ایرانی داشته باشد؟

$$\binom{4}{3} \times \binom{5}{2} + \binom{4}{2} \times \binom{5}{3} + \binom{4}{1} \times \binom{5}{4} = 10 \times 10 + 6 \times 5 + 4 \times 5 = 100 + 30 + 20 = 150$$





ه) کمیته 7 نفره باشد و شامل 3 داور ایرانی، 2 داور ژاپنی، 2 داور روسی باشد؟

پ) کمیته 5 نفره باشد حداقل یک داور ایرانی داشته باشد؟

مثال: از کیسه ای که شامل 3 مهره آبی، 4 مهره قرمز، 5 مهره سبز است می خواهیم 3 مهره انتخاب کنیم بطوری که
(الف) هیچ محدودیتی به میان نباشد؟

(ب) 2 مهره قرمز و 1 مهره سبز باشد؟

(ج) مهره ها هم رنگ باشند؟

(د) مهره ها هم رنگ نباشند؟

(ک) حداقل 1 مهره سبز باشد؟

(گ) حداکثر 2 مهره قرمز باشد؟

نکته ۱: اگر مجموعه ای n عضو داشته باشد 2^n زیرمجموعه دارد
نکته ۲: تعداد زیرمجموعه های m عضوی یک مجموعه n عضوی $\binom{n}{m}$

مثال: مجموعه $\{a, b, c, d, e, f, g\}$

(الف) چند زیر مجموعه دارد؟ $n=7$

$$2^7 = 128$$

(ب) چند زیر مجموعه 3 عضوی دارد؟

$$\binom{7}{3}$$





~~a, b, c, d, e, f, g~~

ریاضی 3

a _ _ _

(ج) چند زیر مجموعه 4 عضوی شامل عضو a وجود دارد؟

$$\binom{7}{3}$$

e a b _ _

(د) چند زیر مجموعه 4 عضوی شامل a, b و فاقد e وجود دارد؟

$$\binom{4}{2} = 7$$

مثال:

مجموعه شامل همه ی این حالت های ممکن ، فضای نمونه ای نامیده می شود. اگر این مجموعه را با S

بنامیم ، هر زیر مجموعه مانند S مانند A را یک پیشامد تصادفی در S می نامیم.

(۱-۱-۱) (۱-۱-۲) (۱-۲-۱) (۱-۲-۲)

(۲-۱-۱) (۲-۱-۲) (۲-۲-۱) (۲-۲-۲)

(۳-۱-۱) (۳-۱-۲) (۳-۲-۱) (۳-۲-۲)

(۴-۱-۱) (۴-۱-۲) (۴-۲-۱) (۴-۲-۲)

$$2^1 = 2^2 = 8$$

$$P = \frac{3}{8}$$

(الف) دقیقاً یک دختر در این خانواده متولد شده باشد؟

$$\frac{6}{8}$$

(ب) حداکثر یک دختر در خانواده متولد شده باشد؟

$$\frac{6}{8} = 0.75$$

(ج) تعداد فرزندان پسر و دختر برابر باشند؟

$$\frac{6}{8}$$

(د) تعداد فرزندان پسر از دختر بیشتر باشد؟

مثال: در جعبه ای 3 مهره ی قرمز و 2 مهره ی آبی قرار دارد. اگر 3 مهره به تصادف از این جعبه خارج کنیم احتمال آن را

بدست آورید که :

(الف) حداقل یک مهره آبی انتخاب شود؟

(ب) حداکثر یک مهره آبی انتخاب شود؟



(ج) هر سه مهره قرمز انتخاب شود؟

پیشامدهای رخ (عالم رخ) آید:

اگر A و B پیشامدهایی در فضای نمونه ای S باشند ، در این صورت :

(الف) اجتماع دو پیشامد : زمانی رخ میدهد که حداقل یکی از دو پیشامد رخ بدهد.



$$A \cup B = \{\omega | \omega \in S, \omega \in A \text{ یا } \omega \in B\}$$

(ب) اشتراک دو مجموعه : زمانی رخ می دهد که هر دو پیشامد باهم اتفاق بیفتد .

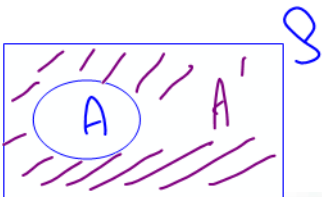


$$A \cap B = \{\omega | \omega \in S, \omega \in A \text{ و } \omega \in B\}$$

(ج) تفاضل دو پیشامد: زمانی رخ میدهد که A رخ بدهد و پیشامد B رخ ندهد.



$$A - B = \{\omega | \omega \in S, \omega \in A, \omega \notin B\}$$

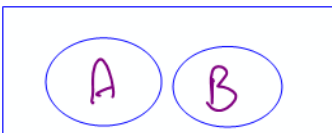
(د) متمم یک پیشامد: اگر A یک پیشامد از فضای نمونه ای S باشد ، متمم پیشامد A که با A' نمایش داده می شود، وقتی رخ میدهد که پیشامد A رخ ندهد.

$$P_{A'} = 1 - P_A$$

$$P_A = 1 - P_{A'}$$

$$P_A + P_{A'} = 1$$

پیشامد ناسازگار

اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند و $A \cap B = \emptyset$ در این صورت A و B را دو پیشامد ناسازگار می نامیم . در واقع دو پیشامد ناسازگار هیچگاه با هم اتفاق نمی افتند.

$$P(A \cup B) = P_A + P_B$$



مثال: دو تاس را با هم پرتاب میکنیم احتمال آن را بیابید که:

الف) هر دو تاس فرد و مجموع آنها 6 باشد؟

$$P_A = \frac{3}{36}$$

$$P_B = \frac{11}{36}$$

$$P_C = \frac{7}{36}$$

$$P_D = \frac{15}{36}$$

ب) هر دو تاس فرد یا مجموع دو تاس 6 باشد؟

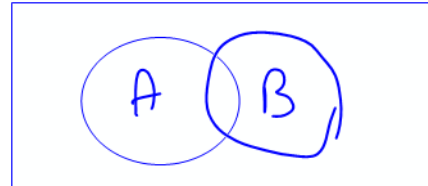
$$(1,1)(1,3)(3,1)(3,3) \\ (2,4)(4,2)(4,1)(1,4)(5,1)(1,5)(5,3)(3,5)(5,5)$$

ج) هر دو عدد تاس یکسان باشد؟

د) عدد دوم از عدد اول بزرگتر باشد؟

برای هر دو پیشامد A و B از فضای نمونه ای S ، همواره تساوی زیر برقرار است :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$



مجموعه‌ها بر علاء

آمار ، مجموعه ای از اعداد ، ارقام و اطلاعات است. علم آمار مجموعه روش هایی است که شامل جمع آوری اعداد و ارقام ، سازماندهی و نمایش ، تحلیل و تفسیر داده ها و در نهایت نتیجه گیری ، قضاوت و پیش بینی مناسب در مورد پدیده ها و آزمایش های تصادفی می شود.

تعریف جامعه یا جامعیت: مجموعه تمام افراد یا اشیایی که درباره یک یا چند ویژگی آنها تحقیق صورت گیرد ، جامعه یا جمعیت نامیده می شود و در هر یک از این افراد یا اشیا را عضو جامعه می نامند.

تعریف اندازه یا حجم جامعه: تعداد اعضای جامعه را اندازه ی جامعه یا حجم جامعه گویند.

تعریف نمونه: بخشی از جامعه که برای مطالعه انتخاب شود ، نمونه گویند و در هر یک از افراد یا اشیا



انتخاب شده را عضو نمونه گویند. که به تعداد اعضای آن، اندازه ی نمونه یا حجم نمونه گویند.
تعریف متغیر کمی: متغیر هایی را که قابل اندازه گیری هستند، متغیر های کمی گویند. (پیوسته و گسسته)

تعریف متغیر کیفی: متغیر هایی که قابل اندازه گیری نیستند، متغیر های کیفی گویند. (ترتیبی، اسمی)
مثال: انواع متغیر های زیر را مشخص کنید.

الف) سن:

ب) نمره ریاضی نهم:

ج) جنسیت:

د) قد و وزن:

ه) میزان هوش (هوش بالا، متوسط، پایین)



وقتی می خواهیم درباره ی موضوعی تحقیق کنیم نیاز به اطلاعاتی داریم که به آن داده می گویند. داده ها به صورت ارقام یا کلمات توصیفی هستند پس از به دست آوردن اطلاعات و جدول بندب و تحلیل و تفسیر باید نتیجه گیری کنیم. آمار مجموعه ای از اعداد و ارقام است.

علم آمار: مجموعه روش هایی که شامل:

- 1) جمع آوری اطلاعات
- 2) سازمان دهی
- 3) تحلیل و تفسیر
- 4) نتیجه گیری
- 5) قضاوت و پیش بینی مناسب

جامعه: به مجموعه ی تمام افرادی که تحقیق راجع به آن ها صورت می گیرد جامعه گویند. تعداد اعضای جامعه را اندازه یا حجم جامعه گویند.



مثال: وقتی در مورد نمرات ریاضی کلاس دهم مدرسه صحبت می شود جامعه ی آماری کلاس دهم مدرسه و اندازه و حجم آن دانش آموزان کلاس است.

