

ریاضی و آمار 3

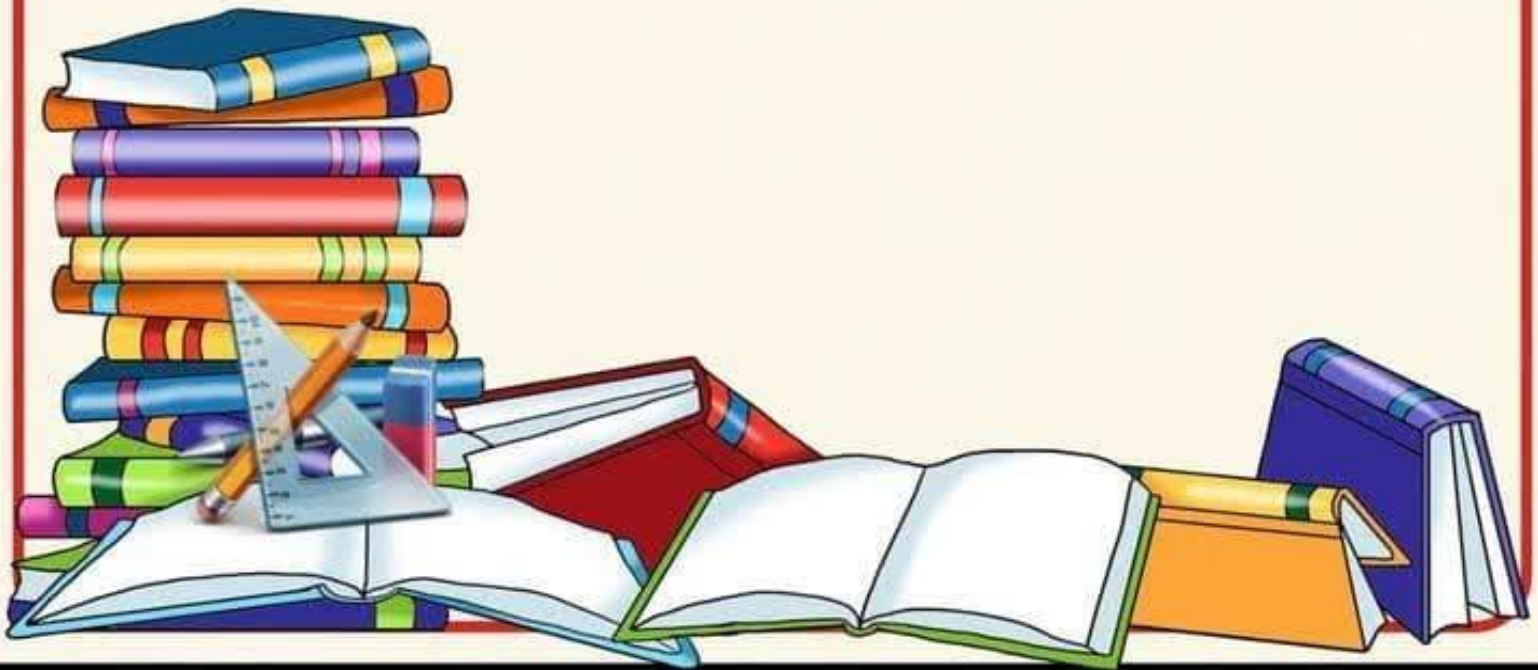
ویژه رشته انسانی



میراث: استاد مفهم



- ☒ ریاضیات جامع دکتر انصاری
- ☒ حرمی ناما
- ☒ مثال ریاضی فشریحی



$m \times n$

فضل ادر ریاضی (دوازدهم) ← اصل ضرب (شمارش) ← انتخابی و تطبیقی - و الحاق ←

$$\text{U} \leftarrow + \leftarrow \text{L}$$

و ← x ← اصل ضرب

$$\mu_X \mathcal{E} = 1 \nu$$

مسئله ← سیراز $\oplus$ افغان $\oplus$ تهران

اصل جمع : $m+n$ على اقل ≥ 2

مسئله: مسافری قوه‌ها از تهران به اراک می‌فرستد و بوی که (۲) از قم عبور کند. اگر از تهران تا قم ۳ راه و از قم تا اراک ۲ راه وجود داشته باشد:

(ج) مسافر پہنچنے والے مسافروں کی تعداد 14 ہے اور ان کی آمد کی مدت 30 ہے۔
رفتہ اور برگشتہ ٹکٹوں کی قیمتیں برابر ہیں۔

$$w_x^c = 1$$

الف / مسافر میزد طریق از تهران به اراک مسافرت می کند.

(ب) مصداق قرآن، فید طریق مصداق قرآن و بر آستان اجامی ۱۳۵۸^۸

$$\textcircled{+} \textcircled{y} \leftarrow 1Y + 1Y = 2Y$$

$$\otimes \rho \leftarrow 1^Y \times Y = Y \otimes$$

۱۰ اہل بیت

$3 \times 2 = 6$ (circled in blue)
 $11 + 9 = 20$ (circled in blue)

$$w_0 = |x| |x| = 9$$

$$r_1 = r_x \cdot r_y \cdot r_z = r_e$$

$$\omega' = \omega \times \epsilon \times \nu \times \nu \times 1 = \nu.$$

$$|1\rangle = |x\rangle \otimes |e\rangle \otimes |x\rangle \otimes |x\rangle = |V\rangle.$$

$$Y| = Y \times 1 = Y$$

$$11 = 1$$

$$6 \mid \leq 1$$

ناتوانی: ! ← شاملترین هر عدد از خودش تا !

