

ریاضی و آمار 3

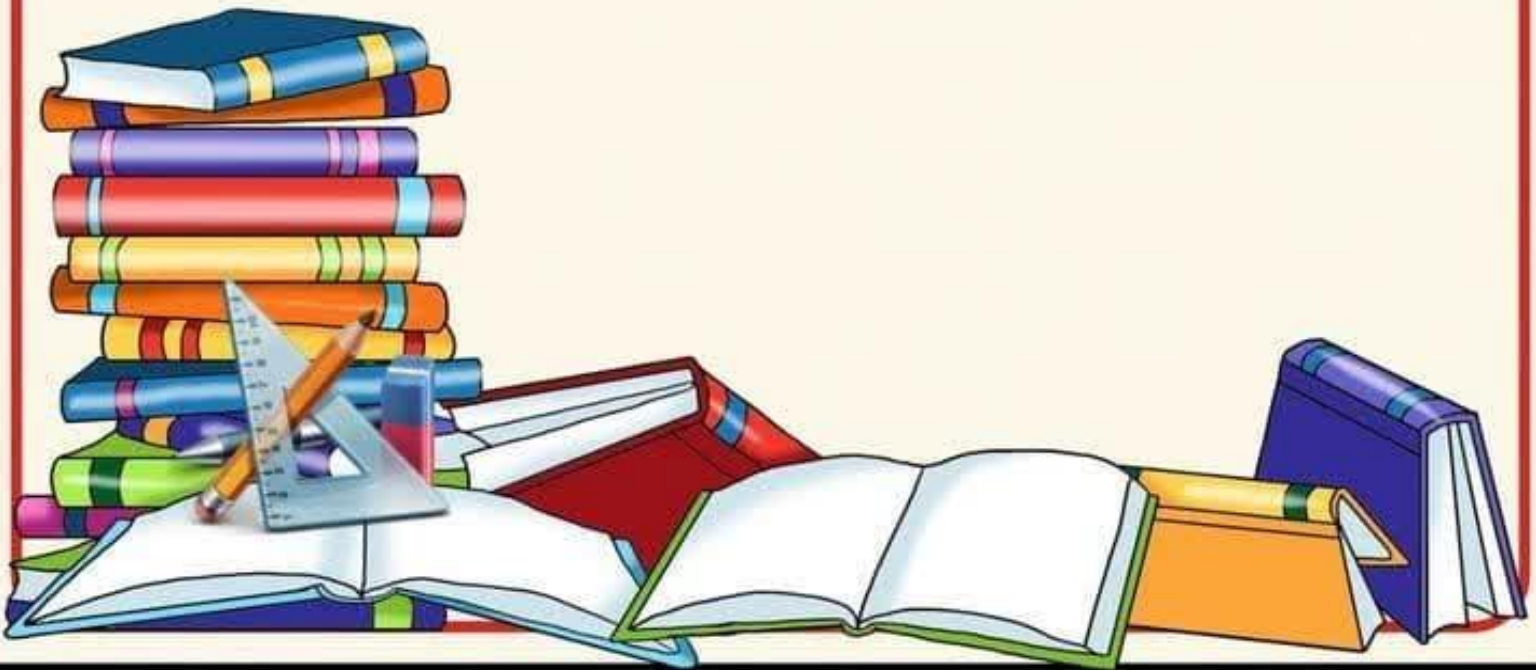
ویژه رشته انسانی



میراث: استاد مفهم



- ☒ ریاضیات جامع دکتر انصاری
- ☒ حرمی ناما
- ☒ مثال ریاضی فشریحی



$m \times n$

فضل اول ریاضی (دوازدهم) ← اصل ضرب (شمارش) ← اتحالی و مطریق - ۴ المطریق ←

$$\text{U} \leftarrow + \leftarrow \text{L}$$

و ← x ← اصل ضرب

$$V \times E = 12$$

مسئله ← سیراز $\oplus$ افغان $\oplus$ تهران

اصل جمع : $m+n$ على اقل من m

مسئله: مسافری قوه‌ها از تهران به اراک می‌فرستد و بوی که (۲) از قم عبور کند. اگر از تهران تا قم ۳ راه و از قم تا اراک ۲ راه وجود داشته باشد:

(ج) مسافر پہنچنے والے مسافروں کی تعداد 14 ہے اور ان کی آمد کی مدت 30 ہے۔
رفتہ اور برگشتہ ٹکٹوں کی قیمتیں برابر ہیں۔

$$w_x^r = 1$$

الف / مسافر میزد طریق از تهران به اراک مسافر طی کند.

(ب) مصداق قرآن، فید طریق مصداق قرآن و بر گشت انجام می دهد^۸

$$\textcircled{+} \textcircled{W} \leftarrow 1P + 1P = 2P$$

⑧ $12 \times 2 = 24$
چند گشت

$\begin{matrix} \text{قرآن} & \text{م} & \text{ارال} \\ \text{قرآن} & \text{م} & \text{ارال} \end{matrix}$

$$1! = 1 \times 1 = 1$$
$$r! = r \times (r-1) \times (r-2) \times \dots \times 1 = r \times (r-1) \times (r-2) \times \dots \times 1$$
$$\omega' = \omega \times E \times P \times P = P.$$
$$| \psi \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (| \psi_1 \rangle + | \psi_2 \rangle)$$
$$Y| = Y \times 1 = Y$$

11-1

3

ناتوانی: ! ← شاملترین هر عدد از خودش تا !

نیلہ ← اعداد منفی! ڈارڈ

8. مثال: $\frac{1}{x^2} = x^{-2}$ ، $\frac{d}{dx} x^{-2} = -2x^{-3} = -\frac{2}{x^3}$

$$\frac{w!}{d!} = \frac{\cancel{w!}}{d \times \cancel{d} \times \cancel{w!}} = \frac{1}{d}$$
$$\frac{\begin{smallmatrix} K \\ \diagup \end{smallmatrix} \begin{smallmatrix} \diagdown \\ I \end{smallmatrix}}{\begin{smallmatrix} \diagdown \\ W \end{smallmatrix} \begin{smallmatrix} \diagup \\ I \end{smallmatrix}} + \frac{\begin{smallmatrix} P \\ \diagup \end{smallmatrix} \begin{smallmatrix} \diagdown \\ I \end{smallmatrix}}{\begin{smallmatrix} \diagdown \\ O \end{smallmatrix} \begin{smallmatrix} \diagup \\ I \end{smallmatrix}} = K + P = G$$
$$X \begin{pmatrix} \psi \\ \epsilon \end{pmatrix} = Y \theta$$
$$(n+1)! = (n+1) \times n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 1$$
$$\frac{(n+1)!}{n!} = \frac{(n+1) \times \cancel{n!}}{\cancel{n!}} = n+1$$

! در علم و فن

$\omega!$ $\xrightarrow{f, \omega!}$ $\frac{\omega \times \cancel{\epsilon} \times \cancel{\chi} \times \cancel{\chi} \times \cancel{\chi}}{\cancel{\psi} \times \cancel{\psi} \times \cancel{\chi}} = \gamma_0$

$\frac{1}{\mu_0} = \mu_0$

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} \in \psi, \quad \frac{\partial \psi}{\partial x} = \psi.$$

$\sqrt{1} \quad \sqrt{1} \quad \sqrt{1} \quad \sqrt{1} \quad \sqrt{1}$

$$1! - 1! = 1 - 1 = 0$$
$$\left(\frac{w}{y} \right)' = w y$$
$$\frac{E!}{\cancel{M!}} = \frac{E \times \cancel{M!}}{\cancel{M!}} = E$$

* $\omega! \times \gamma! = 14 \times 2 = 28$

$$\star 3 |xy| = 6 \times 2 = 12$$
$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 1$$
$$\frac{n!}{(n-1)!} = \frac{n \times \cancel{(n-1)!}}{\cancel{(n-1)!}} = n$$
$$140 \quad 2$$

$$(2!) + (4!) \neq 6!$$
$$a! \times b! \neq (a+b)! \quad (a!)^b \neq b^a!$$
$$d!, -r! \neq p!$$

لَا إِلَهَ إِلَّا هُوَ

$$\frac{(3!)!}{5!}$$

$$\frac{1}{r.}$$

$$\frac{a}{4}$$

$$\frac{\mu}{\omega}$$

$$\frac{4!}{2!} = \frac{7 \times \cancel{2!}}{\cancel{2!}} = 4$$

$$+1610 = \frac{20!}{18!} + \frac{1!}{18!}$$

$$\frac{40 \times 19 \times \cancel{1A}}{\cancel{1A}} + \frac{1 \times \cancel{V} \times 4 \times \cancel{2 \times E}}{\cancel{E}} = 310 + 1910 =$$

حاصل عبارت

4.4
1984

لست ← اگر $\frac{(n-1)!}{(n+1)!} = \frac{1}{4}$ باستطاعت $!(n+2)$ کلام است.

$\frac{1}{2} \epsilon$ $\frac{1}{2} \epsilon$
 $\frac{1}{2} \epsilon$ $\frac{1}{2} \epsilon$

$n = 4$

$$\frac{\frac{1}{(n-1)!}}{(n+1) \times n \times (n-1)!} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{\cancel{\mu}}{\mu} = \frac{\cancel{\nu}}{\nu}$$

$$\frac{1}{n!} \frac{(n-1)!}{2!} = \frac{1}{2!}$$

$$\frac{(n-1)!}{1 \times 1} = \frac{n \times (n-1)!}{1 \times 1}$$

$$\frac{1}{1} \rightarrow \frac{n}{p} \rightarrow n = p$$

~~لَسَّات ← (د، ع، ا، ب)~~

✓ μ
ε
ω
γ

کلاس روز اسم و فیموز یا واپس

$\Delta \circ \square$! $\leftarrow \Delta \circ \square$
 $\Delta \square \circ$
 $\square \circ \Delta$
 $\square \Delta \circ$
 $\circ \Delta \square$
 $\uparrow \leftarrow \circ \square \Delta$

جائست (جایگاه) ← ۸ تنی نماز به ۸ طریق نماز هم می کنند

۲ کتاب ریاضی
۳ کتاب ادبیات

جائزہ ۳ کتابداریاں
جائزہ ۲ کتاب ریاشی

جائزہ ۳ کتابداریاں
جائزہ ۲ کتاب ریاشی

$$\underbrace{1! \times 2! \times 3! \times 4!}_{7 \times 2 \times 6 \times 24} = 168$$

AA SSS vvv

۲۱۴۱ ← A
۳۱۳۱ ← S
۲۱۲۱ ← P

نست ← ۳ کتاب ریاضی، ۲ کتاب اعداد، ۱ راجع به فروع در این قسمه فنار هم تکرار هم بدون اینکه کتاب های هم منوع فنار هم باشد.

$$21 \times 21 \times 21 = 2 \times 4 \times 2 =$$

✓ 48
70
140
14



اصل جمع

$$+ = - = \text{اصل مع}$$

اگر کاری را بتوان به دو روش انجام داد ، به طوری که در روش اول m انتخاب و در روش دوم n انتخاب وجود داشته باشد ، برای انجام کار مورد نظر $m+n$ روش وجود دارد. توجه کنید که نهایتاً قرار است کار فقط با یکی از شیوه ها انجام شود.