نمونه: هرگاه اندازه ی جامعه به قدری بزرگ باشد که نتوان کل جامعه را بررسی کرد در این صورت قسمتی از جامعه را انتخاب که به آن نمونه گویند و همه ی ویژگی های جامعه را دارد.

سرشماری: اگر مطالعه ی جامعه به گونه ای باشد که کل جامعه بررسی شود به این حالت سرشماری گویند.

متغیر: یک شاخصه و ویژگی از همه ی اعضای جامعه یکسان نیست و از عضو به عضو دیگر تغییر می کند و عددی که به این ویژگی اختصاص می یابد مقدار متغیر است.

متغیر ها بر دو نوع هستند. الف) کمی ب) کیفی

متغیرهای کمی: متغیرها و ویژگی هایی که قابل اندازه گیری هستند.

متغیرهای کیفی: متغیرهایی که قابل اندازه گیری نیستند.

متغیرهای کمی 2 نوع است:

کمی گسسته: متغیرهایی که مقدار به خود می گیرند تعداد کارمندان

کمی پیوسته: متغیرهایی که در یک بازه بین 2 عدد تا قرار دارند قد دانش آموزان

متغیرهای کیفی 2 نوع است:

کیفی ترتیبی: متغیرهایی که دارای مرحله و ترتیب است تحصیلات دانشگاهی

کیفی اسمی: که قابل اندازه گیری نباشد و ترتیب نداشته باشد جنسیت زن و مرد

مثال: نوع متغیرهای زیر را معلوم کنید.

(1) نوع آلودگی هوا

(2) فاصله

(3) مقام های ورزشکار

(4) سال تولید خودرو

دنباله ها ← هر جمله از اعداد که می بینیم مکرر تر شده باشد دنباله ی دوم

۱۹، ۱۷، ۱۵، ۱۴، ۱۳، ۱۲، ۱۱، ۱۰، ۹، ۸، ۷، ۶، ۵، ۴، ۳، ۲، ۱

۱۹، ۱۷، ۱۵، ۱۴، ۱۳، ۱۲، ۱۱، ۱۰، ۹، ۸، ۷، ۶، ۵، ۴، ۳، ۲، ۱

یک جمله از دنباله اندکی $n \in \mathbb{N}$ طبیعی

خود جمله

$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 \dots a_n, a_{n+1}, a_{n+2}, a_{n+3}, a_{n+4}$

نکته: هر دنباله ضروری دارد که آن ضروری می گویند و آن را با a_n نمایش می دهیم.

$a_n = 2n^2 + 4$

$n=1 \rightarrow a_1 = 6$
 $n=2 \rightarrow a_2 = 12$
 $n=3 \rightarrow a_3 = 22$
 $n=4 \rightarrow a_4 = 36$

$a_n = \frac{n+1}{2n}$

$\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}$

مثال: در هر یک از دنباله های زیر چهار جمله اول را بدست آورید.

$t_n = n + 3$

$t_1 = 4$
 $t_2 = 5$
 $t_3 = 6$
 $t_4 = 7$

$t_n = -2n - 1$

$n=1 \rightarrow t_1 = -3$
 $n=2 \rightarrow t_2 = -5$
 $n=3 \rightarrow t_3 = -7$
 $n=4 \rightarrow t_4 = -9$

ضروری می گویند / چندتا جمله اول دنباله ها را بدست آورید

• • • • •

$a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$

$f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$

(۱) دنباله مربعی $a_n = n^2$

(۲) دنباله مثلثی $a_n = \frac{n(n+1)}{2}$

(۳) فیبوناچی $1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144$

دنباله ای که از ۱ و ۱ شروع می شود و هر جمله برابر با مجموع دو جمله قبلی

$121 \rightarrow 11^2$
 $144 \rightarrow 12^2$

$a_n = \frac{n(n+1)}{2}$

$n=10 \rightarrow \frac{10 \times 11}{2} = 55$
 $n=11 \rightarrow \frac{11 \times 12}{2} = 66$

$121 + 144 = 265$

لست: $a_n = 2n^2 + 1$ و $b_n = 4n + 7$ با هم برابر است؟

اول $3 \neq 11$
 دوم $9 \neq 15$
 سوم $19 = 19$

لست: در دنباله مثلثی مجموع جمله های 121 و 144 با هم برابر است؟

$121 + 144 = 265$

$10 + 33 + 177 + 3 + 10 = 223$

19

لست: $a_n = \frac{n^2 - 12}{4n}$ برابر با ۱ است؟

$11^2 = 121$

$74 + 36 + 11 = 121$

دنباله بازگشتی $\Leftarrow$ دنباله مرحله به مرحله هر جمله بستگی دارد

مثال: اگر $a_1 = 1$ و فرمول جمله عمومی $a_n = a_{n-1} + 3$ جمله چهارم را بدست آوریم.

$$\begin{aligned} n=1 &\rightarrow a_1 = 1 \\ n=2 &\rightarrow a_2 = a_1 + 3 = 4 \\ n=3 &\rightarrow a_3 = a_2 + 3 = 7 \\ n=4 &\rightarrow a_4 = a_3 + 3 = 10 \end{aligned}$$

10, 7, 4, 1

$$a_n = 2a_{n-1} + 2 \quad a_1 = 3$$

$$\begin{aligned} n=1 &\rightarrow a_1 = 3 \\ n=2 &\rightarrow a_2 = 2a_1 + 2 = 8 \\ n=3 &\rightarrow a_3 = 2a_2 + 2 = 18 \\ n=4 &\rightarrow a_4 = 2a_3 + 2 = 38 \end{aligned}$$

$$a_{n+1} = -2a_n - n \quad a_1 = 2$$

$$\begin{aligned} n=1 &\rightarrow a_2 = -2a_1 - 1 = -5 \\ n=2 &\rightarrow a_3 = -2a_2 - 2 = 8 \\ n=3 &\rightarrow a_4 = -2a_3 - 3 = -19 \\ n=4 &\rightarrow a_5 = -2a_4 - 4 = 38 \end{aligned}$$

اگر $a_{n+1} = a_n + (n+1)$ ، این سری کدام نوع است؟

لست دنباله بازگشتی

$$\begin{aligned} a_1 &= 1 \\ a_2 &= 3 \\ a_3 &= 6 \\ a_4 &= 10 \\ a_5 &= 15 \end{aligned}$$

$$a_n = n^2 \quad (1, 4, 9, 16, 25)$$

$$\begin{aligned} n=1 &\rightarrow a_2 = a_1 + 2 = 3 \\ n=2 &\rightarrow a_3 = a_2 + 3 = 6 \\ n=3 &\rightarrow a_4 = a_3 + 4 = 10 \\ n=4 &\rightarrow a_5 = a_4 + 5 = 15 \\ n=5 &\rightarrow a_6 = a_5 + 6 = 21 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (f(a_n) - b_n) \times c &= (f(15) - 3) \times 13 = 17 \times 13 = 221 \\ c_n &= n^2 - n + 5 \\ c &= 14 - \sqrt{14+5} = 13 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_n &= \left[3n - \frac{1}{n} \right] \quad b_n = 2 + (-1)^n \\ a_2 &= \left[6 - \frac{1}{2} \right] = \left[5.5 \right] = 5 \\ b_2 &= 2 + (-1)^2 = 3 \end{aligned}$$

172
178
218
221

$$2, 4, 6, 8, 10, \dots \rightarrow +2$$

$$100, 90, 80, 70, 60, \dots \rightarrow -10$$

$$\begin{aligned} a_2 - a_1 &= 90 - 100 = -10 \\ a_3 - a_2 &= 80 - 90 = -10 \\ a_4 - a_3 &= 70 - 80 = -10 \end{aligned} \rightarrow d = a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = -10$$

دنباله حسابی
تفاضل عددی
صورتی/افزاینده $d > 0$
نزولی/کاهشی $d < 0$
عدد ثابت $d = 0$

$$a_1 = 1$$

$$d = 4$$

۱، ۵، ۹، ۱۳

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_{10} = a_1 + 9d = 1 + 9(4) = 37$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

← اینده
← اول
← تعداد جرات
← ترتیب

a, ... b
واری حسابی

$$a_n = a_1 + vd = -5 + 7(-2)$$

$$-5 - 14 = -19$$

$$a_1 = -5$$

$$d = -2$$

a ... C ... b
اول ... وسط ... آخر

$$2C = a + b$$

جرات دنباله اول دارم

۲۲ و ۱۷ و ۱۲ و ۷ و ۲ کدام است؟

$$a_n = 2n + 3$$

$$a_n = 4n - 1$$

است ← کدام دنباله

$$a_n = 5n - 3$$

$$a_n = 5n + 2$$

در یک دنباله حسابی جرات هفتم و بیستم ۱۷ و ۴۱ است. جرات کدام است؟

۳۰

۲۹

۳۱

۲۷

$$a_1 + 9d$$

$$-7 + 9(4) = -7 + 36 = 29$$

$$a_7 = 17 \rightarrow a_1 + 6d = 17$$

$$a_{13} = 41 \rightarrow a_1 + 12d = 41$$

$$\begin{cases} a_1 + 6d = 17 \\ a_1 + 12d = 41 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -a_1 - 6d = -17 \\ a_1 + 12d = 41 \end{cases}$$

$$a_1 + 12(4) = 41$$

$$a_1 + 48 = 41 \rightarrow a_1 = -7$$

$$a_1 + 48 = 41 \rightarrow a_1 = -7$$

کدام است؟ $2k+1$ و $3k-4$ و $2k+3$ و $3k+3$

$$2b = a + c$$

$$2(2k-4) = 2k+1 + 3k+3$$

$$4k-8 = 5k+4$$

$$-8-4 = 5k-4k$$

$$-12 = k$$

۱۵

۱۲

-۱۵

-۱۲

است ← اگر



الگوی خطی

الگوهایی که در آنها اختلاف هر دو جمله ی متوالی عددی ثابت باشد را **الگوی خطی** می نامند. دلیل نام گذاری این الگوها این است که مختصات تمام نقاط این الگو در معادله خط گفته شده ، صدق می کند. به طور کلی الگوهایی که جمله عمومی آنها بصورت $t_n = an + b$ می باشد را الگوهای خطی می نامیم که در آن a و b اعداد حقیقی دلخواه و ثابت هستند. نکته: میزان تغییر جملات متوالی این الگو برابر با ضریب n می باشد.