نیلہ ← اعداد منفی! ڈارڈ

سؤال: حاصل الرتبة هو ٨.

$$\frac{w!}{w!} = \frac{\cancel{w!}}{w \times \cancel{w!}} = \frac{1}{w}$$

$$* \frac{K!}{P!} + \frac{P!}{0!} = K + P = 4$$

$$7 \left(\begin{smallmatrix} 4 \\ 1 \end{smallmatrix} + \begin{smallmatrix} 3 \\ 1 \end{smallmatrix} \right) \times \begin{smallmatrix} 4 \\ 1 \end{smallmatrix} = 70$$

$$(n+1)! = (n+1) \times n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 1$$

$$\frac{(n+1)!}{n!} = \frac{(n+1) \times \cancel{n!}}{\cancel{n!}} = n+1$$

$$\frac{\varepsilon!}{\cancel{\omega!}} = \frac{\varepsilon \times \cancel{\omega!}}{\cancel{\omega!}} = \varepsilon$$

* $\Delta |x^2| = 1x \times x = x^2$

$$\star \quad \psi |x\rangle = \psi x = |x\rangle$$

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 1$$

$$\frac{n!}{(n-1)!} = \frac{n \times \cancel{(n-1)!}}{\cancel{(n-1)!}} = n$$

$$(n-1)! = (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 1$$

$$14\% \quad 2$$

$$(\omega!) + (2!) \neq v!$$

$$a! \times b! \neq (a+b)! \quad (a!)^b \neq b a!$$

$$d!, -y! \neq w!$$

! در علم هستی شناسی

$$\frac{(3!)!}{5!} \text{ گرام است.}$$

$$\frac{4!}{2!} = \frac{7 \times \cancel{2!}}{\cancel{2!}} = 4$$

$$\frac{20 \times 19 \times 18}{18!} + \frac{18 \times 17 \times 16}{17!} = 310 + 1610 = 1920$$

4.4
1414

لست ← اگر $\frac{(n-1)!}{(n+1)!} = \frac{1}{6}$ باستعمال $!(n+2)$ کلام است۔

$n = 4$

$$\frac{\frac{1}{(n-1)!}}{(n+1) \times n \times (n-1)!} = \frac{1}{9}$$

$$\frac{\cancel{\mu}}{\mu} = \frac{\cancel{w}}{w}$$

$$\frac{1}{n!} \frac{(n-1)!}{2!} = \frac{1}{2!}$$

~~لَسْتَ ← (عليه السلام)~~

$$\frac{1}{1} \times \frac{n}{n} = n = 1$$

✓ μ
ε
ω
γ

$\Delta \circ \square$! $\leftarrow \Delta \circ \square$
 $\Delta \square \circ$
 $\square \circ \Delta$
 $\square \Delta \circ$
 $\circ \Delta \square$
 $\uparrow \leftarrow \circ \square \Delta$

جائست (جایگاه) ← ۸ تنی نماز به ۸ طریق نماز هم می کردند

۲ کتاب ریاضی
۳ کتاب ادبیات

جائزہ ۳ کتابداریاں
جائزہ ۲ کتاب رفاہی

$$\underbrace{w! \times v! \times w! \times v!}_{\tau \times \nu \times \tau \times \nu} = 168$$

AA SSS vvv

۲ | قسیر ← A
۳ | سیریا ← S
۲ | وزیر ← N

نست ← ۳ کتاب ریاضی، ۲ کتاب امضا، ۱ رابیند فیزیکی، ۱ قفسه فنار هم قرار هم بدو ناله کتاب های هم منقوع فنار هم باشد.

$$21 \times 21 \times 21 = 2 \times 9 \times 9 =$$

✓ 48
70
140
14

$\underline{E} \underline{A} \underline{E} \underline{A} \underline{E} \underline{A} \underline{E} = 9! \times 3! = 24 \times 9 =$ (الف) یکدیگر میان

செய்து
எல். மு.

EEEE AA

$$2! \times 2! \times 3! = 2 \times 2 \times 6 = 24$$

(ب) پندھو یہ یحییٰ کی توان نوشت؟
 $V_2 = \frac{4}{1} \times \frac{6}{1} \times \frac{8}{1} \times \frac{10}{1} \times \frac{12}{1}$

$$\frac{1}{1} \times \frac{2}{2} \times \frac{3}{3} \times \frac{4}{4} = 1$$

(و) نیز به محض امکان نوشتن در قسمت اول

ب) جدیدہ احادیث میں کون کون سے احادیث کا حوالہ دیا گیا ہے۔

$$\underline{\omega} \times \underline{e} \times \underline{r} = \underline{r}_b$$

کن

0, 1, 2, 3, 4, 5

$$\frac{\Delta}{0 \neq} \times \Delta \times \Sigma = 100$$

$\frac{d}{dt} \times \sum \frac{1}{\text{مقدار}}$
 $\frac{d}{dt} \times \sum \frac{1}{\text{مقدار}}$
 $\frac{d}{dt} \times \sum \frac{1}{\text{مقدار}}$

$$\frac{e}{0.7} \times \frac{e}{1} \times \frac{1}{\frac{1}{0.7}} = 3.2$$

$$\underline{\underline{104}} \leftarrow \frac{2}{8} \times \frac{2}{2} \times \frac{1}{1} = 70$$

$$\frac{2}{7} \times \frac{2}{7} \times \frac{1}{7} \times \frac{1}{7} =$$

$$\frac{\omega}{1} \times \omega \times \varepsilon \times \mu = 100$$

• $\neq$
Solid - per. per.

$$\frac{\mathcal{E}}{15,000} \times \frac{\mathcal{E}}{15,000} \times \frac{\mu}{15,000} \times \frac{\mu}{15,000} =$$

$$\underline{14} \leftarrow \begin{array}{l} \Delta \times \Sigma \times 1 = 10 \\ \frac{\Sigma}{\neq} \times \frac{\Delta}{\Delta} \times \frac{1}{\Delta} = 14 \end{array}$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{\mu_{\epsilon, \omega}} \times \frac{\epsilon}{\omega} \times \frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu_{\epsilon, \omega}} \times \frac{\epsilon}{\omega} \times \frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu_{\epsilon, \omega}} \times \frac{\epsilon}{\omega} \times \frac{1}{\mu}$$

1, 2, 3, 4, 5

7/16

الف) عدد ٣ رقمي : $\frac{3}{\text{مئات}} \times \frac{4}{\text{عشرات}} \times \frac{5}{\text{وحدات}} = 76$