در اصل مع انتخاب یکی از آنها داریم

مثال: امین قصد دارد به خاطر قبولی در یک آزمون به دوستش پوریا ، شیرینی بدهد . او با خود فکر میکند که پوریا را به یکی از دو مکان رستوران ((یا)) آب میوه فروشی دعوت کند. اگر به رستوران برود ، تنها یکی از 2 نوع غذای چلو خورشت قورمه سبزی و قیمه را می تواند انتخاب کند و اگر به آب میوه فروشی برود، تنها یکی از سه نوع آب میوه ی هویج ، سیب و پرتقال را می توان انتخاب کند. چند انتخاب برای پوریا وجود دارد؟

$$2 + 3 = 5$$

اصل ضرب

$$= \text{اصل ضرب به هم رس}$$

اگر انجام کاری شامل دو مرحله باشد، به طوری که برای انجام مرحله ی اول m انتخاب و برای هر کدام از این m روش ، مرحله ی دوم را بتوان به n روش انجام داد ، در کل مورد نظر با $m \times n$ روش قابل انجام است. توجه کنید که هر دو مرحله باید انجام پذیرد.

مثال: هفته ی بعد پوریا قصد دارد به خاطر تولدش امین را دعوت کند ، اما او می خواهد امین را هم به آن رستوران ((و)) هم به آن آب میوه فروشی ببرد و در رستوران یک انتخاب و در آب میوه فروشی هم یک انتخاب به او بدهد. امین چند نوع انتخاب خواهد داشت؟

$$1 \times 1 = 1$$



مثال: از تهران به اصفهان 2 راه و از اصفهان به شیراز 3 راه وجود دارد. مسافری میخواهد از تهران به شیراز عبور کند به گونه ای که حتما از اصفهان عبور کند.

الف) به چند طریق این مسافرت انجام میشود؟

$$2 \times 3 = 6$$

مرحله 2 مرحله 1 = اصل $\times$

$$9 + 9 = 18$$

$$9 \times 2 = 18$$

ب) به چند طریق مسافرت رفت و برگشت انجام میشود؟

رفت و برگشت
اصل $\times$ برگشت

ج) به چند طریق مسافرت رفت و برگشت انجام میشود به گونه ای که مسیرهای رفت و برگشت یکی باشد؟

$$9 \rightarrow 2 \times 3 = 6 \rightarrow \text{رفت} \quad 6 \oplus 1 = 7$$

$$1 \rightarrow 1 \times 1 = 1 \rightarrow \text{برگشت}$$



اگر چند شیئ متمایز داشته باشیم ، به هر حالت چیدن آنها کنار هم ، یک **جایگشت** از آن اشیا می گوئیم.

جایگشت به ترتیب و نحوه قرار گرفتن اشیاء را می گویند.
جایگشت ۱ می باشد! ۱! طریق خاص می دهیم.

مثال: با ارقام 0 و 1 و 2 و 3 و 4 و 5 بدون تکرار ارقام

الف) چند عدد سه رقمی می توان نوشت؟

$$\frac{5}{\text{یکان}} \times \frac{5}{\text{دهگان}} \times \frac{4}{\text{صدگان}} = 100$$

ب) چند عدد سه رقمی زوج می توان نوشت؟

$$\frac{5}{\text{یکان}} \times \frac{4}{\text{دهگان}} \times \frac{1}{\text{صدگان}} = 20$$

$$\frac{5}{\text{یکان}} \times \frac{4}{\text{دهگان}} \times \frac{2}{\text{صدگان}} = 40$$

ج) چند عدد سه رقمی مضرب 5 می توان ساخت؟

$$\frac{5}{\text{یکان}} \times \frac{4}{\text{دهگان}} \times \frac{1}{\text{صدگان}} = 20$$

$$\frac{5}{\text{یکان}} \times \frac{4}{\text{دهگان}} \times \frac{2}{\text{صدگان}} = 40$$

د) چند عدد سه رقمی فرد می توان ساخت؟

$$\frac{5}{\text{یکان}} \times \frac{4}{\text{دهگان}} \times \frac{2}{\text{صدگان}} = 40$$

مثال: در یک کشور نوعی اتومبیل در 5 مدل ، 10 رنگ ، 3 حجم موتور مختلف و 2 نوع دنده (اتوماتیک و غیر اتوماتیک) تولید می شود.



الف) چند نوع مختلف از این اتومبیل تولید می شود؟

ب) اگر یکی از رنگ های تولید شده مشکی باشد ، چند نوع از این اتومبیل با رنگ مشکی تولید می شود؟

پ) چند نوع از این اتومبیل مشکی دنده اتوماتیک تولید می شود؟

مثال: یک آزمون چند گزینه ای شامل 10 سوال 4 گزینه ای و 5 سوال 2 گزینه ای است. فردی قصد دارد به سوال ها به صورت تصادفی جواب دهد. او به چند روش می تواند این کار انجام دهد اگر: الف) اگر مجبور باشد به همه ی سوال ها جواب دهد؟

ب) بتواند سوال ها را بدون جواب هم بگذارد؟

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times (n-3) \times \dots \times 1$$

اگر n یک عدد طبیعی باشد ، حاصل ضرب اعداد طبیعی و متوالی از 1 تا n را بصورت $n!$

نمایش می دهیم. (قرار داد $0! = 1$)
 حاصل ضرب هر عدد از خودش یک بار



مثال: حاصل عبارت های فاکتوریل دار را بصورت ساده و حاصل ضرب ها زیر را با نماد فاکتوریل بدست آورید.

$$\frac{5!}{4!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 5$$

$$\frac{n!}{(n-4)!} = \frac{n \times (n-1) \times (n-2) \times (n-3) \times \cancel{(n-4)!}}{\cancel{(n-4)!}} = n \times (n-1) \times (n-2) \times (n-3)$$

مثال: 3 کتاب ریاضی متفاوت و 4 کتاب فیزیک متفاوت را به چند حالت می توان چید به طوری که :

الف) هیچ شرطی به میان نباشد.

$$3! \times 4! = 6 \times 24 = 144$$



حالت کتابخانه ✓ ✓ ✓ ✓

ب) کتاب های ریاضی کنار هم باشند؟

$$5! \times 3! = 120 \times 6 = 720$$

حالت کتابخانه ✓ ✓ ✓ ✓

ج) کتاب های فیزیک کنار هم باشند؟

$$4! \times 4! = 24 \times 24 = 576$$

حالت کتابخانه ✓ ✓ ✓ ✓

د) کتاب های فیزیک کنار هم و کتاب های ریاضی کنار هم باشند؟

$$2! \times 4! \times 3! = 2 \times 24 \times 6 = 288$$

ه) کتاب ها یک در میان باشند؟

$$4! \times 3! = 24 \times 6 = 144$$

$$\frac{2}{\text{ریاضی}} \times \frac{5}{\text{ریاضی}} \times \frac{4}{\text{ریاضی}} \times \frac{3}{\text{ریاضی}} \times \frac{2}{\text{ریاضی}} \times \frac{1}{\text{ریاضی}} \times \frac{3}{\text{ریاضی}} = 720$$

$$4 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 2880$$

مثال: 4 کتاب ریاضی متفاوت و 4 کتاب فیزیک متفاوت را به چند طریق می توان یک در میان کنار هم قرار داد؟

$$4! \times 4! = 24 \times 24 = 576$$

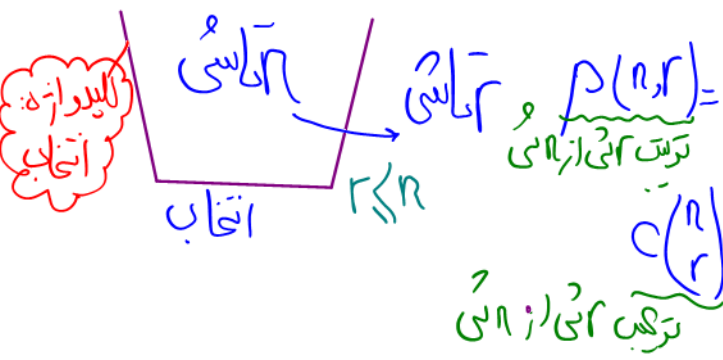
مثال: با ارقام 0 و 1 و 2 و 3 و 4 و 5 چند عدد سه رقمی می توان ساخت؟

$$\frac{5}{\neq} \times \frac{4}{\neq} \times \frac{4}{\neq} = 180$$

$$\frac{5}{\neq} \times \frac{5}{\neq} \times \frac{4}{\neq} = 100$$

ترتیب و ترکیب: (۱) ترتیب در انتخاب مهم است. ترتیب: P
 اعداد و اشیاء / حرف و بیانات / چراغ میزنند

(۲) ترتیب در انتخاب مهم نیست: ترکیب: C
 آبیان مهره از لیس / چراغ میزنند



$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

ترتیب مهم است

$$C(n, r) = \frac{n!}{r! \times (n-r)!}$$

ترتیب مهم نیست

$$P(5, 2) = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5!}{3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{3!} = 20$$

$$P(4, 3) = \frac{4!}{(4-3)!} = \frac{4!}{1!} = 4! = 24$$

$$C(5, 2) = \frac{5!}{2! \times (5-2)!} = \frac{5!}{2! \times 3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2 \times 1 \times 3!} = 10$$

$$C(4, 3) = \frac{4!}{3! \times (4-3)!} = \frac{4!}{3! \times 1!} = \frac{4 \times 3!}{3!} = 4$$

لست از لیسای $P(n, r) = 12$ مقدار n کدام است؟

$$P(4, 2) = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{4!}{2!} = \frac{4 \times 3 \times 2!}{2!} = 12$$

$$\frac{n!}{(n-r)!} = \frac{n!}{(n-(n-2))!} = \frac{n!}{(n-n+2)!} = \frac{n!}{2!} = 12 \Rightarrow n! = 12 \times 2 = 24 \Rightarrow n = 4$$

$$C(4, 1) \rightarrow C(n, 1) = n$$

$$C(4, 4) \rightarrow C(n, n) = 1$$

$$C(4, 3) \rightarrow C(n, n-1) = n$$

$$C(n, 0) = 1$$

$$C(5, 2) = \frac{5!}{2! \times 3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2 \times 1 \times 3!} = 10$$

حداقل ← لااقل ← اقلا ← دست کم
 حداکثر ← دست زیاد

$X \leftarrow 9$
 $+ \leftarrow 2$

$$C(4, 3) = \frac{4!}{3! \times (4-3)!} = \frac{4!}{3! \times 1!} = \frac{4 \times 3!}{3!} = 4$$

$$\frac{4 \times 5}{1 \times 2} = 10 \rightarrow \frac{4!}{3! \times 1!} = 4$$

$$C(7, 4) = \frac{7!}{4! \times 3!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3!}{4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 3!} = 35$$

$$C(5, 3) = \frac{5!}{3! \times 2!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{3 \times 2 \times 1 \times 2!} = 10$$

لست از ۱۰ کتاب ادبی و ۸ کتاب علوم چند دسته ۳ تایی میسازیم؟ کتاب ادبی را ۲ کتاب علوم می توان انتخاب کرد؟