مثال: C_n جمله عمومی یک الگوی خطی است که در آن $C_4 = 17$ و $C_{10} = 41$ در این صورت حاصل C_n را مشخص کنید؟



الگوهای عددی که در آن تعدادی عدد پشت سرهم قرار می گیرند را یک دنباله می نامیم. این اعداد ، جملات دنباله نامیده می شوند.



مثال: در هر مورد سه جمله بعدی را بنویسید و سعی کنید جمله عمومی دنباله را حدس بزنید؟

الف) $1, -2, -3, -4, \dots$

ب) $5, 18, 31, 44, \dots$

پ) $1, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}, \dots$

ت) $-2, 1, \frac{-1}{2}, \frac{1}{4}, \dots$

د) $1, 2, 4, 7, \dots$

ج) $0.1, 0.01, 0.001, \dots$

ف) $1, 1, 2, 3, 5, 8, \dots$

ه) $-1, 8, 27, -64, 125, \dots$

دنباله ی حسابی :

دنباله ای از اعداد که اختلاف بین هر دو عدد آن ، مقدار ثابتی به نام قدر نسبت (d) است را دنباله ی حسابی می نامیم .

$$a_1, a_1 + d, a_1 + 2d, \dots \rightarrow a_n = a_1 + (n - 1)d$$

جمله عمومی



رابطه حسابی ← $a_n = a_1 + (n-1)d$

قدربت → $a_1 = a_1 + 0d$
 $a_2 = a_1 + 1d$
 $a_3 = a_1 + 2d$
 $a_4 = a_1 + 3d$

چند مثال مهم: $a_1, d = 9$

مثال: جمله ی دهم از دنباله ی حسابی ... و 3 و 0 و -3 را بدست آورید.

$d = a_2 - a_1 = 0 - (-3) = 3$

$a_1 + 9d = (-3) + 9(3) = -3 + 27 = 24$

$a_{10} = a_1 + 9d$

رابطه حسابی: $a - b = c$ → $2b = a + c$

مثال: دنباله ی حسابی 279 و ... و 7 و 3 و -1 را در نظر بگیرید.

الف: این دنباله چند جمله دارد؟

$a_1 = -1$
 $a_n = 279$
 $d = 3 - (-1) = 4$

$a_n = a_1 + (n-1)d$
 $279 = -1 + (n-1) \times 4$
 $280 = 4n - 4$
 $284 = 4n$
 $n = \frac{284}{4} = 71$

ب: عدد 51 جمله ی چندم این دنباله است؟

$a_n = a_1 + (n-1)d$
 $51 = -1 + (n-1) \times 4$
 $52 = 4n - 4$
 $56 = 4n$
 $n = \frac{56}{4} = 14$

مثال: در دنباله ی حسابی ... و 100 و 103 - چند جمله ی کوچکتر از 5 وجود دارد؟

$$d = \frac{a_m - a_n}{m - n}$$

اگر a_m, a_n دو جمله ی غیر متوالی از یک دنباله باشند داریم:



اگر سه عدد a, b, c و جملات متوالی یک دنباله حسابی باشند، در این صورت $2b = a + c$ را واسطه حسابی a و c می گوئیم.



مثال: بین 20 و 80 دو واسطه حسابی درج کنید؟



مثال: در یک تصاعد عددی $a_7 = 20$ ، حاصل $a_7 + a_{11} + a_6 + a_8$ چقدر است؟

مثال: در یک دنباله عددی، مجموع جملات اول، دوم و سوم برابر 12 و مجموع جملات هفتم، هشتم، نهم برابر 48 است.

قدر نسبت این دنباله کدام است؟

$$\begin{aligned}
 & a_1 + a_2 + a_3 = 12 \rightarrow a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 12 \rightarrow 3a_1 + 3d = 12 \\
 & a_7 + a_8 + a_9 = 48 \rightarrow a_1 + 6d + a_1 + 7d + a_1 + 8d = 48 \rightarrow 3a_1 + 21d = 48 \\
 & \begin{cases} 3a_1 + 3d = 12 \\ 3a_1 + 21d = 48 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a_1 + d = 4 \\ a_1 + 7d = 16 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a_1 + d = 4 \\ a_1 + 7d = 16 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a_1 + d = 4 \\ 6d = 12 \end{cases} \\
 & \rightarrow \begin{cases} a_1 + d = 4 \\ d = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a_1 + 2 = 4 \\ d = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a_1 = 2 \\ d = 2 \end{cases} \\
 & a_{10} = a_1 + 9d = 2 + 9(2) = 20
 \end{aligned}$$

مثال: اگر به قدر نسبت یک دنباله ی حسابی 4 واحد اضافه کرده و از جمله ی اول آن 3 واحد کم کنیم، جمله بیستم آن چه تغییری نسبت به قبل می کند؟

مثال: در یک تصاعد حسابی، مجموع پنج جمله ی اول تصاعد برابر 5 و مجموع 5 جمله ی دوم تصاعد برابر 20 است. قدر

نسبت این تصاعد از جمله ی اول چقدر بیشتر است؟

Sum = مجموع
number = تعداد

$\rightarrow S_n = \sum_{i=1}^n a_i$ مجموع n جمله

$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$

حل آخر

لنأخذ مثالاً

مثلاً

مثلاً

مثلاً

قد يثبت

$n = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2}$

$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$

$\frac{\pi}{\gamma}$

V/ϵ

$$S_n = \frac{n}{\gamma} [\gamma a_1 + (n-1)\epsilon]$$

للتأكد من أن المجموع هو 7/ε

$$S_n = \frac{7n^2 - n}{4}$$

$$S_1 = 1/4 \quad \frac{1}{4} + a_2 = \frac{7}{4} \quad a_2 = \frac{6}{4}$$

$$S_2 = 7/4 \rightarrow a_1 + a_2 = \frac{7}{4}$$

$$d = a_2 - a_1 = \frac{6}{4} - \frac{1}{4} = \frac{5}{4} = 1$$

$$S_{19} = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2} \rightarrow S_{19} = \frac{19[2(10) + 18(6)]}{2}$$

$$S_{19} = \frac{19(20 + 108)}{2} = \frac{19(128)}{2} = 19 \times 64$$

[illegible]

: 3 ماهه

$$Q_n = Q_1 + (n-1)d \rightarrow \text{تدریج}$$

$$Q_1 = Q_1 + 0d$$

$$Q_2 = Q_1 + 1d$$

$$Q_5 = Q_1 + 4d$$

دنباله حسابی :

$$a \leftarrow b \leftarrow c$$

$$2b = a + c$$
 (رابطه میان سه جمله در یک دنباله حسابی)

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$
 فرمول مجموع n جمله در دنباله حسابی

$$S_n = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2}$$
 *

سوال ۱۳۴۴ مجموع عدد اول دینا

۱۷۵ - ۵, ۰, ۵ - برابر ۱۷۵ است؟

$$S_n = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2} \Rightarrow 175 = \frac{n[2(-5) + (n-1)(5)]}{2}$$

$$175 = \frac{n[10 + 5n - 5]}{2} \Rightarrow 175 = \frac{n[-5 + 5n]}{2}$$

۹
10
11
12

سوال ۱۴۷۳ ← جمله اول و اختلاف مستطک با هم برابرند اگر جمله ششم ۳۰۰۰
 باید مجموع ۲۰ جمله اول را بدست آوریم؟