5 x 3 x 3 x 3 = 120 : 5/12

$$\frac{\epsilon}{\epsilon} \times \frac{\mu}{\mu} \times \frac{\nu}{\nu, \epsilon} = \nu \epsilon \quad (\text{ج})$$

$$\frac{E}{x^3} \times \frac{1}{x^2} \times \frac{1}{x^3} = \frac{1}{x^8}$$

$\frac{\epsilon}{\epsilon} = \frac{\omega}{\omega} = \frac{\gamma}{\gamma} = \frac{\gamma}{\gamma} = 1$

(خ) - $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

$$\frac{1}{\mu_{\epsilon, \omega}} \times \frac{\epsilon}{\omega} \times \frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu_{\epsilon, \omega}} \times \frac{\epsilon}{\omega} \times \frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu_{\epsilon, \omega}} \times \frac{\epsilon}{\omega} \times \frac{1}{\mu}$$



اصل جمع

$$+ = - = \text{اصل مع}$$

اگر کاری را بتوان به دو روش انجام داد ، به طوری که در روش اول m انتخاب و در روش دوم n انتخاب وجود داشته باشد ، برای انجام کار مورد نظر $m+n$ روش وجود دارد. توجه کنید که نهایتا قرار است کار فقط با یکی از شیوه ها انجام شود.

در اصل جمع فقط یکی از انتخاب ها را داریم

مثال: امین قصد دارد به خاطر قبولی در یک آزمون به دوستش پوریا ، شیرینی بدهد . او با خود فکر میکند که پوریا را به یکی از دو مکان رستوران ((یا)) آب میوه فروشی دعوت کند. اگر به رستوران برود ، تنها یکی از 2 نوع غذای چلو خورشت قورمه سبزی و قیمه را می تواند انتخاب کند و اگر به آب میوه فروشی برود، تنها یکی از سه نوع آب میوه ی هویج ، سیب و پرتقال را می توان انتخاب کند. چند انتخاب برای پوریا وجود دارد؟

$$2 + 3 = 5$$

اصل ضرب

$$= \text{اصل ضرب به هم رس}$$

اگر انجام کاری شامل دو مرحله باشد، به طوری که برای انجام مرحله ی اول m انتخاب و برای هر کدام از این m روش ، مرحله ی دوم را بتوان به n روش انجام داد ، در کل مورد نظر با $m \times n$ روش قابل انجام است. توجه کنید که هر دو مرحله باید انجام پذیرد.

مثال: هفته ی بعد پوریا قصد دارد به خاطر تولدش امین را دعوت کند ، اما او می خواهد امین را هم به آن رستوران ((و)) هم به آن آب میوه فروشی ببرد و در رستوران یک انتخاب و در آب میوه فروشی هم یک انتخاب به او بدهد. امین چند نوع انتخاب خواهد داشت؟

$$1 \times 1 = 1$$



مثال: از تهران به اصفهان 2 راه و از اصفهان به شیراز 3 راه وجود دارد. مسافری میخواهد از تهران به شیراز عبور کند به گونه ای که حتما از اصفهان عبور کند.

الف) به چند طریق این مسافرت انجام میشود؟

$$2 \times 3 = 6$$

مرحله 2 مرحله 1 = اصل $\times$

$$9 + 9 = 18$$

$$9 \times 2 = 18$$

ب) به چند طریق مسافرت رفت و برگشت انجام میشود؟

رفت و برگشت
اصل $\times$ برگشت

ج) به چند طریق مسافرت رفت و برگشت انجام میشود به گونه ای که مسیرهای رفت و برگشت یکی باشد؟

$$9 \rightarrow 2 \times 3 = 6 \rightarrow \text{رفت} \quad 6 \oplus 1 = 7$$

$$1 \rightarrow 1 \times 1 = 1 \rightarrow \text{برگشت}$$



اگر چند شیئ متمایز داشته باشیم ، به هر حالت چیدن آنها کنار هم ، یک **جایگشت** از آن اشیا می گوئیم.

جایگشت به ترتیب و نحوه قرار گرفتن اشیاء را می گویند.
جایگشت ۱ می باشد. ۲ می باشد. ۳ می باشد. ۴ می باشد. ۵ می باشد. ۶ می باشد. ۷ می باشد. ۸ می باشد. ۹ می باشد. ۱۰ می باشد.

مثال: با ارقام 0 و 1 و 2 و 3 و 4 و 5 بدون تکرار ارقام

الف) چند عدد سه رقمی می توان نوشت؟

$$\frac{5}{\text{یکان}} \times \frac{5}{\text{دهگان}} \times \frac{4}{\text{صدگان}} = 100$$

ب) چند عدد سه رقمی زوج می توان نوشت؟

$$\frac{5}{\text{یکان}} \times \frac{4}{\text{دهگان}} \times \frac{1}{\text{صدگان}} = 20$$

$$\frac{5}{\text{یکان}} \times \frac{4}{\text{دهگان}} \times \frac{2}{\text{صدگان}} = 40$$

ج) چند عدد سه رقمی مضرب 5 می توان ساخت؟

$$\frac{5}{\text{یکان}} \times \frac{4}{\text{دهگان}} \times \frac{1}{\text{صدگان}} = 20$$

$$\frac{5}{\text{یکان}} \times \frac{4}{\text{دهگان}} \times \frac{2}{\text{صدگان}} = 40$$

د) چند عدد سه رقمی فرد می توان ساخت؟

$$\frac{5}{\text{یکان}} \times \frac{4}{\text{دهگان}} \times \frac{3}{\text{صدگان}} = 60$$

مثال: در یک کشور نوعی اتومبیل در 5 مدل ، 10 رنگ ، 3 حجم موتور مختلف و 2 نوع دنده (اتوماتیک و غیر اتوماتیک) تولید می شود.