کتاب ۱
 کتاب ۲
 کتاب ۳
 کتاب ۴
 کتاب ۵
 کتاب ۶
 کتاب ۷
 کتاب ۸
 کتاب ۹
 کتاب ۱۰

$$\binom{10}{2} \times \binom{8}{1} = \frac{10 \times 9}{2 \times 1} \times 8 = 45 \times 8 = 360$$

$$\binom{10}{3} = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 120$$

لست از ۱۰ روس میبایک را در ۱۰ نفره موجود دارد. با این تعداد می توان تسکین داد؟

$$\binom{10}{10} = 1$$

لست از ۳ درجه ای مهره قرمز و ۴ آبی موجود دارد. می توان ۳ مهره از اینها خارج کرد؟

$$\binom{10}{3} = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 120$$

$$\binom{10}{3} = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 120$$

(ج) حد اول ۲ مهره ای باشد: ۱۲ ای و ۱۱ قر یا ۱۳ ای و ۱۰ قر

$$\binom{4}{1} \times \binom{5}{2} + \binom{4}{2} \times \binom{5}{1} = 50$$

$$1 \times 10 + 6 \times 5$$
 (و) حد اکثر ۲ مهره ای باشد:
 ۲ ای و ۱ قر / ۱ ای و ۲ قر / ۱ ای و ۱ قر و ۱ س

(الف) هر سه مهر رنگی باشد: هر ۳ آی یا هر سه قرمز $\frac{3 \times 4}{1 \times 4}$

(ب) ۱ مهر قرمز و ۲ مهر آبی باشد $\binom{4}{2} + \binom{5}{3} = 14$
 $\binom{4}{2} \times \binom{5}{1} = 7 \times 5 = 35$

خ) ابتدا "۲" به صورت کرمز بایسد

۲ کرمز و ۱ آبی یا ۳ کرمز، ۵ آبی

$$\binom{5}{0} \times \binom{4}{3} + \binom{5}{1} \times \binom{4}{2} \rightarrow \frac{1 \times 4}{1 \times 2} =$$
$$1 \times 4 + 5 \times 7 = 39$$

$$\begin{aligned} n &= 9 \\ r &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} q \\ p \end{pmatrix} = \frac{\sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} q}{1} = 1 \text{ f}$$

مثال: درجه‌ای ۱ مهره سفید - ۲ مهره بنفش و ۳ مهره آبی وجود دارد. به تعداد ۳ مهره از سطح خارج می‌کنیم. به این طریق این آفتاب
ای می‌شود که ۳ مهره سفید

$\frac{10}{3} \times \frac{10}{3} = \frac{100}{9}$

(الف) مهره هفت باشد $\rightarrow$ مهره یک، مهره دو، مهره سه، مهره چهار، مهره پنج، مهره شش، مهره هفت
 $\binom{3}{1} + \binom{4}{2} + \binom{3}{3} = 1 + 6 + 1 = 8$

(ب) مهره هشت باشد $\rightarrow$ مهره یک، مهره دو، مهره سه، مهره چهار، مهره پنج، مهره شش، مهره هفت، مهره هشت
 $\binom{3}{1} \times \binom{4}{2} \times \binom{3}{1} = 3 \times 6 \times 1 = 18$

(ج) ۲ مهره نوزاد مهره هشت باشد $\rightarrow$ مهره یک، مهره دو، مهره سه، مهره چهار، مهره پنج، مهره شش، مهره هفت، مهره هشت
 $\binom{4}{2} \times \binom{3}{1} = 6 \times 3 = 18$

(۲) حداقل ۲ مهره آبی باشد.

$$= \binom{3}{2} \times \binom{4}{1} + \binom{3}{1} \times \binom{4}{2} = 1 \times 4 + 3 \times 6 = 22$$

$$\begin{pmatrix} f \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} g \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} f \\ 6 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} g \\ y \end{pmatrix} \rightarrow 1 \text{ f } \rightarrow$$

$$f \times 10 + 1 \times 70 = 70 + 70 = 140$$

١٥
١. حواشي المهره بنز باسد
٢. بنز با كايه بنز و ٣. كايه بنز

[illegible]

ایفتر لیو و آوز لیو ایات و اوز لیو ایات و ۳۰

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$1 \times 35 + 5 \times 21 + 10 \times 7$$

$$35 + 105 + 70 = 210$$

$$\begin{pmatrix} 7 \\ 2 \end{pmatrix} = \frac{7 \times 7}{1 \times 7} = 7$$

$$\begin{pmatrix} 7 \\ 3 \end{pmatrix} = \frac{2 \times 7}{1 \times 7} = 2$$

۲۱۰
۲۲۰
۱۸۰
۲۰۰

۷ کستی گیر
۵ وزن بردار

نکته - 2^n ← تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه n عضو

تعداد زیرمجموعه‌های m عضو یک مجموعه n عضو ← $C(n, m)$

مثال: مجموعه $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ را در نظر بگیرید. (الف) این مجموعه چند زیرمجموعه دارد؟
 (ب) مجموعه چند زیرمجموعه ۳ عضوی دارد؟
 (و) مجموعه چند زیرمجموعه ۳ عضوی که شامل a باشد دارد؟
 (گ) مجموعه چند زیرمجموعه ۳ عضوی که شامل e باشد و a نباشد؟
 (خ) مجموعه چند زیرمجموعه ۳ عضوی که a و e شامل e نباشد دارد؟
 (ز) چند زیرمجموعه ۳ عضوی که شامل e باشد و a نباشد دارد؟

حل: (الف) $2^6 = 64$
 (ب) $C(6, 3) = \frac{6 \times 5 \times 4}{1 \times 2 \times 3} = 20$
 (و) $C(5, 2) = 10$
 (گ) $C(5, 3) = 10$
 (خ) $C(5, 3) = 10$
 (ز) $C(5, 3) = 10$
 (د) $C(5, 3) = 10$

احتمال: $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$
 مثال: در تپان یکس احتمال آنکه عدد اول شده زوج باشد $P_A = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
 عدد اول شده بزرگتر از ۳ باشد $P_B = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$
 اول یا باشد $P_C = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

مثال: در تپان توپس احتمال آنکه هر یک عدد ۱ تا ۵ زوج باشد $P_A = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$
 هر ۲ عدد ۱ تا ۵ مضرب ۳ باشد $P_B = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$
 هر ۲ عدد ۱ تا ۵ مضرب ۴ باشد $P_C = \frac{5}{36}$

مثال: در یکسای ۵ مهره قرمز، ۲ مهره آبی و ۳ مهره سفید وجود دارد. به تصادف از این جعبه ۳ مهره را بیرون می‌آوریم. احتمال آنکه (الف) هر سه مهره سفید باشند: $P_A = \frac{1}{12}$
 (ب) حداقل ۱ مهره آبی باشد: $P_B = \frac{1}{6}$
 (ج) حداقل ۲ مهره قرمز باشد: $P_C = \frac{5}{14}$

$$\sqrt{\frac{PV}{\omega\omega}}$$

$$P_A + P_{A'} = 1 \quad \boxed{P_{A'} = 1 - P_A}$$

$$\frac{7}{14} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{1.4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{7-1}{7} = \frac{2}{7}$$

احتمال پیکر بنامد - ۱ = احتمال پیکر بنامد

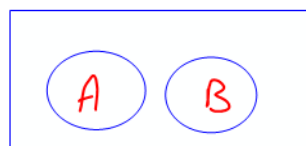


← احتمال خرابی از این آبلاب
لعل آنکه در دهانی از این آبلاب
بع ۱۵۰

$$P(A \cup B) = P_A + P_B - P(A \cap B)$$

اِقْلُ رُبَّيْ

احتمال رخ دیس A و B
همزمان



9 $A \cap B = \emptyset$
استدکای ندارند: ناسازگار

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Handwritten notes in Urdu: "A و B دونوں متضام" (A and B are mutually exclusive), "A و B دونوں متضام" (A and B are mutually exclusive), "A و B دونوں متضام" (A and B are mutually exclusive).

$$A \cup B = \{x \mid x \in S, x \in A \vee x \in B\}$$


§ $A - B = \{x | x \in S, x \in A, x \notin B\}$

$$B-A = \{u \mid u \in S, u \in B, u \notin A\}$$

لست ١ - $P(A \cup B) = \frac{3}{5}$ $P_B = \frac{14}{5}$ و $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$ P_A كدام لست؟

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\frac{w}{\varepsilon} = \frac{14}{\varepsilon} + \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda}$$

$$\frac{w}{\varepsilon} - \frac{14}{\varepsilon} + \frac{1}{\lambda} = 0 \rightarrow \frac{w - 14 + \lambda}{\varepsilon} = \frac{14}{\varepsilon} + \frac{1}{\lambda}$$

[illegible]

$$\frac{1}{39} = \frac{2}{9} + \frac{8}{11} + \frac{4}{9} + \frac{10}{10}$$

خالو اما ای دای ای افروز نداهه. ا. جمال الله.
(الف) هر سه افروز نور (دای ای) دای ای امده بعد.

$$\frac{1}{\sqrt{}} \times \frac{1}{\sqrt{}} \times \frac{1}{\sqrt{}}$$

$$\frac{\sqrt{}}{\sqrt{}} \times \frac{1}{\sqrt{}} \times \frac{1}{\sqrt{}}$$

$$\frac{\sqrt{}}{\sqrt{}} \times \frac{4}{\sqrt{}} \times \frac{2}{\sqrt{}}$$

(ب) هر سه فرزندان یک پدر و هفت نفر دیگر از آن خانواده اند.

(ج) هر سفر از (روزهای مختلف به دنیا آمده اند)



ذرتب و ترتیب

ذرتب:

تعداد جایگشت های r تایی از n شی متمایز یا به عبارتی تعداد انتخاب های r شی از بین n شی متمایز را که در آنها ترتیب قرار گرفتن مهم باشد، با $p(n, r)$ نمایش میدهیم و مقدار آن از دستور زیر محاسبه می شود.

$$p(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

مثال: با حروف کلمه ((جهانگردی)) و بدون تکرار حروف:

الف) چند کلمه 8 حرفی می توان نوشت؟ چندتا از آنها به ((ی)) ختم می شوند؟

۱ ۷ ۴ ۵ ۳ ۲ ۱
۱ × ۷ × ۴ × ۵ × ۳ × ۲ × ۱

ب) چند کلمه 8 حرفی می توان نوشت که در آنها حروف ((د)) و ((ی)) کنارهم قرار داشته باشند؟

۷! × ۲! = ۵۰۴۰
۷! × ۲! = ۵۰۴۰

پ) چند کلمه 6 حرفی می توان نوشت؟ چندتا از آنها به ((گردی)) ختم می شود؟

۳! × ۱! = ۶
۳! × ۱! = ۶

ت) چند کلمه 8 حرفی می توان نوشت که در آنها حروف کلمه ((جهان)) چهار حرف اول باشند؟

۵! × ۱! = ۱۲۰
۵! × ۱! = ۱۲۰



مثال: با حروف کلمه ((گل پیرا)) و بدون تکرار حروف:

الف) چند کلمه ی 6 حرفی می توان نوشت؟ چقدر از آنها با ((گل)) شروع می شود؟

ب) چند کلمه 4 حرفی می توان نوشت؟

ج) چند کلمه 4 حرفی می توان نوشت که در آنها دو حرف ((پ)) و ((ر)) در کنار هم آمده باشند؟

ت) چند کلمه 5 حرفی می توان نوشت که در آنها حروف کلمه ((پیرا)) کنار هم آمده باشند؟

ترکیب:

به هر انتخاب r شی از n شی متمایز که آن ترتیب انتخاب اهمیت نداشته باشد یا به عبارتی به هر زیر مجموعه r عضوی از یک مجموعه n عضوی، یک ترکیب r تایی از n شی می گوئیم. تعداد ترکیب های r تایی

از n شی متمایز را معمولاً با $C(n, r)$ یا $\binom{n}{r}$ نمایش می دهیم و داریم:

۴!