$$S_n = \frac{n(2a_1 + (n-1)d)}{2}$$

$$2000 = \frac{20(2a_1 + 19d)}{2}$$

$$2000 = 10(2a_1 + 19d)$$

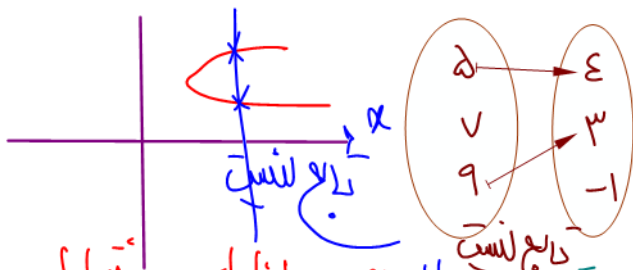
$$200 = 2a_1 + 19d$$

$$2a_1 = 200 - 19d$$

$$a_1 = 100 - \frac{19d}{2}$$

 در اینجا d باید زوج باشد
 اگر $d=2$ $a_1=90$
 اگر $d=4$ $a_1=77$
 اگر $d=6$ $a_1=64$
 اگر $d=8$ $a_1=51$
 اگر $d=10$ $a_1=38$
 اگر $d=12$ $a_1=25$
 اگر $d=14$ $a_1=12$
 اگر $d=16$ $a_1=-1$
 اگر $d=18$ $a_1=-14$
 اگر $d=20$ $a_1=-27$
 اگر $d=22$ $a_1=-40$
 اگر $d=24$ $a_1=-53$
 اگر $d=26$ $a_1=-66$
 اگر $d=28$ $a_1=-79$
 اگر $d=30$ $a_1=-92$
 اگر $d=32$ $a_1=-105$
 اگر $d=34$ $a_1=-118$
 اگر $d=36$ $a_1=-131$
 اگر $d=38$ $a_1=-144$
 اگر $d=40$ $a_1=-157$
 اگر $d=42$ $a_1=-170$
 اگر $d=44$ $a_1=-183$
 اگر $d=46$ $a_1=-196$
 اگر $d=48$ $a_1=-209$
 اگر $d=50$ $a_1=-222$
 اگر $d=52$ $a_1=-235$
 اگر $d=54$ $a_1=-248$
 اگر $d=56$ $a_1=-261$
 اگر $d=58$ $a_1=-274$
 اگر $d=60$ $a_1=-287$
 اگر $d=62$ $a_1=-300$
 اگر $d=64$ $a_1=-313$
 اگر $d=66$ $a_1=-326$
 اگر $d=68$ $a_1=-339$
 اگر $d=70$ $a_1=-352$
 اگر $d=72$ $a_1=-365$
 اگر $d=74$ $a_1=-378$
 اگر $d=76$ $a_1=-391$
 اگر $d=78$ $a_1=-404$
 اگر $d=80$ $a_1=-417$
 اگر $d=82$ $a_1=-430$
 اگر $d=84$ $a_1=-443$
 اگر $d=86$ $a_1=-456$
 اگر $d=88$ $a_1=-469$
 اگر $d=90$ $a_1=-482$
 اگر $d=92$ $a_1=-495$
 اگر $d=94$ $a_1=-508$
 اگر $d=96$ $a_1=-521$
 اگر $d=98$ $a_1=-534$
 اگر $d=100$ $a_1=-547$
 اگر $d=102$ $a_1=-560$
 اگر $d=104$ $a_1=-573$
 اگر $d=106$ $a_1=-586$
 اگر $d=108$ $a_1=-599$
 اگر $d=110$ $a_1=-612$
 اگر $d=112$ $a_1=-625$
 اگر $d=114$ $a_1=-638$
 اگر $d=116$ $a_1=-651$
 اگر $d=118$ $a_1=-664$
 اگر $d=120$ $a_1=-677$
 اگر $d=122$ $a_1=-690$
 اگر $d=124$ $a_1=-703$
 اگر $d=126$ $a_1=-716$
 اگر $d=128$ $a_1=-729$
 اگر $d=130$ $a_1=-742$
 اگر $d=132$ $a_1=-755$
 اگر $d=134$ $a_1=-768$
 اگر $d=136$ $a_1=-781$
 اگر $d=138$ $a_1=-794$
 اگر $d=140$ $a_1=-807$
 اگر $d=142$ $a_1=-820$
 اگر $d=144$ $a_1=-833$
 اگر $d=146$ $a_1=-846$
 اگر $d=148$ $a_1=-859$
 اگر $d=150$ $a_1=-872$
 اگر $d=152$ $a_1=-885$
 اگر $d=154$ $a_1=-898$
 اگر $d=156$ $a_1=-911$
 اگر $d=158$ $a_1=-924$
 اگر $d=160$ $a_1=-937$
 اگر $d=162$ $a_1=-950$
 اگر $d=164$ $a_1=-963$
 اگر $d=166$ $a_1=-976$
 اگر $d=168$ $a_1=-989$
 اگر $d=170$ $a_1=-1002$
 اگر $d=172$ $a_1=-1015$
 اگر $d=174$ $a_1=-1028$
 اگر $d=176$ $a_1=-1041$
 اگر $d=178$ $a_1=-1054$
 اگر $d=180$ $a_1=-1067$
 اگر $d=182$ $a_1=-1080$
 اگر $d=184$ $a_1=-1093$
 اگر $d=186$ $a_1=-1106$
 اگر $d=188$ $a_1=-1119$
 اگر $d=190$ $a_1=-1132$
 اگر $d=192$ $a_1=-1145$
 اگر $d=194$ $a_1=-1158$
 اگر $d=196$ $a_1=-1171$
 اگر $d=198$ $a_1=-1184$
 اگر $d=200$ $a_1=-1197$
 اگر $d=202$ $a_1=-1210$
 اگر $d=204$ $a_1=-1223$
 اگر $d=206$ $a_1=-1236$
 اگر $d=208$ $a_1=-1249$
 اگر $d=210$ $a_1=-1262$
 اگر $d=212$ $a_1=-1275$
 اگر $d=214$ $a_1=-1288$
 اگر $d=216$ $a_1=-1301$
 اگر $d=218$ $a_1=-1314$
 اگر $d=220$ $a_1=-1327$
 اگر $d=222$ $a_1=-1340$
 اگر $d=224$ $a_1=-1353$
 اگر $d=226$ $a_1=-1366$
 اگر $d=228$ $a_1=-1379$
 اگر $d=230$ $a_1=-1392$
 اگر $d=232$ $a_1=-1405$
 اگر $d=234$ $a_1=-1418$
 اگر $d=236$ $a_1=-1431$
 اگر $d=238$ $a_1=-1444$
 اگر $d=240$ $a_1=-1457$
 اگر $d=242$ $a_1=-1470$
 اگر $d=244$ $a_1=-1483$
 اگر $d=246$ $a_1=-1496$
 اگر $d=248$ $a_1=-1509$
 اگر $d=250$ $a_1=-1522$
 اگر $d=252$ $a_1=-1535$
 اگر $d=254$ $a_1=-1548$
 اگر $d=256$ $a_1=-1561$
 اگر $d=258$ $a_1=-1574$
 اگر $d=260$ $a_1=-1587$
 اگر $d=262$ $a_1=-1600$
 اگر $d=264$ $a_1=-1613$
 اگر $d=266$ $a_1=-1626$
 اگر $d=268$ $a_1=-1639$
 اگر $d=270$ $a_1=-1652$
 اگر $d=272$ $a_1=-1665$
 اگر $d=274$ $a_1=-1678$
 اگر $d=276$ $a_1=-1691$
 اگر $d=278$ $a_1=-1704$
 اگر $d=280$ $a_1=-1717$
 اگر $d=282$ $a_1=-1730$
 اگر $d=284$ $a_1=-1743$
 اگر $d=286$ $a_1=-1$

$$y=f(x)$$



تابع: تقریب تابع
 - زنجیر مرتب
 - نمودارون
 - جدول
 - ضابطه
 - توان زوج و نامزوج
 - زیر را با توان زوج و نامزوج
 - داخل ایا جاست
 - نمودار رسم شده
 - تابع نسبت

$$f(x) = x + 5 \quad \sqrt{x+5} = 11$$

$$x + |y| = 9$$

مستقیم است - محور x - مولف اول - معقل اول - عددی - دامنه تابع D_f
 - دایره - عرض - y - دایره - عددی - بردار R_f

- (1) تابع خطی (2) تابع درجه 2 (3) تابع ثابت (4) تابع همبندی (5) تابع معکوس (6) تابع یکنواختی (7) تابع معکوس (8) تابع ثابت (9) تابع همبندی (10) عملیات روی تابع