الف) چند نوع مختلف از این اتومبیل تولید می شود؟

ب) اگر یکی از رنگ های تولید شده مشکی باشد ، چند نوع از این اتومبیل با رنگ مشکی تولید می شود؟

پ) چند نوع از این اتومبیل مشکی دنده اتوماتیک تولید می شود؟

مثال: یک آزمون چند گزینه ای شامل 10 سوال 4 گزینه ای و 5 سوال 2 گزینه ای است. فردی قصد دارد به سوال ها به صورت تصادفی جواب دهد. او به چند روش می تواند این کار انجام دهد اگر: الف) اگر مجبور باشد به همه ی سوال ها جواب دهد؟

ب) بتواند سوال ها را بدون جواب هم بگذارد؟

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times (n-3) \times \dots \times 1$$

اگر n یک عدد طبیعی باشد ، حاصل ضرب اعداد طبیعی و متوالی از 1 تا n را بصورت $n!$

نمایش می دهیم. (قرار داد $0! = 1$)
 حاصل ضرب هر عدد از خودش یک بار



مثال: حاصل عبارت های فاکتوریل دار را بصورت ساده و حاصل ضرب ها زیر را با نماد فاکتوریل بدست آورید.

$$\frac{5!}{4!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 5$$

$$\frac{n!}{(n-4)!} = \frac{n \times (n-1) \times (n-2) \times (n-3) \times \cancel{(n-4)!}}{\cancel{(n-4)!}} = n \times (n-1) \times (n-2) \times (n-3)$$

مثال: 3 کتاب ریاضی متفاوت و 4 کتاب فیزیک متفاوت را به چند حالت می توان چید به طوری که :

الف) هیچ شرطی به میان نباشد.

$$3! \times 4! = 6 \times 24 = 144$$



حالت کتابخانه ✓ ✓ ✓ ✓

ب) کتاب های ریاضی کنار هم باشند؟

$$5! \times 3! = 120 \times 6 = 720$$

حالت کتابخانه ✓ ✓ ✓

ج) کتاب های فیزیک کنار هم باشند؟

$$4! \times 4! = 24 \times 24 = 576$$

حالت کتابخانه

د) کتاب های فیزیک کنار هم و کتاب های ریاضی کنار هم باشند؟

$$2! \times 4! \times 3! = 2 \times 24 \times 6 = 288$$

ه) کتاب ها یک در میان باشند؟

$$4! \times 3! = 24 \times 6 = 144$$

$$\frac{2}{\text{ریاضی}} \times \frac{5}{\text{ریاضی}} \times \frac{4}{\text{ریاضی}} \times \frac{3}{\text{ریاضی}} \times \frac{2}{\text{ریاضی}} \times \frac{1}{\text{ریاضی}} \times \frac{3}{\text{ریاضی}} = 720$$

$$4 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 2880$$

مثال: 4 کتاب ریاضی متفاوت و 4 کتاب فیزیک متفاوت را به چند طریق می توان یک در میان کنار هم قرار داد؟

$$4! \times 4! = 24 \times 24 = 576$$

مثال: با ارقام 0 و 1 و 2 و 3 و 4 و 5 چند عدد سه رقمی می توان ساخت؟

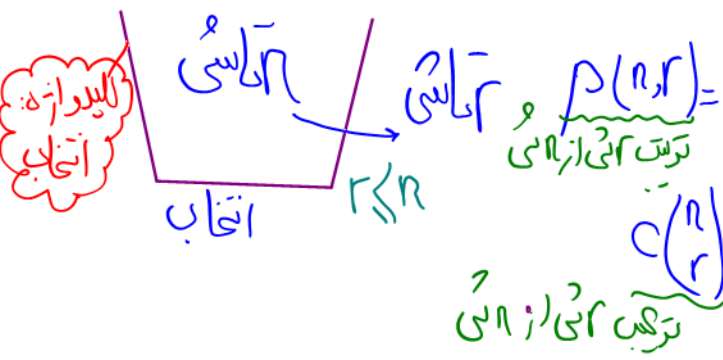
$$\frac{5}{\neq} \times \frac{4}{\neq} \times \frac{4}{\neq} = 180$$

$$\frac{5}{\neq} \times \frac{5}{\neq} \times \frac{4}{\text{یکبار}} = 100$$



ترتیب و ترکیب: (۱) ترتیب در انتخاب مهم است. ترتیب: P
 اعداد و ارقام / حرف و بیانات / چراغ های مختلف

(۲) ترتیب در انتخاب مهم نیست: ترکیب: C
 آنهایی که به هم از یک مجموعه / چراغ های مختلف



$$P\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5!}{3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{3!} = 20 \quad P(4,3)$$

$$C\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{5!}{2! \times (5-2)!} = \frac{5!}{2! \times 3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2 \times 3!} = 10 \quad C\left(\frac{4}{3}\right)$$

لست از یک مجموعه $P(n, r) = 12$ مقدار n کدام است؟ $P(4, 2) = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{4!}{2!} = \frac{4 \times 3 \times 2!}{2!} = 12$

$$\frac{n!}{(n-r)!} = \frac{n!}{(n-(n-2))!} = \frac{n!}{(n-n+2)!} = \frac{n!}{2!} \rightarrow \frac{12}{1} \rightarrow n! = 2! \times 12 = 24 \rightarrow n = 4$$

$$C\left(\frac{4}{1}\right) \rightarrow C\left(\frac{n}{1}\right) = n \quad C\left(\frac{4}{4}\right) \rightarrow C\left(\frac{n}{n}\right) = 1 \quad C\left(\frac{4}{3}\right) \rightarrow C\left(\frac{n}{n-1}\right) = n \quad C\left(\frac{n}{0}\right) = 1$$

$$C\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{5!}{2! \times 3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2 \times 3!} = 10$$

حد اقل ← لا اقل ← اقلا ← دست کم
 حداکثر ← دست زیاد

$X \leftarrow 9$
 $+ \leftarrow 2$

$$C\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{4!}{3! \times (4-3)!} = \frac{4!}{3! \times 1!} = \frac{4 \times 3!}{3!} = 4$$

$$\frac{4 \times 5}{1 \times 2} = 10 \rightarrow \left(\frac{4}{2}\right) = \frac{4 \times 3 \times 2!}{2 \times 2!} = 6$$

$$C\left(\frac{7}{4}\right) = \frac{7!}{4! \times 3!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4! \times 3!} = 35$$

$$\left(\frac{5}{3}\right) = \frac{5!}{3! \times 2!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{3! \times 2!} = 10$$