مثال: الف) به چند طریق می توانیم چهار کتاب را در یک قفسه کنار هم بچینیم؟

$$\binom{4}{1} = 4$$

ب) به چند طریق می توانیم چهار کتاب را برای هدیه دادن به یک نفر انتخاب کنیم؟

مثال: در یک دوره مسابقات کشتی از بین 4 داور ایرانی، 3 داور ژاپنی و 2 داور روسی قرار است کمیته ای از داوران

تشکیل شود. به چند طریق می توان این کار را انجام داد اگر:

الف) کمیته 4 نفره باشد؟

$$\begin{array}{|l} 4 \text{ داور ایرانی} \\ 3 \text{ ژاپنی} \\ 2 \text{ روسی} \end{array} \quad n=9$$

$$C(9, 4)$$

ب) کمیته 3 نفره باشد و از هر یک از سه کشور یک نفر در کمیته باشد؟

$$\binom{4}{1} \times \binom{3}{1} \times \binom{2}{1} = 4 \times 3 \times 2 = 24$$

ج) کمیته 5 نفره باشد و دقیقاً دو داور ایرانی داشته باشد؟

$$r=5$$

$$\binom{4}{2} \times \binom{5}{3} = 6 \times 10 = 60$$

د) کمیته 5 نفره باشد و حداقل 3 داور ایرانی داشته باشد؟

$$\binom{4}{3} \times \binom{5}{2} + \binom{4}{2} \times \binom{5}{3} + \binom{4}{1} \times \binom{5}{4} = 10 \times 10 + 6 \times 5 + 4 \times 5 = 100 + 30 + 20 = 150$$



ه) کمیته 7 نفره باشد و شامل 3 داور ایرانی، 2 داور ژاپنی، 2 داور روسی باشد؟

پ) کمیته 5 نفره باشد حداقل یک داور ایرانی داشته باشد؟

مثال: از کیسه ای که شامل 3 مهره آبی، 4 مهره قرمز، 5 مهره سبز است می خواهیم 3 مهره انتخاب کنیم بطوری که
(الف) هیچ محدودیتی به میان نباشد؟

(ب) 2 مهره قرمز و 1 مهره سبز باشد؟

(ج) مهره ها هم رنگ باشند؟

(د) مهره ها هم رنگ نباشند؟

(ک) حداقل 1 مهره سبز باشد؟

(گ) حداکثر 2 مهره قرمز باشد؟

نکته ۱: اگر مجموعه ای n عضو داشته باشد 2^n زیرمجموعه دارد
نکته ۲: تعداد زیرمجموعه های m عضوی یک مجموعه n عضوی $\binom{n}{m}$

مثال: مجموعه $\{a, b, c, d, e, f, g\}$

(الف) چند زیر مجموعه دارد؟ $n=7$

$$2^7 = 128$$

(ب) چند زیر مجموعه 3 عضوی دارد؟

$$\binom{7}{3}$$





~~a, b, c, d, e, f, g~~

ریاضی 3

a _ _ _

(ج) چند زیر مجموعه 4 عضوی شامل عضو a وجود دارد؟

$$\binom{7}{3}$$

e a b _ _

(د) چند زیر مجموعه 4 عضوی شامل a, b و فاقد e وجود دارد؟

$$\binom{4}{2} = 7$$

مثال:

مجموعه شامل همه ی این حالت های ممکن ، فضای نمونه ای نامیده می شود. اگر این مجموعه را با S بنامیم ، هر زیر مجموعه مانند S مانند A را یک پیشامد تصادفی در S می نامیم.

(ب، ب، ب) (ب، ب، ب)

(ب، ب، ب) (ب، ب، ب)

(ب، ب، ب) (ب، ب، ب)

(ب، ب، ب) (ب، ب، ب)

$$2^3 = 2^3 = 8$$

(الف) دقیقاً یک دختر در این خانواده متولد شده باشد؟

$$P = \frac{3}{8}$$

(ب) حداکثر یک دختر در خانواده متولد شده باشد؟

$$\frac{6}{8}$$

(ج) تعداد فرزندان پسر و دختر برابر باشند؟

$$\frac{6}{8} = 0.75$$

(د) تعداد فرزندان پسر از دختر بیشتر باشد؟

$$\frac{6}{8}$$

مثال: در جعبه ای 3 مهره ی قرمز و 2 مهره ی آبی قرار دارد. اگر 3 مهره به تصادف از این جعبه خارج کنیم احتمال آن را بدست آورید که :

(الف) حداقل یک مهره آبی انتخاب شود؟

(ب) حداکثر یک مهره آبی انتخاب شود؟



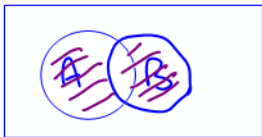


(ج) هر سه مهره قرمز انتخاب شود؟

پیشامدها و رخهای هموار رخ آنها:

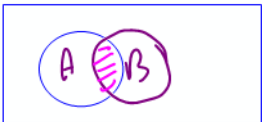
اگر A و B پیشامدهایی در فضای نمونه ای S باشند، در این صورت:

(الف) اجتماع دو پیشامد: زمانی رخ میدهد که حداقل یکی از دو پیشامد رخ بدهد.



$$A \cup B = \{\omega | \omega \in S, \omega \in A \text{ یا } \omega \in B\}$$

(ب) اشتراک دو مجموعه: زمانی رخ می دهد که هر دو پیشامد باهم اتفاق بیفتند.



$$A \cap B = \{\omega | \omega \in S, \omega \in A \text{ و } \omega \in B\}$$

(ج) تفاضل دو پیشامد: زمانی رخ میدهد که A رخ بدهد و پیشامد B رخ ندهد.



$$A - B = \{\omega | \omega \in S, \omega \in A, \omega \notin B\}$$

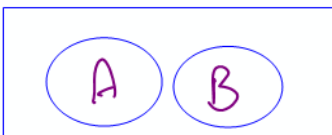
(د) متمم یک پیشامد: اگر A یک پیشامد از فضای نمونه ای S باشد، متمم پیشامد A که با A' نمایش داده می شود، وقتی رخ میدهد که پیشامد A رخ ندهد.

$$P_{A'} = 1 - P_A$$

$$P_A = 1 - P_{A'}$$

$$P_A + P_{A'} = 1$$

پیشامد ناسازگار

اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند و $A \cap B = \emptyset$ در این صورت A و B را دو پیشامد ناسازگار می نامیم. در واقع دو پیشامد ناسازگار هیچگاه با هم اتفاق نمی افتند.

$$P(A \cup B) = P_A + P_B$$



مثال: دو تاس را با هم پرتاب میکنیم احتمال آن را بیابید که:

الف) هر دو تاس فرد و مجموع آنها 6 باشد؟

$$P_A = \frac{3}{36}$$

$(1,5)(5,1)(3,3)$

ب) هر دو تاس فرد یا مجموع دو تاس 6 باشد؟

$$P_B = \frac{11}{36}$$

$(1,1)(1,3)(3,1)(3,3)$
 $(2,4)(4,2)(5,1)(1,5)(5,5)$
 $(1,3)(3,1)(5,5)$

ج) هر دو عدد تاس یکسان باشد؟

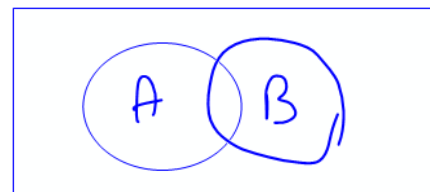
$$P_C = \frac{7}{36}$$

د) عدد دوم از عدد اول بزرگتر باشد؟

$$P_D = \frac{15}{36}$$

برای هر دو پیشامد A و B از فضای نمونه ای S ، همواره تساوی زیر برقرار است :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$



مجموعه‌ها بر علاء

آمار ، مجموعه ای از اعداد ، ارقام و اطلاعات است. علم آمار مجموعه روش هایی است که شامل جمع آوری اعداد و ارقام ، سازماندهی و نمایش ، تحلیل و تفسیر داده ها و در نهایت نتیجه گیری ، قضاوت و پیش بینی مناسب در مورد پدیده ها و آزمایش های تصادفی می شود.

تعریف جامعه یا جامعیت: مجموعه تمام افراد یا اشیایی که درباره یک یا چند ویژگی آنها تحقیق صورت گیرد ، جامعه یا جمعیت نامیده می شود و در هر یک از این افراد یا اشیا را عضو جامعه می نامند.

تعریف اندازه یا حجم جامعه: تعداد اعضای جامعه را اندازه ی جامعه یا حجم جامعه گویند.

تعریف نمونه: بخشی از جامعه که برای مطالعه انتخاب شود ، نمونه گویند و در هر یک از افراد یا اشیا



انتخاب شده را عضو نمونه گویند. که به تعداد اعضای آن، اندازه ی نمونه یا حجم نمونه گویند.
تعریف متغیر کمی: متغیر هایی را که قابل اندازه گیری هستند، متغیر های کمی گویند. (پیوسته و گسسته)

تعریف متغیر کیفی: متغیر هایی که قابل اندازه گیری نیستند، متغیر های کیفی گویند. (ترتیبی، اسمی)
مثال: انواع متغیر های زیر را مشخص کنید.

الف) سن:

ب) نمره ریاضی نهم:

ج) جنسیت:

د) قد و وزن:

ه) میزان هوش (هوش بالا، متوسط، پایین)



وقتی می خواهیم درباره ی موضوعی تحقیق کنیم نیاز به اطلاعاتی داریم که به آن داده می گویند. داده ها به صورت ارقام یا کلمات توصیفی هستند پس از به دست آوردن اطلاعات و جدول بندب و تحلیل و تفسیر باید نتیجه گیری کنیم. آمار مجموعه ای از اعداد و ارقام است.

علم آمار: مجموعه روش هایی که شامل:

- 1) جمع آوری اطلاعات
- 2) سازمان دهی
- 3) تحلیل و تفسیر
- 4) نتیجه گیری
- 5) قضاوت و پیش بینی مناسب

جامعه: به مجموعه ی تمام افرادی که تحقیق راجع به آن ها صورت می گیرد جامعه گویند. تعداد اعضای جامعه را اندازه یا حجم جامعه گویند.



مثال: وقتی در مورد نمرات ریاضی کلاس دهم مدرسه صحبت می شود جامعه ی آماری کلاس دهم مدرسه و اندازه و حجم آن دانش آموزان کلاس است.