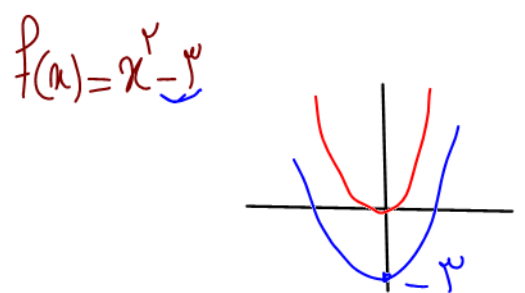
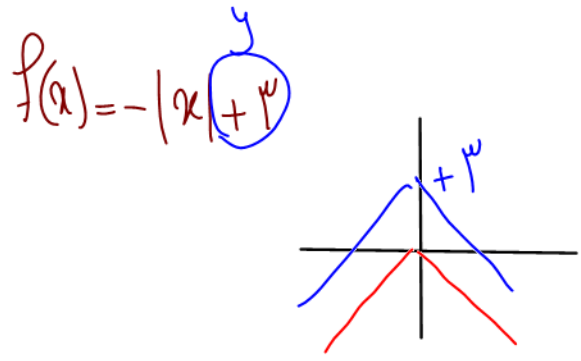
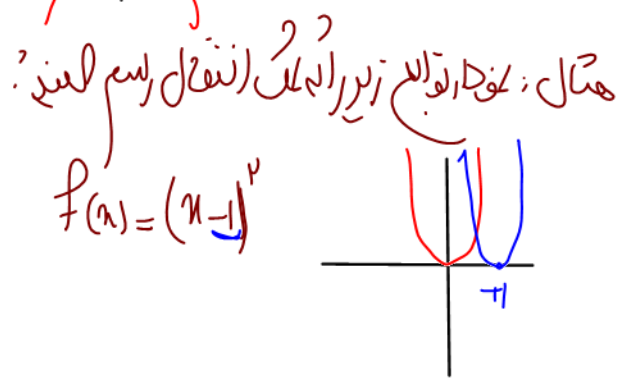
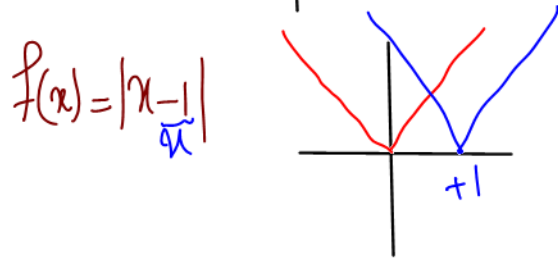
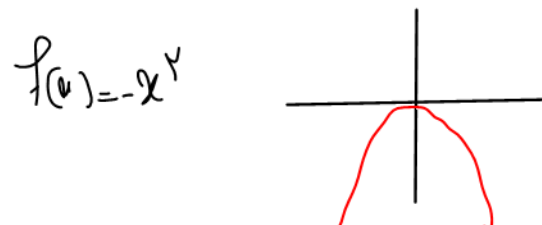
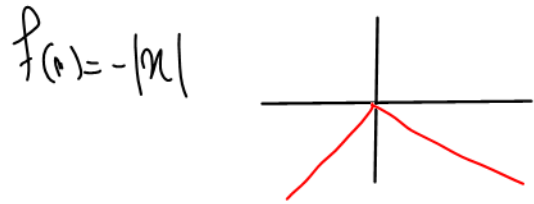
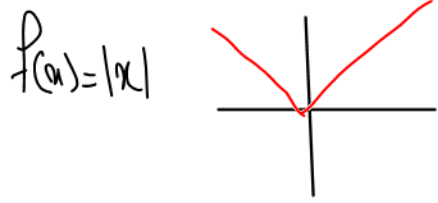
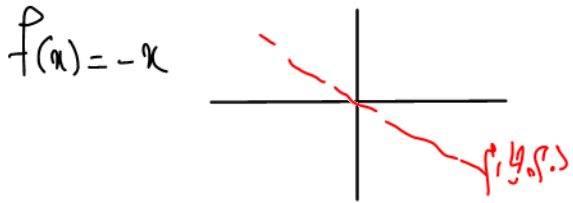
عرف از 3 نقطه
 $y = ax + b$
 مثال: مقدارهای را بنویسید
 $y = 4x - 1$
 $x_A = 1$
 $y_A = 3$
 $x_B = -1$
 $y_B = -5$
 $b = -1$

تابع خطی
 $f(x) = ax + b$
 مثال: مقدارهای را بنویسید که $f(1) = 4$ و $f(0) = 2$
 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
 $B = \begin{bmatrix} 4 & 2 \end{bmatrix}$
 $y = ax + b \rightarrow y = 4x - 2$
 $b = -2$

محل تلاقی = محل برخورد
 مثال: محل برخورد دو تابع
 $f(x) = 3x + 1$ و $f(x) = 2x - 4$
 $3x - 4 = 3x + 1$
 $-4 - 1 = 3x - 2x$
 $-5 = x$
 $T = (-5, -14)$

نقطه به خطوط موازی و عمود
 $f(x) = ax + b$
 $f(x) = ax + c$
 $f(x) = \frac{1}{a}x + d$

نقطه 2
 فاصله دو نقطه به محل دو نقطه
 $|AB| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$
 مثال: فاصله دو نقطه $A(2, -1)$ و $B(3, -2)$ را بنویسید
 $|AB| = \sqrt{(3-2)^2 + (-2-(-1))^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$



جایگیت: $-x \rightarrow x$: عدد مرتب $\Rightarrow$ معکوس

آمار و احتمال دنباله ها

① اصل مرتب: $x \leftarrow 0$
 اصل جمع: $0 \leftarrow x$

$p(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$ ترتیب در ترکیب

$c\left(\frac{n}{r}\right) = \frac{n!}{r!(n-r)!}$

$P_A = \frac{n(A)}{n(S)}$

$\rightarrow P^n =$ احتمال n

$\left\{ \begin{array}{l} \text{ع} \\ \text{م} \end{array} \right.$

$n=1$
 $n=2$
 $n=3 \rightarrow$

نمونه ها: $0! = 1$ $1! = 1$ $2! = 2$ $3! = 6$
 $4! = 24$ $5! = 120$ $6! = 720$

جایگیت: $\leftarrow$ دنباله بازگشتی $\leftarrow$ دنباله

$a_n = a_{n-1}$
 $a_{n+1} = a_n$

دنباله هندسی: تمام اعداد از ۲ تا ۱۰ از توان منفی تا توان ۹ $2^9 = 512$ $2^0 = 1$ $2^1 = 2$ $2^2 = 4$ $2^3 = 8$ $2^4 = 16$ $2^5 = 32$ $2^6 = 64$ $2^7 = 128$ $2^8 = 256$ $2^9 = 512$

حاصل تقسیم هر ۲ جمله متوالی = قدر نسبت = نسبت مشترک = r
 افزایشی $\rightarrow$ دنباله هندسی صعودی $\rightarrow r > 1$
 کاهششی $\rightarrow$ " نزولی $\rightarrow r < 1$
 متناوب $\rightarrow$ " $r < 0$
 $a_n = a_1 \times r^{n-1}$
 $a_1 = a_1 \times r^0$
 $a_2 = a_1 \times r^1$
 $a_3 = a_1 \times r^2$
 جدول را به هم وصل کنیم
 جمله به جمله از ریز
 کوهکده

هندسی $\rightarrow$ حسابی
 $+ \rightarrow \times$
 توان $\rightarrow$ ضرب
 جدول را به هم وصل کنیم
 جمله به جمله از ریز
 کوهکده

هندسی $\rightarrow$ حسابی
 $d =$ قدر نسبت = نسبت مشترک = تفاوت بین
 $a_n = a_1 + (n-1)d$
 $a_1 = a_1 + 0d$
 $a_2 = a_1 + 1d$
 $a_3 = a_1 + 2d$
 $a, d = ?$
 جدول را به هم وصل کنیم
 جمله به جمله از ریز
 کوهکده

نسبت $\rightarrow$ اگر جمله نهم یک دنباله هندسی $\frac{1}{16}$ و نسبت مشترک $\frac{1}{2}$ باشد جمله اول کدام است؟
 $r = \frac{1}{2}$
 $a_5 = \frac{1}{16}$
 $a_1 \times r^4 = \frac{1}{16}$
 $a_1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$
 $a_1 \times \frac{1}{16} = \frac{1}{16}$
 $a_1 = \frac{1}{16} \times 16 = 1$
 عدد اول منسوب جدول

نسبت ۲ $\rightarrow$ در یک دنباله هندسی نسبت جمله نهم به جمله چهارم ۷۶ است. نسبت جمله بیستم به جمله هفتم مقدار است؟
 $\frac{a_9}{a_4} = 76$
 $\frac{a_1 \times r^8}{a_1 \times r^3} = 76$
 $r^5 = 76$
 $r = 2$
 $\frac{a_{20}}{a_7} = \frac{a_1 \times r^{19}}{a_1 \times r^6} = r^{13} = 2^{13} = 8192$
 $a^m \div a^n = a^{m-n}$

نسبت ۳ $\rightarrow$ در یک دنباله هندسی $r < 1$ یعنی جمله دوم ۲۵ برابر جمله چهارم است. نسبت مشترک کدام است؟
 $a_2 = 25 a_4$
 $a_1 \times r^1 = 25 \times a_1 \times r^3$
 $\frac{r^1}{r^3} = 25$
 $\frac{1}{r^2} = 25$
 $r^2 = \frac{1}{25}$
 $r = \frac{1}{5}$

$$Q_7 = 2$$

$$Q_n = 2^{n-6}$$

$$Q_n = 2^{n-5}$$

$$Q_n = 2^{n-4}$$

$$Q_n = 2^{n-1}$$

لست ۹ ← اگر جمله هفتم و نهم یک دنباله هندسی به ترتیب ۱، ۱/۸ باشد جمله هفتم کدام است؟

$$Q_5, Q_4, Q_3, Q_2, Q_1, Q_0$$

$$Q_7 = Q_5 \times Q_9$$

$$Q_7 = 2 \times \frac{1}{8} \rightarrow \frac{2}{8} \rightarrow Q_7 = \sqrt{\frac{2}{8}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{Q_5}{Q_7} = \left(\frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{2}} \right) = \frac{1 \times 2}{8 \times 1} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