لست از ۱۰ کتاب ادبی و ۸ کتاب علوم چند دسته ۳ تایی می‌توان انتخاب کرد؟
 کتاب ادبی ۱۰ کتاب علوم ۸

$$\left(\frac{10}{2}\right) \times \left(\frac{8}{3}\right) = \frac{9 \times 8}{1 \times 2} \times \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{3! \times 4!} = 4 \times 35 = 140$$

$$\left(\frac{10}{3}\right) = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7!}{3! \times 7!} = 120$$

لست از ۱۰ روس می‌توان یک دایره ۱۰ نفره نمودار داشت. با این نقاط می‌توان چقدر داد؟

۱۱۰ ۱۲۰ ۹۰ ۶۰

لست از ۳ درجه‌های ۱ مهره قرمز و ۴ آبی موجود دارد. می‌توان ۳ مهره از این مجموعه خارج کرد؟

$$\left(\frac{10}{3}\right) = \frac{10 \times 9 \times 8}{1 \times 2 \times 3} = 120$$

۲۱۰ ۱۱۰ ۱۲۰ ۱۵۰

(الف) هر سه مهر مهر دین با سه مهر آبی یا هر سه قرمز
 $\binom{4}{3} + \binom{5}{3} = 14$
 (ب) ۱ مهر قرمز و ۲ مهر آبی با سه مهر آبی یا سه مهر قرمز
 $\binom{4}{2} \times \binom{5}{1} = 7 \times 5 = 35$

خ) ابتدا "۲ عنصر مرتب باشد"

$$\binom{5}{0} \times \binom{4}{2} + \binom{5}{1} \times \binom{4}{1} \rightarrow \frac{1 \times 6}{1 \times 2} =$$

$$1 \times 6 + 5 \times 4 = 26$$

$n=9$
 $r=3$

$$\begin{pmatrix} q \\ p \end{pmatrix} = \frac{\sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} q}{1} = 1 \text{ f}$$

مثال ۴ درجه ای ۱ مهره سفید - ۲ مهره بنفش و ۳ مهره آبی وجود دارد. به تعداد ۳ مهره از سطح خارج می کنیم. به این طریق این آهوان
ای می شود که ۳ مهره سفید

$n = 10$
 $r = 3 \rightarrow \frac{\binom{10}{3}}{\binom{10}{1}} = \frac{1 \times 9 \times 10}{1 \times 1 \times 1} = 10\%$

ا) ۳ مهره می‌تواند
 (الف) مهره ۳ مهره هرگز نباشد $\rightarrow$ $\binom{3}{3} + \binom{4}{3} + \binom{5}{3} = 1 + 4 + 1 = 6$
 (ب) مهره ۳ مهره هرگز نباشد $\binom{3}{1} \times \binom{4}{1} \times \binom{5}{1} = 3 \times 4 \times 5 = 60$
 (ج) ۲ مهره می‌تواند مهره ۲ مهره هرگز نباشد $\binom{4}{2} \times \binom{3}{1} = 6 \times 3 = 18$

$\frac{\partial x}{\partial t} = 10$

$\frac{\varepsilon \Delta T}{1 f}$

$\begin{pmatrix} f \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} g \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} f \\ 6 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} g \\ y \end{pmatrix} \rightarrow \frac{\varepsilon \Delta T}{1 f}$

$f \times 10 + 1 \times 70 = 70 + 70 = 140$

(۱) حداقل ۲ مهره آبی باشد.

$${}^3_0 \times {}^3_3 + {}^3_1 \times {}^3_2 = 1 \times 1 + 7 \times 3 = 22$$

۲ مهره آبی و ۳ مهره سبز

(۲) حداقل ۱ مهره سبز باشد

نَسْتَعِزُّكَ اَزْ مَیْمَانِ ۷ اَسْتَعِزُّوْا لَهٗ وَزَلْزِلُوْا اِلَیْهِ فِیْ حَرْجِ الْاَنْفَالِ لَیْسَ بِاُولَئِكَ حِوَالَتُکُمْ فَاَنْتُمْ تَقَرُّعْتُمْ اَنْتُمْ بِاَسَدٍ؟

۷ کستی گیر
۵ وزن بردار

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$1 \times 35 + 5 \times 21 + 10 \times 7$$

$$35 + 105 + 70 = 210$$

نکته - 2^n ← تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه n عضو

تعداد زیرمجموعه‌های m عضو یک مجموعه n عضو $\rightarrow C(n, m)$

مثال: مجموعه $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ را در نظر بگیرید. (الف) این مجموعه چند زیرمجموعه دارد؟
 (ب) مجموعه چند زیرمجموعه ۳ عضوی دارد؟ $\frac{4 \times 3 \times 2}{1 \times 2 \times 3} = 4$ (ج) مجموعه چند زیرمجموعه ۴ عضوی دارد؟ $\frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{1 \times 2 \times 3 \times 4} = 1$
 (و) مجموعه چند زیرمجموعه ۳ عضوی که شامل a باشد دارد؟ $\frac{5}{(4)} = 10$ (خ) مجموعه چند زیرمجموعه ۳ عضوی که a و b شامل e نباشد دارد؟ $\frac{4}{(3)} = 4$
 (گ) مجموعه چند زیرمجموعه ۴ عضوی که شامل e باشد و a نباشد؟ $\frac{3 \times 2 \times 1}{1 \times 2 \times 3} = 1$
 تست ← یک مجموعه ۸ عضوی چند زیرمجموعه ۴ عضوی دارد؟ $\frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{1 \times 2 \times 3 \times 4} = 35$

تعریف فضای نمونه ای: S
 تعریف رویداد تصادفی: A

احتمال ← $\frac{\text{تعداد فضای رویداد}}{\text{تعداد فضای نمونه ای}} = \frac{n(A)}{n(S)}$
 مثال: $P_A = \frac{n(A)}{n(S)}$ (A) عدد اول ← عددی که فقط بر ۱ و خودش بخش پذیر است
 عدد زوج ← ... مضرب از خودش و ۱ و عدد دیگر
 جنسیت زن است