نمونه: هرگاه اندازه ی جامعه به قدری بزرگ باشد که نتوان کل جامعه را بررسی کرد در این صورت قسمتی از جامعه را انتخاب که به آن نمونه گویند و همه ی ویژگی های جامعه را دارد.

سرشماری: اگر مطالعه ی جامعه به گونه ای باشد که کل جامعه بررسی شود به این حالت سرشماری گویند.

متغیر: یک شاخصه و ویژگی از همه ی اعضای جامعه یکسان نیست و از عضو به عضو دیگر تغییر می کند و عددی که به این ویژگی اختصاص می یابد مقدار متغیر است.

متغیر ها بر دو نوع هستند. الف) کمی ب) کیفی

متغیرهای کمی: متغیرها و ویژگی هایی که قابل اندازه گیری هستند.

متغیرهای کیفی: متغیرهایی که قابل اندازه گیری نیستند.

متغیرهای کمی 2 نوع است:

کمی گسسته: متغیرهایی که مقدار به خود می گیرند تعداد کارمندان

کمی پیوسته: متغیرهایی که در یک بازه بین 2 عدد تا قرار دارند قد دانش آموزان

متغیرهای کیفی 2 نوع است:

کیفی ترتیبی: متغیرهایی که دارای مرحله و ترتیب است تحصیلات دانشگاهی

کیفی اسمی: که قابل اندازه گیری نباشد و ترتیب نداشته باشد جنسیت زن و مرد

مثال: نوع متغیرهای زیر را معلوم کنید.

(1) نوع آلودگی هوا

(2) فاصله

(3) مقام های ورزشکار

(4) سال تولید خودرو

دنباله بازگشتی $\Leftarrow$ دنباله مرحله به مرحله هر جمله بستگی دارد

مثال: اگر $a_1 = 1$ و فرمول جمله عمومی $a_n = a_{n-1} + 3$ جمله چهارم را بدست آوریم.

$$\begin{aligned} n=1 &\rightarrow a_1 = 1 \\ n=2 &\rightarrow a_2 = a_1 + 3 = 4 \\ n=3 &\rightarrow a_3 = a_2 + 3 = 7 \\ n=4 &\rightarrow a_4 = a_3 + 3 = 10 \end{aligned}$$

10, 7, 4, 1

$$a_n = 2a_{n-1} + 2 \quad a_1 = 3$$

$$\begin{aligned} n=1 &\rightarrow a_1 = 3 \\ n=2 &\rightarrow a_2 = 2a_1 + 2 = 8 \\ n=3 &\rightarrow a_3 = 2a_2 + 2 = 18 \\ n=4 &\rightarrow a_4 = 2a_3 + 2 = 38 \end{aligned}$$

$$a_{n+1} = -2a_n - n \quad a_1 = 2$$

$$\begin{aligned} n=1 &\rightarrow a_2 = -2a_1 - 1 = -5 \\ n=2 &\rightarrow a_3 = -2a_2 - 2 = 8 \\ n=3 &\rightarrow a_4 = -2a_3 - 3 = -19 \\ n=4 &\rightarrow a_5 = -2a_4 - 4 = 38 \end{aligned}$$

اگر $a_{n+1} = a_n + (n+1)$ ، این سری کدام نوع است؟

لست دنباله بازگشتی

$$\begin{aligned} a_1 &= 1 \\ a_2 &= 3 \\ a_3 &= 6 \\ a_4 &= 10 \\ a_5 &= 15 \end{aligned}$$

$$a_n = n^2 \quad (1, 4, 9, 16, 25)$$

$$\begin{aligned} n=1 &\rightarrow a_2 = a_1 + 2 = 3 \\ n=2 &\rightarrow a_3 = a_2 + 3 = 6 \\ n=3 &\rightarrow a_4 = a_3 + 4 = 10 \\ n=4 &\rightarrow a_5 = a_4 + 5 = 15 \\ n=5 &\rightarrow a_6 = a_5 + 6 = 21 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (f(a_n) - b_n) \times c &= (f(15) - 3) \times 13 = 17 \times 13 = 221 \end{aligned}$$

$$a_n = \left[3n - \frac{1}{n} \right] \quad b_n = 2 + (-1)^n \quad a_2 = \left[6 - \frac{1}{2} \right] = \left[5.5 \right] = 5$$

172
178
218
221

$$2, 4, 6, 8, 10, \dots \rightarrow +2$$

$$100, 90, 80, 70, 60, \dots \rightarrow -10$$

$$\begin{aligned} a_2 - a_1 &= 90 - 100 = -10 \\ a_3 - a_2 &= 80 - 90 = -10 \\ a_4 - a_3 &= 70 - 80 = -10 \end{aligned} \rightarrow d = a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = -10$$

دنباله حسابی
تفاضل عددی
صورت/انفراسی $d > 0$
نزولی/ناهنجی $d < 0$
عدد ثابت $d = 0$

$$a_1 = 1$$

$$d = 4$$

۱، ۵، ۹، ۱۳

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_{10} = a_1 + 9d = 1 + 9(4) = 37$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

تعداد جمله ها
تفاضل
تفاضل

پایه
پایه

a, ... b

$$a_n = a_1 + vd = -5 + 7(-2) = -5 - 14 = -19$$

$$a_1 = -5$$

$$d = -2$$

$$a \text{ --- } C \text{ --- } b$$

$$2C = a + b$$

جمله دنیای اول

۲۷، ۱۷، ۱۲، ۷، ۲ کدام است؟

$$a_n = 2n + 3$$

$$a_n = 4n - 1$$

کدام جمله دنیای

$$a_n = 5n - 3$$

$$a_n = 5n + 2$$

در یک دنباله حسابی جمله هفتم و بیستم ۱۷ و ۴۱ است. جمله کدام است؟

۳۰

$$a_1 + 9d$$

$$-7 + 9(4) = -7 + 36 = 29$$

۲۹

۳۱

۲۷

$$a_7 = 17 \rightarrow a_1 + 6d = 17$$

$$a_{13} = 41 \rightarrow a_1 + 12d = 41$$

$$a_1 + 6d = 17$$

$$a_1 + 12d = 41$$

$$a_1 + 12d = 41$$

$$a_1 + 12(4) = 41$$

$$a_1 + 48 = 41 \rightarrow a_1 = -7$$

کدام جمله دنیای حسابی با ۲k+1، ۳k-4 و ۳k+3

$$2b = a + c$$

$$2(2k-4) = 2k+1 + 3k+3$$

$$4k-8 = 5k+4$$

$$-8-4 = k-4k$$

$$-12 = k$$

کدام جمله

۱۵

۱۲

-۱۵

-۱۲



الگوی خطی

الگوهایی که در آنها اختلاف هر دو جمله ی متوالی عددی ثابت باشد را **الگوی خطی** می نامند. دلیل نام گذاری این الگوها این است که مختصات تمام نقاط این الگو در معادله خط گفته شده ، صدق می کند. به طور کلی الگوهایی که جمله عمومی آنها بصورت $t_n = an + b$ می باشد را الگوهای خطی می نامیم که در آن a و b اعداد حقیقی دلخواه و ثابت هستند. نکته: میزان تغییر جملات متوالی این الگو برابر با ضریب n می باشد.

مثال: C_n جمله عمومی یک الگوی خطی است که در آن $C_4 = 17$ و $C_{10} = 41$ در این صورت حاصل C_n را مشخص کنید؟



الگوهای عددی که در آن تعدادی عدد پشت سرهم قرار می گیرند را یک دنباله می نامیم. این اعداد ، جملات دنباله نامیده می شوند.



مثال: در هر مورد سه جمله بعدی را بنویسید و سعی کنید جمله عمومی دنباله را حدس بزنید؟

الف) $1, -2, -3, -4, \dots$

ب) $5, 18, 31, 44, \dots$

پ) $1, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}, \dots$

ت) $-2, 1, \frac{-1}{2}, \frac{1}{4}, \dots$

د) $1, 2, 4, 7, \dots$

ج) $0.1, 0.01, 0.001, \dots$

ف) $1, 1, 2, 3, 5, 8, \dots$

ه) $-1, 8, 27, -64, 125, \dots$

دنباله ی حسابی :

دنباله ای از اعداد که اختلاف بین هر دو عدد آن ، مقدار ثابتی به نام قدر نسبت (d) است را دنباله ی حسابی می نامیم .

$$a_1, a_1 + d, a_1 + 2d, \dots \rightarrow a_n = a_1 + (n - 1)d$$

جمله عمومی



رابطه حسابی ← $a_n = a_1 + (n-1)d$

قدربت → $a_1 = a_1 + 0d$
 $a_2 = a_1 + 1d$
 $a_3 = a_1 + 2d$
 $a_4 = a_1 + 3d$

چند مثال مهم: $a_1, d = 9$

مثال: جمله ی دهم از دنباله ی حسابی ... و 3 و 0 و -3 را بدست آورید.

$d = a_2 - a_1 = 0 - (-3) = 3$

$a_1 + 9d = (-3) + 9(3) = -3 + 27 = 24$

$a_{10} = a_1 + 9d$

رابطه حسابی: $a - b = c$ → $2b = a + c$

مثال: دنباله ی حسابی 279 و ... و 7 و 3 و -1 را در نظر بگیرید.

الف: این دنباله چند جمله دارد؟

$a_1 = -1$
 $a_n = 279$
 $d = 3 - (-1) = 4$

$a_n = a_1 + (n-1)d$
 $279 = -1 + (n-1) \times 4$
 $280 = 4n - 4$
 $284 = 4n$
 $n = \frac{284}{4} = 71$

ب: عدد 51 جمله ی چندم این دنباله است؟

$a_n = a_1 + (n-1)d$
 $51 = -1 + (n-1) \times 4$
 $52 = 4n - 4$
 $56 = 4n$
 $n = \frac{56}{4} = 14$

مثال: در دنباله ی حسابی ... و 100 و 103 - چند جمله ی کوچکتر از 5 وجود دارد؟

$$d = \frac{a_m - a_n}{m - n}$$

اگر a_m, a_n دو جمله ی غیر متوالی از یک دنباله باشند داریم:



اگر سه عدد a, b, c و جملات متوالی یک دنباله حسابی باشند، در این صورت $2b = a + c$ را واسطه حسابی a و c می گوئیم.



مثال: بین 20 و 80 دو واسطه حسابی درج کنید؟



مثال: در یک تصاعد عددی $a_7 = 20$ ، حاصل $a_7 + a_{11} + a_6 + a_8$ چقدر است؟

مثال: در یک دنباله عددی، مجموع جملات اول، دوم و سوم برابر 12 و مجموع جملات هفتم، هشتم، نهم برابر 48 است.