لست ۹ ← اگر جمله عمومی دنباله هندسی $Q_n = \frac{3}{2^{n-1}}$ باشد جمله چهارم و پنجم برابر باشد چقدر است؟

$$Q_4 = \frac{3}{2^3} = \frac{3}{8} \quad Q_5 = \frac{3}{2^4} = \frac{3}{16}$$

لست ۷ ← در یک دنباله هندسی مقادیر $\frac{a}{3}, a, b, c, \frac{a}{12}$ عبارت منطقی دنباله هندسی هستند. مقدار b چقدر است؟

$$b^2 = \frac{a}{3} \times \frac{a}{12} = \frac{a^2}{36} \rightarrow b = \frac{a}{6}$$

$$Q_3 = Q_1 \times r^2 \rightarrow \frac{3}{2} \times (r)^2 = \frac{3}{2} \times 4 = 6$$

لست ۸ ← در یک دنباله هندسی مجموع جمله اول و دوم $\frac{9}{2}$ و مجموع چهارم و پنجم $\frac{3}{2}$ است. جمله اول چقدر است؟

$$Q_1 + Q_2 = \frac{9}{2}$$

$$Q_4 + Q_5 = \frac{3}{2}$$

$$\frac{Q_1 r^3 + Q_1 r^4}{Q_1 + Q_1 r^1} = 1$$

$$\frac{Q_4 + Q_5}{Q_1 + Q_2} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{9}{2}} = \frac{1}{3} \rightarrow r = 2$$

$$\frac{Q_1 r^3 + Q_1 r^4}{Q_1 + Q_1 r^1} = 1 \rightarrow \frac{Q_1 r^3 (1 + r)}{Q_1 (1 + r)} = 1 \rightarrow r^3 = 1 \rightarrow r = 1$$

$$Q_1 + Q_2 = \frac{9}{2}$$

$$Q_1 + Q_1 r = \frac{9}{2} \rightarrow Q_1 + 2Q_1 = \frac{9}{2} \rightarrow 3Q_1 = \frac{9}{2} \rightarrow Q_1 = \frac{3}{2}$$

$$Q_1 = \frac{3}{2}$$

کلاس روز سه شنبه ۹ بهمن در بنای هندسی: نسبت مشترک = قدر نسبت = ۲ ← ۲ < ۱ ← صوری - لفظی

۰ < ۲ < ۱ ← نزولی - گاهشی

$$a_n = a_1 \times r^{n-1}$$

$$a_1 = a_1 \times r^0$$

$$a_2 = a_1 \times r^1$$

قسمت
عدد
ضرب
شده

منقول جمله عمومی دنباله هندسی ←

$$a \sim b \sim c \sim b^2 = a \times c$$

لست ۱۴۰۱ در بنای هندسی با جمله اول a و نسبت مشترک r حاصل ضرب عبارات (۱) و (۲) برابر است با جمله هفتم. کدام را برقرار است:

$$a = 2$$

$$a = 2^2$$

$$a = -2$$

$$a = 2^3$$

$$a_2 \times a_4 = a_8$$

$$a_1 \times r^1 \times a_1 \times r^3 = a_1 \times r^7 \rightarrow a_1 \times r^4 = r^7 \rightarrow a_1 \times r^4 = r^7 \rightarrow a_1 = r^3$$

$$a_8 - a_7$$

$$a_1 r^7 - a_1 r^6$$

$$(-1)(3)^7 - (-1)(3)^6 = -147 + 147 = 0$$

لست ۱۴۰۰ جمله هفتم ۱۱ برابر جمله دوم است. اگر جمله سیم ۱۸ باشد جمله پنجم و هفتم چیست؟

$$a_3 = -18$$

$$a_1 r^2 = -18$$

$$a_1 \times 9 = -18$$

$$a_1 = \frac{-18}{9} = -2$$

$$a_8 = 11 \times a_4$$

$$a_1 r^7 = 11 \times a_1 r^3$$

$$r^4 = 11 \rightarrow r^4 = 3^4 \rightarrow r = 3$$

$$181$$

$$972$$

$$1056$$

$$1296$$

لست ۱۴۱۷ در دنباله هندسی $\frac{e}{3}, a, b, c, \frac{1}{3}, d, e$ مقدار e کدام است؟

$$a_7 = a_1 \times r^6 = \left(\frac{e}{3}\right) \times \left(\frac{1}{3}\right)^6 = \frac{e}{3} \times \frac{1}{3^6} = \frac{1}{3^7}$$

$$a_5 = \frac{1}{3}$$

$$a_1 = \frac{e}{3}$$

$$\frac{a_5}{a_1} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{e}{3}} = \frac{1}{e} \rightarrow r^4 = \frac{1}{e} \rightarrow r = \frac{1}{e^{1/4}}$$

$$\frac{1}{3\sqrt{2}}$$

$$\frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{3\sqrt{2}}$$

$$\frac{1}{12}$$

کدام است؟ ۶۴، ۳۲، ۱۶، ۸

لست ۱۴۰۱ مجموع هشت جمله اول دنباله هندسی

$$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} = \frac{74(1-(\frac{1}{2})^8)}{1-\frac{1}{2}} = \frac{74(1-\frac{1}{256})}{\frac{1}{2}} = \frac{74 \times \frac{255}{256}}{\frac{1}{2}} = \frac{74 \times 255}{128} = \frac{18870}{128} = 147.03125$$

مجموع عبارات دنباله هندسی: $\sum_{n=1}^{\infty} a_1(1-r^n) = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$ $\star$ قدر نسبت

مجموع ۶ جمله اول دنباله هندسی کدام است؟ ۳۲، ۱۶، ۸، ۴

$$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} = \frac{32(1-(\frac{1}{2})^6)}{1-\frac{1}{2}} = \frac{32(1-\frac{1}{64})}{\frac{1}{2}} = \frac{32 \times \frac{63}{64}}{\frac{1}{2}} = \frac{32 \times 63}{128} = 159$$

$$r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{16}{32} = \frac{1}{2} \quad n=6$$

$$58$$

$$72$$

$$73$$

$$77$$

$$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$$

$$\downarrow$$

$$a_1 = \frac{2(1-2^n)}{1-2} \rightarrow a_1 = \frac{2(1-2^n)}{-1}$$

لست ← مجموع هندسی از دنباله هندسی

برابر ۰.۵ است

$r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{4}{2} = 2$

$a_1 = 2$

$\frac{7}{9}$

$$-255 = 1 - 2^n$$

$$-255 - 1 = -2^n$$

$$-256 = -2^n$$

$$256 = 2^n$$

$$2^8 = 256$$

$$S_1 = a_1$$

$$S_2 = a_1 + a_2$$

$$S_3 = a_1 + a_2 + a_3$$

لست ← مجموع n جمله اول دنباله هندسی از ران

بدست می آید. جمله سیم کدام است؟

$$S_n = 3^{n+1}$$

$$n=1 \rightarrow S_1 = 3^{1+1} = 3^2 = 9 \rightarrow a_1 = 9$$

$$n=2 \rightarrow S_2 = 3^{2+1} = 3^3 = 27 \rightarrow a_2 = 18$$

$$a_1 + a_2 = 27$$

$$9 + a_2 = 27 \rightarrow a_2 = 18$$

$$r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{18}{9} = 2$$

$$a_3 = a_1 \times r^2$$

$$9 \times (2)^2 = 9 \times 4 = 36$$

$$a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

$$a^0 = 1$$

$$a^1 = a$$

$$(a^n)^m = a^{n \times m}$$

توان ها:

$$\underbrace{a + a + \dots + a}_{n \text{ مرتبه}} = na$$

$$\underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ مرتبه}} = a^n$$

$$\frac{75}{100} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

$$\sqrt[2]{2^4} = 2^2$$

توان ۷ ← اعداد اول ۱۷، ۱۳، ۱۱، ۷، ۵، ۳، ۲

$$\frac{2^4 \times 3^4 \times 5^4 \times 7^4}{2^4 \times 3^4 \times 5^4 \times 7^4} = 1$$

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

$$a^m \div b^m = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$a^m \times b^m = (a \cdot b)^m$$

$$57 \times 15$$

$$57 \times 5 \times 3$$

$$285 \times 3 = 855$$

ضرب عدد دورقی در ده:

$$15 \times 10 = 150$$

$$22 \times 10 = 220$$

$$22 \times \frac{10}{2} = 22 \times 5$$

عدد انگ کن = موزون صفر

عدد فرابود انگ کن = موزون صفر

صفر ابردار

$$42 \times 5 = 210$$

$$25 \times 5 = 125$$

$$11 \times 5 = 55$$

$$94 \times 5 = 470$$

$$15 \times 5 = 75$$

$$99 \times 5 = 495$$

$$11 \times 5 = 55$$

$$73 \times 5 = 365$$

$$13 \times 5 = 65$$

$$a^0 = 1$$

$$a^1 = a$$

$$a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^{+n}$$

$$(a^n)^m = a^{n \times m}$$

$$a^n \times a^m = a^{n+m}$$

$$a^n \times b^n = (a \cdot b)^n$$

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

$$a^n \div b^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

نکته: عدد اعشاری (دو رقمی) ندارد = کسری

نکته: به پایه باید اعداد اول باشد

لغت ۱ - عدد $\left(\frac{1}{64}\right)^{-12}$ را به صورت 2^m نوشتار m کدام است؟

$$\left(\frac{1}{2^6}\right)^{-12} = \left(\frac{2^{-6}}{1}\right)^{-12} = \left(2^{-6}\right)^{-12}$$

$$2^{+72} = 2^m \rightarrow m = 72$$

لغت ۲ - از تساوی $4 \times 2^{x+1} = \left(\frac{1}{5}\right)^x$ عدد x کدام است؟

$$2^{x+1} \times 2^2 = 5^{-x}$$

$$2^{x+3} = 5^{-x}$$

$$x+3 = -x$$

$$2x = -3$$

$$x = -\frac{3}{2}$$

لغت ۳ - ساده شده عبارت $\frac{2^3 \times 3^5}{3^2 \times 2^4} \times \frac{2^7 \times 3^6}{2^5 \times 3^4}$ کدام است؟

$$\frac{2^3 \times 3^5}{3^2 \times 2^4} \times \frac{2^7 \times 3^6}{2^5 \times 3^4} = \frac{2^3 \times 3^5 \times 2^7 \times 3^6}{3^2 \times 2^4 \times 2^5 \times 3^4}$$

$$\frac{2^{10} \times 3^{11}}{2^9 \times 3^6} = \frac{2^{10-9} \times 3^{11-6}}{1} = 2^1 \times 3^5 = 2 \times 3^5$$