تعداد فضای نمونه ای $n(S)$
 تعداد فضای رویداد تصادفی $n(A)$
 $P_A = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
 $P_B = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$
 $P_C = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$
 مثال: در تپان یکس احتمال آنکه ← عدد اول باشد $P_E = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$
 عدد اول بیشتر از ۱ باشد $P_F = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
 اول یا باشد $P_G = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

مثال: در تپان توپس احتمال آنکه ← هر یک عدد ۱ تا ۳۶ زوج باشد
 $P_A = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$
 هر ۲ عدد ۱ تا ۳۶ مضرب ۳ باشد
 $P_B = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$
 هر ۳ عدد ۱ تا ۳۶ مربع کامل باشد
 $P_C = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$
 هر ۴ عدد ۱ تا ۳۶ مضرب ۴ باشد
 $P_D = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$

مثال ← در یکسای ۵ مهره قرمز، ۳ مهره آبی و ۲ مهره سفید داریم. به تصادف از یکسای ۳ مهره می‌گیریم. احتمال آنکه
 (الف) هر سه مهره سفید باشند: یا هر ۳ قرمز $\frac{1 \times 4 \times 3}{(5)(4)(3)} = \frac{1}{10}$
 (ب) حداقل ۱ مهره آبی باشد
 آبی و قرمز یا آبی و سفید یا قرمز و سفید
 $\frac{2 \times 3 \times 2}{(5)(4)(3)} + \frac{2 \times 3 \times 2}{(5)(4)(3)} + \frac{2 \times 3 \times 2}{(5)(4)(3)} = \frac{12}{60} = \frac{1}{5}$
 (ج) احتمال ۱ مهره قرمز باشد ۲ مهره آبی یا ۳ مهره آبی
 $\frac{2 \times 3 \times 2}{(5)(4)(3)} + \frac{2 \times 3 \times 2}{(5)(4)(3)} = \frac{12}{60} = \frac{1}{5}$
 (د) احتمال ۱ مهره قرمز باشد ۲ مهره سفید یا ۳ مهره سفید
 $\frac{2 \times 3 \times 2}{(5)(4)(3)} + \frac{2 \times 3 \times 2}{(5)(4)(3)} = \frac{12}{60} = \frac{1}{5}$

در کسبای ۷ مهره سیاه و ۳ مهره سفید وجود دارد. ۲ مهره سفید از کسبای انتخاب می‌کنیم. احتمال هرگز بودن ۱ مهره سیاه کدام است؟

$$P_A = \frac{\binom{7}{2} + \binom{4}{2}}{\binom{11}{2}} = \frac{21 + 6}{55} = \frac{27}{55}$$

$$\frac{13}{55}$$

$$\frac{21}{55}$$

$$\frac{27}{55}$$



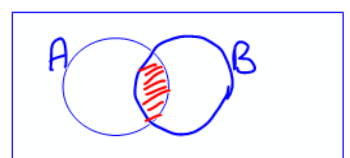
$$P_A + P_{A'} = 1 \rightarrow P_{A'} = 1 - P_A$$

مثال: توالت را به هم می‌زنیم. احتمال آنکه اعداد مناسب میان نباشد؟

$$1 - \frac{1}{36} = \frac{35}{36}$$

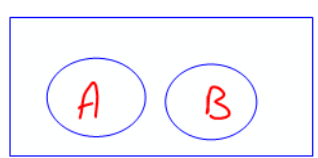
$$\frac{1}{36} = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6}$$

احتمال آنکه A اتفاق بیفتد
عدم وقوع اتفاق
توالت ۳۶
توالت اولی ۶
توالت دوم ۶
۱ = ۶ × ۶



فرمول ترکیبی

	یا	
U	+	یا
A	x	B

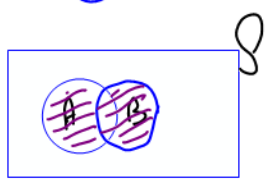


$A \cap B = \emptyset$
 اشتراک ندارند. سازگار

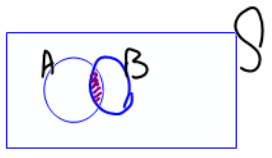
$A \cap B \neq \emptyset$
 اشتراک دارند
 سازگارند

$$P(A \cup B) = P_A + P_B - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$



$$A \cup B = \{u | u \in S, u \in A \vee u \in B\}$$



$$A \cap B = \{u | u \in S, u \in A \wedge u \in B\}$$



$$A - B = \{u | u \in S, u \in A, u \notin B\}$$

$$B - A = \{u | u \in S, u \in B, u \notin A\}$$

تست ۱ - اگر $P(A \cup B) = \frac{3}{5}$ و $P_B = \frac{11}{5}$ و $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$ کدام است؟

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\frac{3}{5} = P + \frac{11}{5} - \frac{1}{8}$$

$$\frac{3}{5} - \frac{11}{5} + \frac{1}{8} = P \rightarrow \frac{3-11+5}{40} = \frac{-3}{40}$$

خلاصه ای داریم. هرگز نداریم. احتمال آنکه:
 (الف) هر سه فرزندان در صبح دنیا آمده باشند.