قدر نسبت این دنباله کدام است؟

Handwritten solution for the example above:

$$\begin{aligned} a_1 + a_2 + a_3 &= 12 \\ a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + 2d) &= 12 \\ 3a_1 + 3d &= 12 \\ a_1 + d &= 4 \quad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_7 + a_8 + a_9 &= 48 \\ a_1 + 6d + a_1 + 7d + a_1 + 8d &= 48 \\ 3a_1 + 21d &= 48 \\ a_1 + 7d &= 16 \quad (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) - (1) &\Rightarrow (a_1 + 7d) - (a_1 + d) = 16 - 4 \\ 6d &= 12 \\ d &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_1 + d &= 4 \\ a_1 + 2 &= 4 \\ a_1 &= 2 \end{aligned}$$

Final calculation for a_{10} :

$$a_{10} = a_1 + 9d = 2 + 9(2) = 20$$

مثال: اگر به قدر نسبت یک دنباله ی حسابی 4 واحد اضافه کرده و از جمله ی اول آن 3 واحد کم کنیم، جمله بیستم آن چه تغییری نسبت به قبل می کند؟

مثال: در یک تصاعد حسابی، مجموع پنج جمله ی اول تصاعد برابر 5 و مجموع 5 جمله ی دوم تصاعد برابر 20 است. قدر

نسبت این تصاعد از جمله ی اول چقدر بیشتر است؟

Sum = مجموع
number = تعداد

$S_n = \text{مجموع } n \text{ جمله}$

آخر جمله $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$

مجموع $S_n = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2}$

استدلال: اگر مجموع n جمله را بنویسیم

$S_1 = a_1$
 $S_2 = a_1 + a_2$
 $S_3 = a_1 + a_2 + a_3$

$S_1 = \frac{1}{2}$
 $S_2 = \frac{7}{2} \rightarrow a_1 + a_2 = \frac{7}{2}$
 $d = a_2 - a_1 = \frac{5}{2} - \frac{1}{2} = \frac{4}{2} = 2$

$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$

لغت: در دنباله حسابی جمله هفتم ۴۶ و جمله بیستم ۱۲۱۶ است. مجموع ۱۹ جمله اول دنباله را بدست آورید.

$S_{19} = \frac{19[2a_1 + (19-1)d]}{2}$

$S_{19} = \frac{19(20 + 10 \cdot 18)}{2} = \frac{19(188)}{2} = 19 \times 94 = 1786$

$a_1 + 7d = 46$
 $a_1 + 19d = 1216$
 $d = 34$
 $a_1 = 10$

دنباله حسابی:

$a_n = a_1 + (n-1)d$

تفاوت d

$a_1 = a_1 + 0d$
 $a_2 = a_1 + 1d$
 $a_5 = a_1 + 4d$

فرمول مجموع n جمله اول دنباله حسابی:

$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$

$S_n = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2}$

سوال ۱۳۶۴: مجموع n جمله اول دنباله $1, 5, 9, 13, \dots$ برابر ۱۷۵ است.

$S_n = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2}$

$175 = \frac{n[2(1) + (n-1)4]}{2}$

$175 = \frac{n(4n - 2)}{2}$

$175 = n(2n - 1)$

$2n^2 - n - 175 = 0$

$2n^2 - 15n + 14 = 0$

$n = 10$

سوال ۱۳۷۳: جمله اول و اختلاف متوالی با هم برابرند اگر جمله ششم ۳۰ باشد. مجموع ۲۰ جمله اول را بدست آورید.

$S_{20} = \frac{20[2a_1 + (20-1)d]}{2}$

$a_6 = a_1 + 5d = 30$

$d = 6$

$a_1 = 0$

$S_{20} = \frac{20[2(0) + 19(6)]}{2} = 10(114) = 1140$

$$y=f(x)$$



تابع: تقریب تابع
 - زوج مرتب
 - نمودارون
 - جدول
 - شتاب
 - نمودار رسم شده
 - تابع نسبت
 - توان زوج و نام زوج
 - زیر را با توان زوج و نام زوج
 - داخل ایا جاست

مستقیم است - عرض x - مولف اول - معقل اول - عددی - دامنه تابع D_f
 - دایره - عرض y - u (د) - v (د) - عددی - بردار R_f

$$f(x) = x + 5 \quad \sqrt{x+5} = 11$$

$$x + |y| = 9$$

- (1) تابع فضا (2) تابع درجه 2 (3) تابع ثابت (4) تابع همبندی (5) تابع محدودیت (6) تابع یکپارچگی (7) تابع معکوس (8) علامت (9) عرض معکوس (10) عملیات روی تابع

عرض از مبدأ
 $y = ax + b$

یادآوری از نظم به معادله خط
 $y = ax + b$
 $y = 4x - 1$
 مثال: معادله خط را بنویسید
 $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
 $y_A = 3$, $y_B = -1$
 $x_A = 1$

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-1 - 3}{0 - 1} = \frac{-4}{-1} = 4$$

$y = ax + b \rightarrow y = 4x + b$
 $-1 = 0 + b \rightarrow b = -1$

تابع فضا $f(x) = ax + b$

مثال: معادله تابع خط را بنویسید که $f(0) = -2$, $f(1) = 4$ باشد.
 $A = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$
 $y_A = -2$, $y_B = 4$
 $x_A = 0$, $x_B = 1$

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{4 - (-2)}{1 - 0} = \frac{6}{1} = 6$$

$y = ax + b \rightarrow y = 6x + b$
 $-2 = 0 + b \rightarrow b = -2$
 $y = ax + b \rightarrow y = 6x - 2$
 $f(x) = 6x - 2$
 $b = -2$

مثال: معادله خط را بنویسید که $f(x) = 3x + 1$, $f(x) = 2x - 4$ باشد.
 محل تلاقی = محل برخورد

$2x - 4 = 3x + 1$
 $-4 - 1 = 3x - 2x$
 $-5 = x$
 $x = -5$

$T = (-5, -14)$

$f(x) = ax + b$

$f(x) = ax + c$

نکته: خطوط موازی و عمود

$f(x) = ax + b$

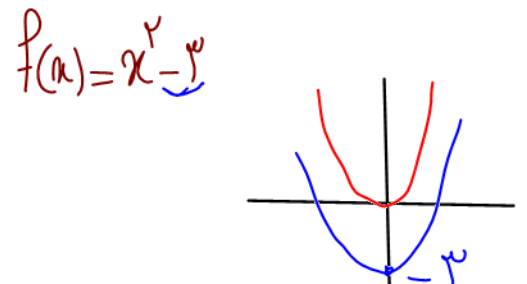
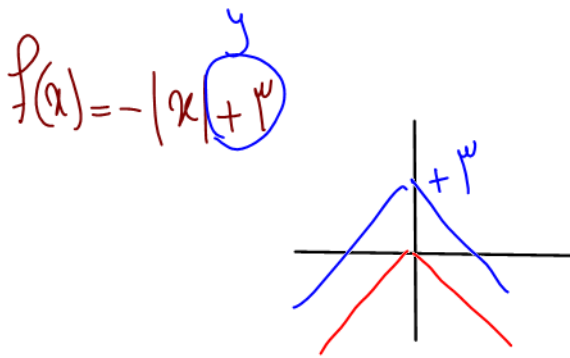
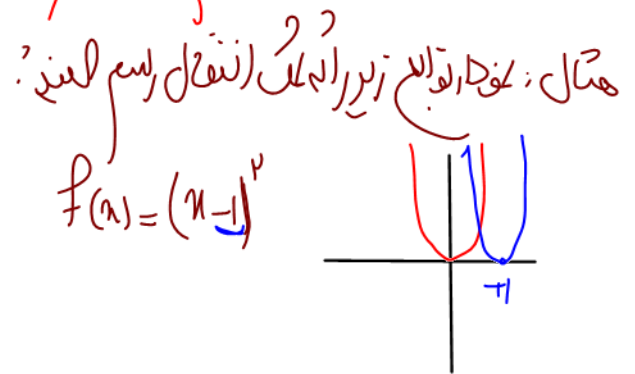
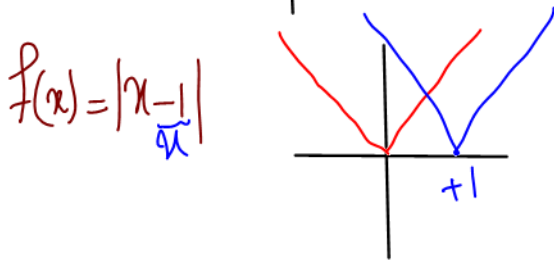
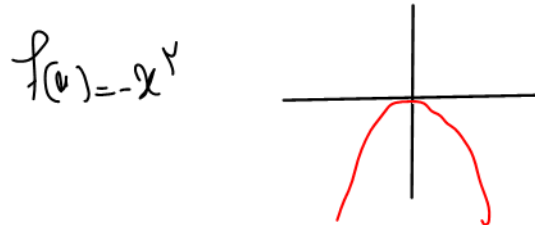
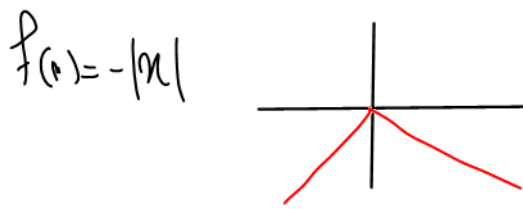
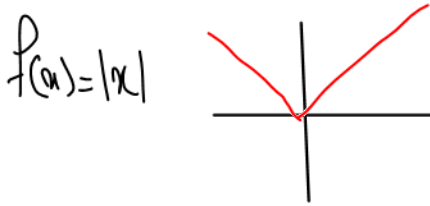
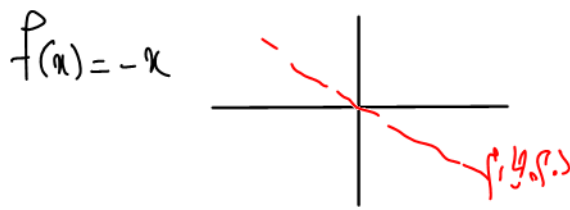
$f(x) = \frac{1}{a}x + d$

نکته: فاصله نقطه به خط (دقیقه)

$|AB| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

مثال: فاصله نقطه $A(2, -1)$ و $B(3, -2)$ را بنویسید.
 $x_A = 2$, $y_A = -1$, $x_B = 3$, $y_B = -2$

$|AB| = \sqrt{(3-2)^2 + (-2-(-1))^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$



جائليّة: $-x \leq x \leq x$
 عدد زوجي $\Rightarrow$ متماثل

دنيا لها
 اما و احتمال

① اصل مرتب: $x \leftarrow 0$
 اصل جمع: $x \leftarrow 4$

$p(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$ ← ترتيب وترتيب

$c\left(\begin{matrix} n \\ r \end{matrix}\right) = \frac{n!}{r!(n-r)!}$

$P_A = \frac{n(A)}{n(S)}$

$\rightarrow P_n =$

{
 ع
 م
 م
 م

$n=1$
 $n=2$
 $n=3 \rightarrow$

نفس الشيء $\Rightarrow$ حاصل ضرب هو عدد في نفسه $\Rightarrow$ $n!$
 $0! = 1$ $1! = 1$ $2! = 2$ $3! = 6$
 $4! = 24$ $5! = 120$ $6! = 720$

جائليّة
 دنيا ← دنيا باز (نفس الشيء)
 دنيا ← دنيا

$a_n = a_{n-1}$

$a_{n+1} = a_n$

دنباله هندسی: تمام اعداد از ۲ تا ۱۰ از توان منفی تا توان ۱۰ $2^9 = 512$ $2^0 = 1$ $2^1 = 2$ $2^2 = 4$ $2^3 = 8$ $2^4 = 16$ $2^5 = 32$ $2^6 = 64$ $2^7 = 128$ $2^8 = 256$ $2^9 = 512$ $2^{10} = 1024$