ریشه گیری:

$$2^3 = 8 \rightarrow \sqrt[3]{8} = 2$$

$$2 = 1 \text{ ریشه سوم}$$

$$\sqrt[3]{1} = 1$$

$$\sqrt[3]{27} = 3$$

اعداد از ۱ تا ۱۰۰ - ریشه دوم - ریشه سوم

$\sqrt{1} = 1$	$\sqrt{4} = 2$	$\sqrt[3]{1} = 1$	$\sqrt[3]{8} = 2$
$\sqrt{2} = -$	$\sqrt{5} = -$	$\sqrt[3]{2} = -$	$\sqrt[3]{9} = -$
$\sqrt{3} = -$	$\sqrt{6} = -$	$\sqrt[3]{3} = -$	$\sqrt[3]{10} = -$
$\sqrt{4} = 2$	$\sqrt{9} = 3$	$\sqrt[3]{4} = -$	$\sqrt[3]{10} = -$
$\sqrt{5} = -$	$\sqrt{10} = -$	$\sqrt[3]{5} = -$	$\sqrt[3]{10} = -$

نکات مهم دیگر

توان $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$ $\sqrt{2^1} = 2^{1/2}$ ★

$\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b} \neq \sqrt[n]{a+b} \rightarrow \sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{9} \neq \sqrt[3]{17}$

$\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \times b}$ $\sqrt[n]{a} \div \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} \rightarrow \sqrt[3]{9} \div \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{\frac{9}{8}} = \frac{3}{2}$

فرو بردار هم ضرب می کنیم $\sqrt[14]{10} = \sqrt[14]{10^1} = 10^{1/14}$

نکته ۳ ←

لست! ← $\sqrt[3]{2^1} \times \sqrt[3]{2^9} = \sqrt[3]{2^{10}}$ حاصل $(x-1/5)^2$ کدام است؟

$\frac{19}{2} - \frac{1}{2} = \frac{18}{2}$
 $(9)^2 = 81$

$\frac{1}{v} + \frac{x}{v} = \frac{3}{2}$
 $\frac{1+x}{v} = \frac{3}{2}$
 $2 + 2x = 3$
 $2x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{2}$

$2^{1/3} \times 2^{9/3} = 2^{10/3}$
 $2^{1/3 + 9/3} = 2^{10/3}$

- ۱۰۰
- ۴۹
- ۸۱
- ۸۰

لست! ← حاصل $\left(\frac{12}{2\sqrt{3^7}}\right)^{1/4}$ در $\sqrt[4]{27}$ ضرب می کنیم. حاصل کدام است؟

$3^{1/4} \times 3^{3/4} = 3^{1/4 + 3/4} = 3^1 = 3$

$\sqrt[4]{3^3} = 3^{3/4}$

$\left(\frac{12}{2\sqrt{3^7}}\right)^{1/4} = \frac{12^{1/4}}{(2 \times 3^{7/2})^{1/4}} = \frac{12^{1/4}}{2^{1/4} \times 3^{7/8}}$

- ۳
- $\sqrt{3}$
- $\sqrt[3]{3}$
- $\sqrt[4]{3}$

$\frac{12}{1} = \frac{12^3}{1^3} = \left(\frac{12}{1}\right)^3 = \left(\frac{2}{1}\right)^3 = \frac{8}{1} = 8$
 $\frac{12}{1} \times \frac{1}{12} = 1$ $\frac{12}{1} \times \frac{1}{12} = \frac{1}{1} = 1$

~~$A = \left(\frac{12 \times 12}{1 \times 1}\right)^{1/3} = \frac{144}{1} = 144$~~

- حاصل
- $\frac{8}{9}$

$$r^w \times v v = \underline{w w} \quad \underline{1} \quad \underline{1}$$

$$|r \times r| = \underline{r} \quad \underline{\Delta} \quad \underline{r}$$

$$\Delta | \times v q$$

$$\Lambda \omega \times \epsilon r = \underline{w} \quad \underline{\Delta} \quad \underline{v} \quad \underline{e}$$

$$r r \times q q$$

$$|r \times r^w q$$

$$w r \times r \epsilon = \underline{r} \quad \underline{\Delta} \quad \underline{\Lambda}$$

$$\Lambda r \times \Lambda q$$

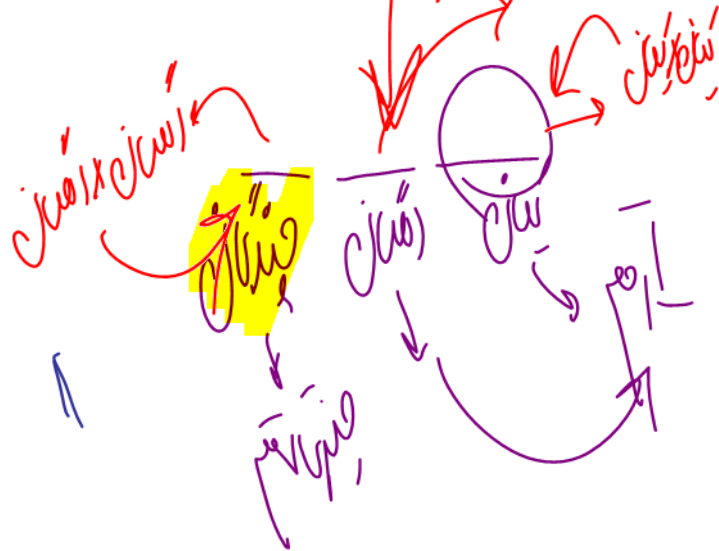
$$(r^w \times |r) = \underline{r} \quad \underline{r} \quad \underline{r}$$

$$q r \times \omega | = \underline{r} \quad \underline{v} \quad \underline{f} \quad \underline{r} \quad \underline{w}$$