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$$

 (ب) هر سه فرزندان یک روز هفته دنیا آمده باشند.

$$\frac{1}{7} \times \frac{1}{7} \times \frac{1}{7}$$

 (ج) هر سه فرزندان در روزهای مختلف دنیا آمده باشند.

$$\frac{1}{7} \times \frac{6}{7} \times \frac{5}{7}$$

تست ۲ - احتمال آنکه در میان اعداد دو رقمی یا مجموع آن‌ها ۱ باشد کدام است؟

$$\frac{1}{36} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6}$$



ذرتب و ترتیب

ذرتب:

تعداد جایگشت های r تایی از n شی متمایز یا به عبارتی تعداد انتخاب های r شی از بین n شی متمایز را که در آنها ترتیب قرار گرفتن مهم باشد، با $p(n, r)$ نمایش میدهیم و مقدار آن از دستور زیر محاسبه می شود.

$$p(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

مثال: با حروف کلمه ((جهانگردی)) و بدون تکرار حروف:

الف) چند کلمه 8 حرفی می توان نوشت؟ چندتا از آنها به ((ی)) ختم می شوند؟

۱ ۷ ۴ ۵ ۳ ۲ ۱
۱ × ۷ × ۴ × ۵ × ۳ × ۲ × ۱

ب) چند کلمه 8 حرفی می توان نوشت که در آنها حروف ((د)) و ((ی)) کنارهم قرار داشته باشند؟

۷! × ۲! = ۵۰۴۰
۷! × ۲! = ۵۰۴۰

پ) چند کلمه 6 حرفی می توان نوشت؟ چندتا از آنها به ((گردی)) ختم می شود؟

۳! × ۱! = ۶
۳! × ۱! = ۶

ت) چند کلمه 8 حرفی می توان نوشت که در آنها حروف کلمه ((جهان)) چهار حرف اول باشند؟

۵! × ۱! = ۱۲۰
۵! × ۱! = ۱۲۰



مثال: با حروف کلمه ((گل پیرا)) و بدون تکرار حروف:

الف) چند کلمه ی 6 حرفی می توان نوشت؟ چقدر از آنها با ((گل)) شروع می شود؟

ب) چند کلمه 4 حرفی می توان نوشت؟

ج) چند کلمه 4 حرفی می توان نوشت که در آنها دو حرف ((پ)) و ((ر)) در کنار هم آمده باشند؟

ت) چند کلمه 5 حرفی می توان نوشت که در آنها حروف کلمه ((پیرا)) کنار هم آمده باشند؟

ترکیب:

به هر انتخاب r شی از n شی متمایز که آن ترتیب انتخاب اهمیت نداشته باشد یا به عبارتی به هر زیر مجموعه r عضوی از یک مجموعه n عضوی، یک ترکیب r تایی از n شی می گوئیم. تعداد ترکیب های r تایی

از n شی متمایز را معمولاً با $C(n, r)$ یا $\binom{n}{r}$ نمایش می دهیم و داریم:

۴!

مثال: الف) به چند طریق می توانیم چهار کتاب را در یک قفسه کنار هم بچینیم؟

$$\binom{4}{1} = 4$$

ب) به چند طریق می توانیم چهار کتاب را برای هدیه دادن به یک نفر انتخاب کنیم؟

مثال: در یک دوره مسابقات کشتی از بین 4 داور ایرانی، 3 داور ژاپنی و 2 داور روسی قرار است کمیته ای از داوران

تشکیل شود. به چند طریق می توان این کار را انجام داد اگر:

الف) کمیته 4 نفره باشد؟

$$\begin{array}{|l} 4 \text{ داور ایرانی} \\ 3 \text{ ژاپنی} \\ 2 \text{ روسی} \end{array} \quad n=9$$

$$C(9, 4)$$

ب) کمیته 3 نفره باشد و از هر یک از سه کشور یک نفر در کمیته باشد؟

$$\binom{4}{1} \times \binom{3}{1} \times \binom{2}{1} = 4 \times 3 \times 2 = 24$$

ج) کمیته 5 نفره باشد و دقیقاً دو داور ایرانی داشته باشد؟

$$r=5$$

$$\binom{4}{2} \times \binom{5}{3} = 6 \times 10 = 60$$

د) کمیته 5 نفره باشد و حداقل 3 داور ایرانی داشته باشد؟

$$\binom{5}{3} \times \binom{4}{2} + \binom{5}{4} \times \binom{4}{1} + \binom{5}{5} \times \binom{4}{0} = 10 \times 6 + 5 \times 4 + 1 \times 1 = 60 + 20 + 1 = 81$$



ه) کمیته 7 نفره باشد و شامل 3 داور ایرانی، 2 داور ژاپنی، 2 داور روسی باشد؟

پ) کمیته 5 نفره باشد حداقل یک داور ایرانی داشته باشد؟

مثال: از کیسه ای که شامل 3 مهره آبی، 4 مهره قرمز، 5 مهره سبز است می خواهیم 3 مهره انتخاب کنیم بطوری که
(الف) هیچ محدودیتی به میان نباشد؟

(ب) 2 مهره قرمز و 1 مهره سبز باشد؟

(ج) مهره ها هم رنگ باشند؟

(د) مهره ها هم رنگ نباشند؟

(ک) حداقل 1 مهره سبز باشد؟

(گ) حداکثر 2 مهره قرمز باشد؟

نکته ۱: اگر مجموعه ای n عضو داشته باشد 2^n زیرمجموعه دارد
نکته ۲: تعداد زیرمجموعه های m عضوی یک مجموعه n عضوی $\binom{n}{m}$

مثال: مجموعه $\{a, b, c, d, e, f, g\}$

(الف) چند زیر مجموعه دارد؟
 $n=7$
 $2^7 = 128$

(ب) چند زیر مجموعه 3 عضوی دارد؟

$$\binom{7}{3}$$



~~a, b, c, d, e, f, g~~

ریاضی 3

a _ _ _

(ج) چند زیر مجموعه 4 عضوی شامل عضو a وجود دارد؟

$$\binom{7}{3}$$

e a b _ _

(د) چند زیر مجموعه 4 عضوی شامل a, b و فاقد e وجود دارد؟

$$\binom{4}{2} = 7$$

مثال:

مجموعه شامل همه ی این حالت های ممکن ، فضای نمونه ای نامیده می شود. اگر این مجموعه را با S بنامیم ، هر زیر مجموعه مانند S مانند A را یک پیشامد تصادفی در S می نامیم.