حاصل تقسیم هر ۲ جمله متوالی = قدر نسبت = نسبت مشترک = r
 افزایشی $\rightarrow$ دنباله هندسی صعودی $\rightarrow r > 1$
 کاهششی $\rightarrow$ " نزولی $\rightarrow r < 1$
 متناوب $\rightarrow$ " $r < 0$
 $A_n = A_1 \times r^{n-1}$
 $A_1 = A_1 \times r^0$
 $A_2 = A_1 \times r^1$
 $A_3 = A_1 \times r^2$
 جدول را به هم وصل کنیم
 جمله یاب و فرمول
 a b c
 $b^2 = a \times c$
 آخری $\times$ اولی = (مجموعه)

هندسی $\rightarrow$ حسابی
 $+$ $\rightarrow$ $\times$
 توان $\rightarrow$ ضرب
 جدول را به هم وصل کنیم
 جمله یاب و فرمول
 a b c
 $b^2 = a \times c$
 آخری $\times$ اولی = (مجموعه)

هندسی $\rightarrow$ حسابی
 d $\rightarrow$ قدر نسبت = نسبت مشترک = d
 نزولی $\rightarrow$ $d < 0$
 افزایشی $\rightarrow$ $d > 0$
 متناوب $\rightarrow$ $d < 0$
 $A_n = A_1 + (n-1)d$
 $A_1 = A_1 + 0d$
 $A_2 = A_1 + 1d$
 $A_3 = A_1 + 2d$
 جدول را به هم وصل کنیم
 جمله یاب و فرمول
 a b c
 $b = a + c$

نسبت $\rightarrow$ اگر جمله یاب یک دنباله هندسی $\frac{1}{16}$ و نسبت مشترک $\frac{1}{2}$ باشد جمله اول کدام است؟
 $r = \frac{1}{2}$
 $A_5 = \frac{1}{16}$
 $A_1 \times r^4 = \frac{1}{16}$
 $A_1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$
 $A_1 \times \frac{1}{16} = \frac{1}{16}$
 $A_1 = \frac{1}{16} \times 16 = 1$
 عدد اول هندسی مجهول

نسبت ۲ $\rightarrow$ در یک دنباله هندسی نسبت جمله دوم به جمله اول ۷۶ است. نسبت جمله بیستم به هجدهم مقدار است؟
 $\frac{A_{20}}{A_{18}} = 76$
 $\frac{A_1 \times r^{19}}{A_1 \times r^{17}} = 76$
 $r^2 = 76$
 $r = \sqrt{76}$
 $\frac{A_{20}}{A_{18}} = \frac{A_1 \times r^{19}}{A_1 \times r^{17}} = r^2 = 76$
 $r = \sqrt{76}$
 $A^m \div A^n = A^{m-n}$
 $A_{10} = 96$
 $A_1 \times r^9 = 96$
 $A_1 \times r^3 = 76$
 $\frac{A_1 \times r^9}{A_1 \times r^3} = \frac{96}{76}$
 $r^6 = \frac{96}{76}$
 $r = \sqrt[6]{\frac{96}{76}}$

نسبت ۳ $\rightarrow$ در یک دنباله هندسی $r < 1$ یعنی جمله دوم ۲۵ برابر جمله چهارم است. نسبت مشترک کدام است؟
 $A_2 = 25 A_4$
 $A_1 \times r^1 = 25 \times A_1 \times r^3$
 $\frac{A_1 \times r^1}{A_1 \times r^3} = 25$
 $\frac{1}{r^2} = 25$
 $r^2 = \frac{1}{25}$
 $r = \frac{1}{5}$
 $r = \sqrt[2]{\frac{1}{25}}$
 $r = \frac{1}{5}$

$$Q_7 = 2$$

$$Q_n = 2^{n-6}$$

$$Q_n = 2^{n-5}$$

$$Q_n = 2^{n-4}$$

$$Q_n = 2^{n-1}$$

لست ۹ ← در دنباله هندسی جمله ششم $\frac{1}{8}$ و جمله نهم ۲ است. جمله عمومی؟

لست ۱۰ ← اگر جملات پنجم و نهم یک دنباله هندسی به ترتیب $\frac{1}{8}$ باشد جمله هفتم کدام است؟

$$Q_5, Q_4, Q_3, Q_2, Q_1$$

$$Q_7 = Q_5 \times Q_9$$

$$Q_7 = 2 \times \frac{1}{8} \rightarrow \frac{2}{8} \rightarrow Q_7 = \sqrt{\frac{2}{8}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{Q_8}{Q_7} = \left(\frac{\frac{3}{8}}{\frac{1}{2}} \right) = \frac{3 \times 2}{8 \times 1} = \frac{3}{4}$$

لست ۹ ← اگر جمله عمومی دنباله هندسی $Q_n = \frac{3}{2^{n-1}}$ باشد جمله چهارم و پنجم برابر باشد؟

$$Q_4 = \frac{3}{2^3} = \frac{3}{8} \quad Q_5 = \frac{3}{2^4} = \frac{3}{16}$$

لست ۷ ← پنج عدد $\frac{5}{12}, a, b, c, \frac{5}{3}$ جملات متوالی دنباله هندسی هستند. مقدار b کدام است؟

$$b^2 = \frac{5}{3} \times \frac{5}{12} = \frac{25}{36} \rightarrow b = \frac{5}{6}$$

$$Q_3 = Q_1 \times r^2 \rightarrow \frac{3}{2} \times (r)^2 = \frac{3}{2} \times 4 = \frac{12}{2} = 6$$

لست ۸ ← در یک دنباله هندسی مجموع جملات اول و دوم $\frac{9}{2}$ و مجموع جملات سوم و چهارم $\frac{36}{5}$ است. جمله عمومی؟

$$Q_1 + Q_2 = \frac{9}{2}$$

$$Q_3 + Q_4 = \frac{36}{5}$$

$$Q_1 r^2 + Q_1 r^3$$

$$\frac{Q_3 + Q_4}{Q_1 + Q_2} = \frac{\frac{36}{5}}{\frac{9}{2}} = \frac{2 \times 36}{9 \times 5} = \frac{8}{5} \rightarrow r = \frac{4}{3}$$

$$\frac{Q_1 r^2 + Q_1 r^3}{Q_1 + Q_1 r} = 1 \rightarrow \frac{r^2(1+r)}{1+r} = 1 \rightarrow r^2 = 1 \rightarrow r = 1$$

$$Q_1 + Q_2 = \frac{9}{2}$$

$$Q_1 + Q_1 r = \frac{9}{2} \rightarrow Q_1 + 2Q_1 = \frac{9}{2} \rightarrow 3Q_1 = \frac{9}{2} \rightarrow Q_1 = \frac{3}{2}$$

$$Q_1 = \frac{3}{2}$$

$$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$$

$$\downarrow$$

$$a_1 = \frac{2(1-2^n)}{1-2} \rightarrow a_1 = \frac{2(1-2^n)}{-1} \rightarrow -a_1 = 2(1-2^n)$$

لست ← مجموع هندسی از دنباله هندسی
 $r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{4}{2} = 2$
 $a_1 = 2$
 $\frac{8}{9}$
 10

$$-a_1 = 2(1-2^n)$$

$$-255 = 2(1-2^n)$$

$$-255 - 2 = -257 = -2^n$$

$$257 = 2^n$$

$$256 = 2^8$$

$$S_1 = a_1$$

$$S_2 = a_1 + a_2$$

$$S_3 = a_1 + a_2 + a_3$$

لست ← مجموع n جمله اول دنباله هندسی از رابطه
 $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$
 $n=1 \rightarrow S_1 = \frac{a_1(1-2^1)}{1-2} = \frac{a_1(1-2)}{-1} = a_1 = 9$
 $n=2 \rightarrow S_2 = \frac{a_1(1-2^2)}{1-2} = \frac{a_1(1-4)}{-1} = 3a_1 = 27$
 $a_1 + a_2 = 27$
 $9 + a_2 = 27 \rightarrow a_2 = 18$
 $r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{18}{9} = 2$

$$a_3 = a_1 \times r^2$$

$$9 \times (2)^2 = 9 \times 4 = 36$$

$$a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$$

$$\rightarrow 2^{-3} = \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

$$a^0 = 1$$

$$a^1 = a$$

$$(a^n)^m = a^{n \times m}$$

توان ها:

$$\underbrace{a + a + \dots + a}_{n \text{ مرتبه}} = na$$

$$\underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ مرتبه}} = a^n$$

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$

$$\sqrt[3]{8} = 8^{\frac{1}{3}} = 2$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

$$\sqrt[3]{27} = 27^{\frac{1}{3}} = 3$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a^m \div a^n = a^{m-n} \\ a^m \div b^m = \left(\frac{a}{b}\right)^m \end{array} \right.$$

توان ۷ ← اعداد اول ۱۷, ۱۳, ۱۱, ۷, ۵, ۳, ۲

$$\frac{2^4 \times 3^4 \times 5^4 \times 7^4}{2^4 \times 3^4 \times 5^4 \times 7^4} = 1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a^m \times a^n = a^{m+n} \\ a^m \times b^m = (a \cdot b)^m \end{array} \right.$$

$$57 \times 15$$

$$57 \times 5 \times 3$$

$$285 \times 3 = 855$$

ضرب عدد دورقی در ده:

$$42 \times 5 = 210$$

$$25 \times 5 = 125$$

$$11 \times 5 = 55$$

$$94 \times 5 = 470$$

$$15 \times 5 = 75$$

$$99 \times 5 = 495$$

$$11 \times 5 = 55$$

$$73 \times 5 = 365$$

$$13 \times 5 = 65$$

عدد انگ کن = موزون صفر
 اگر عدد فرد بود انگ کن = موزون صفر
 صفر ابردار

$$a^0 = 1$$

$$a^1 = a$$

$$a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^{+n}$$

$$(a^n)^m = a^{n \times m}$$

$$a^n \times a^m = a^{n+m}$$

$$a^n \times b^n = (a \cdot b)^n$$

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

$$a^n \div b^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

نکته: عدد اعشاری (دو رقمی) ندارد = کسری

نکته: باید اعداد اول باشد

لغت ۱ - عدد $\left(\frac{1}{64}\right)^{-12}$ را به صورت 2^m نوشتار m کدام است؟

$$\left(\frac{1}{2^6}\right)^{-12} = \left(\frac{2^{-6}}{1}\right)^{-12} = \left(2^{-6}\right)^{+12}$$

$$2^{-6 \times -12} = 2^{+72}$$

$$2^m = 2^{+72} \rightarrow m = 72$$

لغت ۲ - از تساوی $4 \times 2^{x+1} = \left(\frac{1}{5}\right)^x$ عدد x کدام است؟

$$2^2 \times 2^{x+1} = \left(2^{-1}\right)^x$$

$$2^{2+x+1} = 2^{-x}$$

$$2^{3+x} = 2^{-x}$$

$$3+x = -x$$

$$3 = -x - x$$

$$3 = -2x$$

$$\frac{3}{-2} = \frac{-3}{2} \rightarrow \frac{-3}{2} = x$$

لغت ۳ - ساده شده عبارت $\frac{2^3 \times 3^5}{2^2 \times 3^4} \times \frac{2^7 \times 3^6}{2^6 \times 3^5}$ را ساده کنید.