$$q r \times q \omega$$

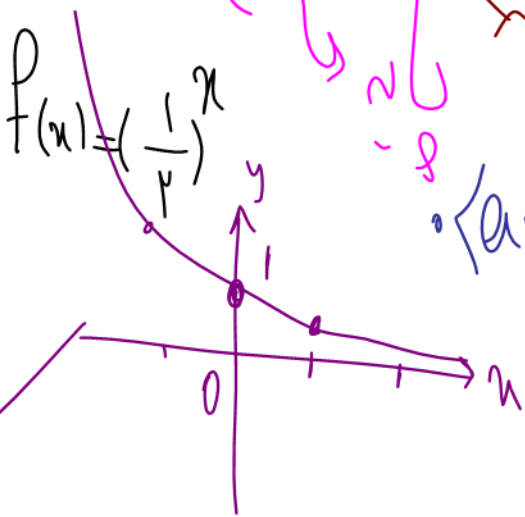
~~$$r \times r$$~~

$$w q \times v q$$

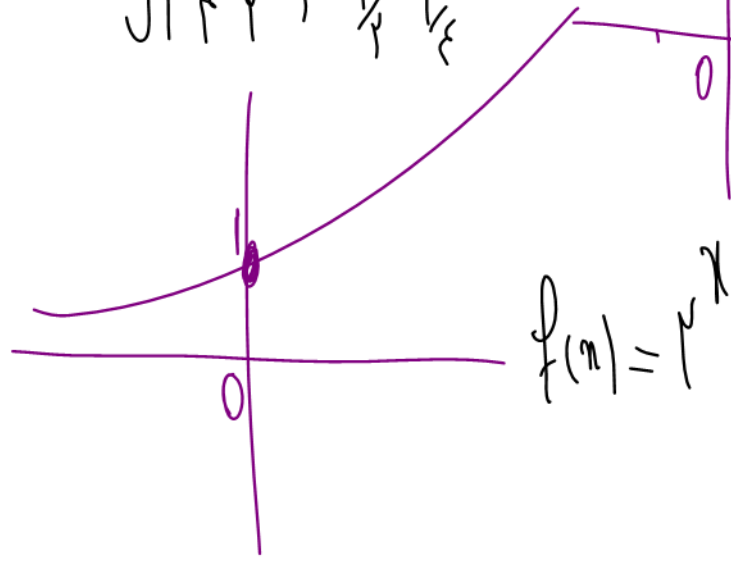


$$a \neq 1 \quad a > 0$$

$$f(x) = a^x$$



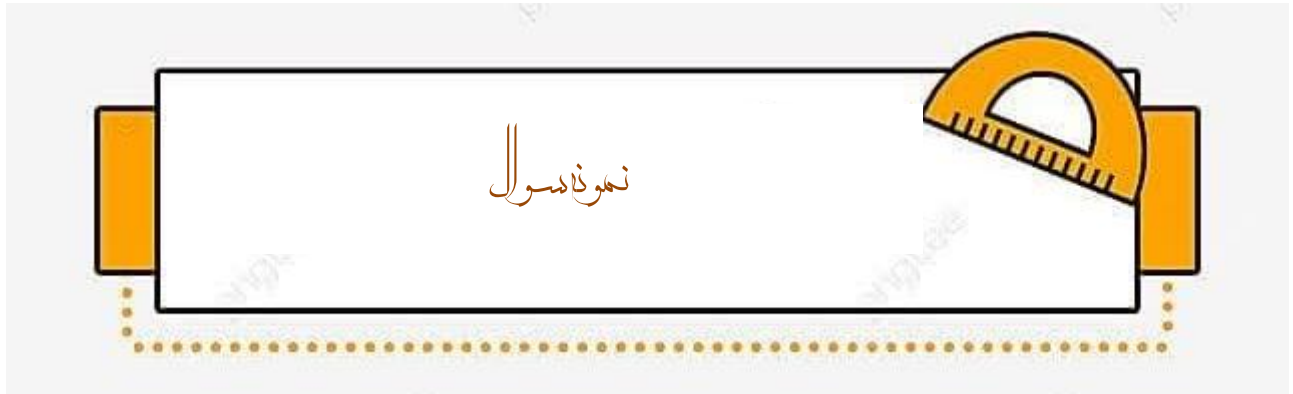
$$|a| < 1 \leftarrow \text{کاهش}$$



$$a > 1 \leftarrow \text{افزایش}$$

x	-2	-1	0	1	2
y	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4

x	-2	-1	0	1	2
y	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4



۱

با ارقام ۶ و ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱ و ۰ چند عدد سه رقمی می توان ساخت که در آن ها هم رقم زوج و هم رقم فرد وجود داشته باشد؟

252

4

219

3

203

2

156

1

۲

از بین ۳ دانش آموز سال دهم و ۴ دانش آموز سال یازدهم، ۴ نفر انتخاب می کنیم. احتمال اینکه حداقل ۲ دانش آموز سال دهم وجود داشته باشد کدام است؟

$\frac{45}{70}$

4

$\frac{43}{70}$

3

$\frac{23}{35}$

2

$\frac{22}{35}$

1



مجموع ۲۰ عدد طبیعی فرد متوالی و مضرب ۵ که کوچکترین آن‌ها ۱۱۵ است، کدام است؟

۳

2400

4

400

3

4200

2

3250

1

تعداد جایگشت‌های حروف کلمه «system» به‌طوری‌که حروف s کنار هم نباشند، کدام است؟

۴

360

4

240

3

180

2

120

1

۵

درون جعبه‌ای ۵ مهره قرمز، ۴ مهره سفید و ۳ مهره آبی قرار دارد. اگر ۲ مهره باهم از ظرف بیرون آوریم، با

کدام احتمال این دو مهره هم‌رنگ نیستند؟

$\frac{47}{66}$

4

$\frac{43}{66}$

3

$\frac{17}{33}$

2

$\frac{13}{22}$

1



در یک دنباله حسابی، مجموع ۹ جمله اول برابر ۹۰ و جمله هفتم آن ۱۳ است. تفاضل جمالت متوالی،

کدام است؟

- 3 2/5 2 1/5



جواب معادله $\frac{2}{35} = \frac{(n-2)!}{n!} + \frac{(n-1)!}{(n+1)!}$ کدام است؟

- 8 7 6 5



مجموع ۳ جمله متوالی از یک دنباله حسابی برابر ۱۸ و حاصل ضرب آن‌ها ۱۹۲ است. اگر دنباله صعودی باشد،

جمله کوچکتر کدام است؟

- 2 4 6 8



اضلاع یک مثلث قائم‌الزاویه تشکیل تصاعد حسابی می‌دهند. اگر محیط این مثلث ۲۴ باشد، مساحت آن کدام است؟

28

4

24

3

16

2

12

1



درون جعبه‌ای ۷ کارت با شماره‌های ۱ تا ۷ قرار دارد. ۳ کارت به تصادف خارج می‌کنیم. با کدام احتمال شماره‌ی

این سه کارت متوالی است؟

 $\frac{1}{7}$

4

 $\frac{1}{6}$

3

 $\frac{1}{5}$

2

 $\frac{1}{4}$

1



در یک رأی‌گیری که شامل ۴ رأی موافق، ۳ رأی مخالف و ۲ رأی ممتنع است، اگر ۳ رأی به تصادف خوانده

شود، با کدام احتمال حداقل ۲ رأی موافق در بین آن‌ها وجود دارد؟

 $\frac{19}{52}$

4

 $\frac{11}{52}$

3

 $\frac{17}{42}$

2

 $\frac{13}{42}$

1





۱۲

از بین اعداد فرد طبیعی کوچکتر از ۲۰، عددی به تصادف انتخاب شده است و پیشامدهای A و B چنین تعریف

می‌شوند: عدد، مربع کامل است B = عدد، مضرب ۳ است A = احتمال آنکه پیشامد رخ دهد کدام است؟

0/5

4

0/4

3

0/3

2

0/2

1

۱۳

جمله‌ی عمومی دنباله‌ای به صورت $a_n = n^2 - (n+1)^2$ است. مجموع ده جمله‌ی نخست این دنباله کدام است؟

-120

4

120

3

-60

2

60

1

۱۴

با حروف کلمه "ELECTION" چند کلمه رمز ۴ حرفی می‌توان نوشت که شامل دو حرف باشد؟

360

4

180

3

120

2

90

1





به چند روش ممکن است از بین ۱۵ دانش‌آموز، ۳ نفر آن‌ها را برای مسئول کتابخانه، مسئول گروه سرود و

۱۵

مسئول گروه تناتر دانش‌آموزان انتخاب کرد؟

2730

4

1365

3

910

2

455

1

اگر $\{a_n\}$ دنباله‌ای حسابی باشد، آنگاه حاصل $\frac{1}{a_1a_2} + \frac{1}{a_2a_3} + \dots + \frac{1}{a_{n-1}a_n}$ کدام است؟

۱۶

 $\frac{2n}{a_1a_n}$

4

 $\frac{2n-2}{a_1a_n}$

3

 $\frac{n}{a_1a_n}$

2

 $\frac{a-1}{a_1a_n}$

1

از کیسه‌ای محتوی ۴ مهره سفید و ۳ مهره سیاه، ۲ مهره خارج می‌کنیم. احتمال آنکه حداقل یکی از مهره‌ها

۱۷

سفید باشد، کدام است؟

 $\frac{6}{7}$

4

 $\frac{1}{7}$

3

 $\frac{5}{7}$

2

 $\frac{4}{7}$

1





از بین ۱۲ خانواده انجمن اولیاء مدرسه به چند طریق می‌توان ۴ خانواده انتخاب کرد که در آن‌ها زن یا شوهر

شرکت کنند؟

990

4

840

3

720

2

495

1



با جایگشت ارقام چند عدد پنج‌رقمی زوج حاصل می‌شود؟

120

4

104

3

96

2

84

1



از بین اعداد طبیعی یک‌رقمی، به چند حالت ۳ عدد را می‌توان انتخاب کرد به‌طوری‌که تشکیل یک دنباله‌ای

حسابی دهند؟

24

4

20

3

16

2

12

1





۲۱

با ارقام طبیعی ۱، ۲، ... و ۹ چند عدد پنج رقمی با ارقام متمایز می توان نوشت به طوری که ارقام ۱ و ۲ و ۳ در

آن ها حتماً با کار رفته و در کنار هم باشند؟

360

4

180

3

120

2

540

1

۲۲

اگر در یک دنباله ای حسابی $a_2 = -1$, $a_5 - a_3 = 1$ باشد، جمله ی چندم دنباله برابر صفر است؟

ششم

4

پنجم

3

چهارم

2

سوم

1

۲۳

اضلاع یک مثلث قائم الزاویه، تشکیل دنباله عددی می دهند، نسبت بزرگترین ضلع مثلث به کوچک ترین ضلع آن

چه قدر است؟

 $\frac{5}{3}$

4

 $\frac{5}{4}$

3

 $\frac{4}{3}$

2

 $\frac{12}{5}$

1





بین دو عدد ۱۰ و ۱۲، نوزده واسطه حسابی درج کرده ایم جمله دهم دنباله حسابی حاصل کدام است؟

۲۴

11

4

10/9

3

10

2

9/9

1

احتمال آن که مجموع دو تاس پرتاب شده با هم کوچکتر از ۹ باشد، چه قدر است؟

۲۵

$\frac{2}{3}$

4

$\frac{13}{18}$

3

$\frac{7}{9}$

2

$\frac{5}{12}$

1