$$\frac{2^3 \times 3^5}{2^2 \times 3^4} \times \frac{2^7 \times 3^6}{2^6 \times 3^5} = \frac{2^3 \times 3^5 \times 2^7 \times 3^6}{2^2 \times 3^4 \times 2^6 \times 3^5}$$

$$\frac{2^{3+7} \times 3^{5+6}}{2^{2+6} \times 3^{4+5}} = \frac{2^{10} \times 3^{11}}{2^8 \times 3^9}$$

$$\frac{2^{10-8} \times 3^{11-9}}{1} = \frac{2^2 \times 3^2}{1} = 4 \times 9 = 36$$

ریشه گیری:

$$2^3 = 8 \rightarrow \sqrt[3]{8} = 2$$

$$2 = 1 \text{ ریشه سوم}$$

$$\sqrt[3]{1} = 1$$

$$\sqrt[3]{8} = 2$$

$$\sqrt[3]{27} = 3$$

اعداد از ۱ تا ۱۰۰ ریشه دوم، ریشه سوم

$\sqrt{1} = 1$	$\sqrt{4} = 2$	$\sqrt{9} = 3$	$\sqrt{16} = 4$	$\sqrt{25} = 5$	$\sqrt{36} = 6$	$\sqrt{49} = 7$	$\sqrt{64} = 8$	$\sqrt{81} = 9$	$\sqrt{100} = 10$
$\sqrt[3]{1} = 1$	$\sqrt[3]{8} = 2$	$\sqrt[3]{27} = 3$	$\sqrt[3]{64} = 4$	$\sqrt[3]{125} = 5$	$\sqrt[3]{216} = 6$	$\sqrt[3]{343} = 7$	$\sqrt[3]{512} = 8$	$\sqrt[3]{729} = 9$	$\sqrt[3]{1000} = 10$

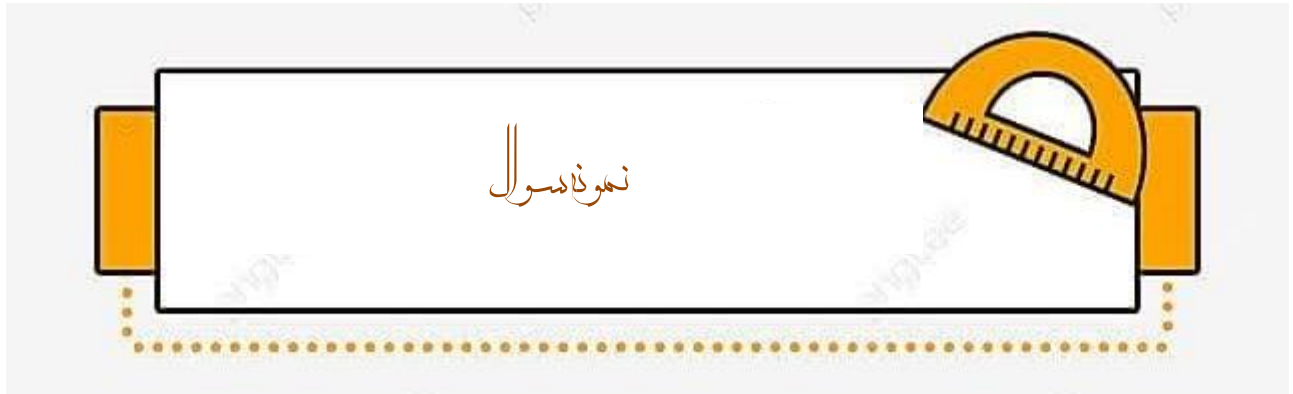
$\sqrt[n]{a^m} \rightarrow \text{توان}$ $= a^{\frac{m}{n}}$ $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$ $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$ $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

فرضه ۳ ←

فرضه را در هم ضرب می کنیم

$$\sqrt[2]{\sqrt[2]{\sqrt[2]{\sqrt[2]{10}}}} = \sqrt[14]{10} = 10^{\frac{1}{14}}$$

[illegible]



۱

با ارقام ۶ و ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱ و ۰ چند عدد سه رقمی می توان ساخت که در آن ها هم رقم زوج و هم رقم فرد وجود داشته باشد؟

252

4

219

3

203

2

156

1

۲

از بین ۳ دانش آموز سال دهم و ۴ دانش آموز سال یازدهم، ۴ نفر انتخاب می کنیم. احتمال اینکه حداقل ۲ دانش آموز سال دهم وجود داشته باشد کدام است؟

$\frac{45}{70}$

4

$\frac{43}{70}$

3

$\frac{23}{35}$

2

$\frac{22}{35}$

1



مجموع ۲۰ عدد طبیعی فرد متوالی و مضرب ۵ که کوچکترین آن‌ها ۱۱۵ است، کدام است؟

۳

2400

4

400

3

4200

2

3250

1

تعداد جایگشت‌های حروف کلمه «system» به‌طوری‌که حروف s کنار هم نباشند، کدام است؟

۴

360

4

240

3

180

2

120

1

۵

درون جعبه‌ای ۵ مهره قرمز، ۴ مهره سفید و ۳ مهره آبی قرار دارد. اگر ۲ مهره باهم از ظرف بیرون آوریم، با

کدام احتمال این دو مهره هم‌رنگ نیستند؟

$\frac{47}{66}$

4

$\frac{43}{66}$

3

$\frac{17}{33}$

2

$\frac{13}{22}$

1



در یک دنباله حسابی، مجموع ۹ جمله اول برابر ۹۰ و جمله هفتم آن ۱۳ است. تفاضل جمالت متوالی،

کدام است؟

3

2/5

2

1/5



جواب معادله $\frac{2}{35} = \frac{(n-2)!}{n!} + \frac{(n-1)!}{(n+1)!}$ کدام است؟

8

7

6

5



مجموع ۳ جمله متوالی از یک دنباله حسابی برابر ۱۸ و حاصل ضرب آنها ۱۹۲ است. اگر دنباله صعودی باشد،

جمله کوچکتر کدام است؟

2

4

6

8



اضلاع یک مثلث قائم‌الزاویه تشکیل تصاعد حسابی می‌دهند. اگر محیط این مثلث ۲۴ باشد، مساحت آن کدام است؟

28

4

24

3

16

2

12

1



درون جعبه‌ای ۷ کارت با شماره‌های ۱ تا ۷ قرار دارد. ۳ کارت به تصادف خارج می‌کنیم. با کدام احتمال شماره‌ی

این سه کارت متوالی است؟

$\frac{1}{7}$

4

$\frac{1}{6}$

3

$\frac{1}{5}$

2

$\frac{1}{4}$

1



در یک رأی‌گیری که شامل ۴ رأی موافق، ۳ رأی مخالف و ۲ رأی ممتنع است، اگر ۳ رأی به تصادف خوانده

شود، با کدام احتمال حداقل ۲ رأی موافق در بین آن‌ها وجود دارد؟

$\frac{19}{52}$

4

$\frac{11}{52}$

3

$\frac{17}{42}$

2

$\frac{13}{42}$

1





از بین اعداد فرد طبیعی کوچکتر از ۲۰، عددی به تصادف انتخاب شده است و پیشامدهای A و B چنین تعریف

می‌شوند: عدد، مربع کامل است B = عدد، مضرب ۳ است A = احتمال آنکه پیشامد رخ دهد کدام است؟

0/5

4

0/4

3

0/3

2

0/2

1



جمله‌ی عمومی دنباله‌ای به صورت $a_n = n^2 - (n+1)^2$ است. مجموع ده جمله‌ی نخست این دنباله کدام است؟

-120

4

120

3

-60

2

60

1



با حروف کلمه "ELECTION" چند کلمه رمز ۴ حرفی می‌توان نوشت که شامل دو حرف باشد؟

360

4

180

3

120

2

90

1





به چند روش ممکن است از بین ۱۵ دانش‌آموز، ۳ نفر آن‌ها را برای مسئول کتابخانه، مسئول گروه سرود و

۱۵

مسئول گروه تناتر دانش‌آموزان انتخاب کرد؟

2730

4

1365

3

910

2

455

1

اگر $\{a_n\}$ دنباله‌ای حسابی باشد، آنگاه حاصل $\frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \dots + \frac{1}{a_{n-1} a_n}$ کدام است؟

۱۶

 $\frac{2n}{a_1 a_n}$

4

 $\frac{2n-2}{a_1 a_n}$

3

 $\frac{n}{a_1 a_n}$

2

 $\frac{a-1}{a_1 a_n}$

1

از کیسه‌ای محتوی ۴ مهره سفید و ۳ مهره سیاه، ۲ مهره خارج می‌کنیم. احتمال آنکه حداقل یکی از مهره‌ها

۱۷

سفید باشد، کدام است؟

 $\frac{6}{7}$

4

 $\frac{1}{7}$

3

 $\frac{5}{7}$

2

 $\frac{4}{7}$

1





از بین ۱۲ خانواده انجمن اولیاء مدرسه به چند طریق می‌توان ۴ خانواده انتخاب کرد که در آن‌ها زن یا شوهر

شرکت کنند؟

990

4

840

3

720

2

495

1



با جایگشت ارقام چند عدد پنج‌رقمی زوج حاصل می‌شود؟

120

4

104

3

96

2

84

1



از بین اعداد طبیعی یک‌رقمی، به چند حالت ۳ عدد را می‌توان انتخاب کرد به‌طوری‌که تشکیل یک دنباله‌ای

حسابی دهند؟

24

4

20

3

16

2

12

1





۲۱

با ارقام طبیعی ۱، ۲، ... و ۹ چند عدد پنج رقمی با ارقام متمایز می توان نوشت به طوری که ارقام ۱ و ۲ و ۳ در

آن ها حتماً با کار رفته و در کنار هم باشند؟

360

4

180

3

120

2

540

1

۲۲

اگر در یک دنباله ای حسابی $a_2 = -1$, $a_5 - a_3 = 1$ باشد، جمله ی چندم دنباله برابر صفر است؟

ششم

4

پنجم

3

چهارم

2

سوم

1

۲۳

اضلاع یک مثلث قائم الزاویه، تشکیل دنباله عددی می دهند، نسبت بزرگترین ضلع مثلث به کوچک ترین ضلع آن

چه قدر است؟

 $\frac{5}{3}$

4

 $\frac{5}{4}$

3

 $\frac{4}{3}$

2

 $\frac{12}{5}$

1





بین دو عدد ۱۰ و ۱۲، نوزده واسطه حسابی درج کرده ایم جمله دهم دنباله حسابی حاصل کدام است؟

۲۴

11

4

10/9

3

10

2

9/9

1

احتمال آن که مجموع دو تاس پرتاب شده با هم کوچکتر از ۹ باشد، چه قدر است؟

۲۵

$\frac{2}{3}$

4

$\frac{13}{18}$

3

$\frac{7}{9}$

2

$\frac{5}{12}$

1