(ب، ب، ب) (ب، ب، ب)

(ب، ب، ب) (ب، ب، ب)

(ب، ب، ب) (ب، ب، ب)

(ب، ب، ب) (ب، ب، ب)

$$2^3 = 2^3 = 8$$

(الف) دقیقاً یک دختر در این خانواده متولد شده باشد؟

$$P = \frac{3}{8}$$

(ب) حداکثر یک دختر در خانواده متولد شده باشد؟

$$\frac{6}{8}$$

(ج) تعداد فرزندان پسر و دختر برابر باشند؟

$$\frac{6}{8} = 0.75$$

(د) تعداد فرزندان پسر از دختر بیشتر باشد؟

$$\frac{6}{8}$$

مثال: در جعبه ای 3 مهره ی قرمز و 2 مهره ی آبی قرار دارد. اگر 3 مهره به تصادف از این جعبه خارج کنیم احتمال آن را بدست آورید که :

(الف) حداقل یک مهره آبی انتخاب شود؟

(ب) حداکثر یک مهره آبی انتخاب شود؟

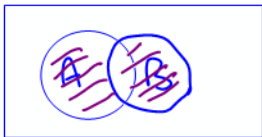


(ج) هر سه مهره قرمز انتخاب شود؟

پیشامدها و رخهای آنها:

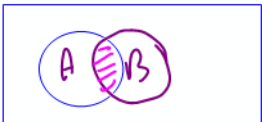
اگر A و B پیشامدهایی در فضای نمونه ای S باشند، در این صورت:

(الف) اجتماع دو پیشامد: زمانی رخ میدهد که حداقل یکی از دو پیشامد رخ بدهد.



$$A \cup B = \{\omega | \omega \in S, \omega \in A \text{ یا } \omega \in B\}$$

(ب) اشتراک دو مجموعه: زمانی رخ می دهد که هر دو پیشامد باهم اتفاق بیفتد.

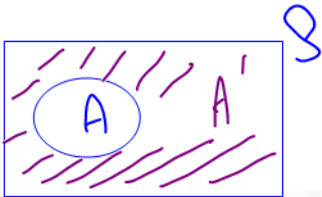


$$A \cap B = \{\omega | \omega \in S, \omega \in A \text{ و } \omega \in B\}$$

(ج) تفاضل دو پیشامد: زمانی رخ میدهد که A رخ بدهد و پیشامد B رخ ندهد.



$$A - B = \{\omega | \omega \in S, \omega \in A, \omega \notin B\}$$

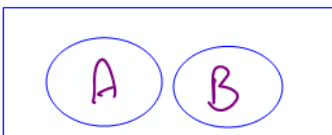
(د) متمم یک پیشامد: اگر A یک پیشامد از فضای نمونه ای S باشد، متمم پیشامد A که با A' نمایش داده می شود، وقتی رخ میدهد که پیشامد A رخ ندهد.

$$P_{A'} = 1 - P_A$$

$$P_A = 1 - P_{A'}$$

$$P_A + P_{A'} = 1$$

پیشامد ناسازگار

اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند و $A \cap B = \emptyset$ در این صورت A و B دو پیشامد ناسازگار می نامیم. در واقع دو پیشامد ناسازگار هیچگاه با هم اتفاق نمی افتند.

$$P(A \cup B) = P_A + P_B$$



مثال: دو تاس را با هم پرتاب میکنیم احتمال آن را بیابید که:

الف) هر دو تاس فرد و مجموع آنها 6 باشد؟

$$P_A = \frac{3}{36}$$

$(1,5)(5,1)(3,3)$

ب) هر دو تاس فرد یا مجموع دو تاس 6 باشد؟

$$P_B = \frac{11}{36}$$

$(1,1)(1,3)(3,1)(3,3)$
 $(2,4)(4,2)(5,1)(1,5)(5,5)$
 $(1,3)(3,1)(5,5)$

ج) هر دو عدد تاس یکسان باشد؟

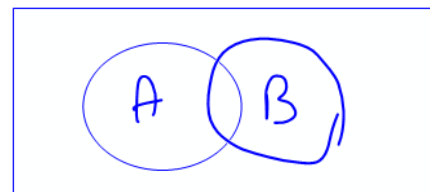
$$P_C = \frac{7}{36}$$

د) عدد دوم از عدد اول بزرگتر باشد؟

$$P_D = \frac{15}{36}$$

برای هر دو پیشامد A و B از فضای نمونه ای S ، همواره تساوی زیر برقرار است :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$



مجموعه‌ها بر علاء

آمار ، مجموعه ای از اعداد ، ارقام و اطلاعات است. علم آمار مجموعه روش هایی است که شامل جمع آوری اعداد و ارقام ، سازماندهی و نمایش ، تحلیل و تفسیر داده ها و در نهایت نتیجه گیری ، قضاوت و پیش بینی مناسب در مورد پدیده ها و آزمایش های تصادفی می شود.

تعریف جامعه یا جامعیت: مجموعه تمام افراد یا اشیایی که درباره یک یا چند ویژگی آنها تحقیق صورت گیرد ، جامعه یا جمعیت نامیده می شود و در هر یک از این افراد یا اشیا را عضو جامعه می نامند.

تعریف اندازه یا حجم جامعه: تعداد اعضای جامعه را اندازه ی جامعه یا حجم جامعه گویند.

تعریف نمونه: بخشی از جامعه که برای مطالعه انتخاب شود ، نمونه گویند و در هر یک از افراد یا اشیا



انتخاب شده را عضو نمونه گویند. که به تعداد اعضای آن، اندازه ی نمونه یا حجم نمونه گویند.
تعریف متغیر کمی: متغیر هایی را که قابل اندازه گیری هستند، متغیر های کمی گویند. (پیوسته و گسسته)

تعریف متغیر کیفی: متغیر هایی که قابل اندازه گیری نیستند، متغیر های کیفی گویند. (ترتیبی، اسمی)
مثال: انواع متغیر های زیر را مشخص کنید.

الف) سن:

ب) نمره ریاضی نهم:

ج) جنسیت:

د) قد و وزن:

ه) میزان هوش (هوش بالا، متوسط، پایین)



وقتی می خواهیم درباره ی موضوعی تحقیق کنیم نیاز به اطلاعاتی داریم که به آن داده می گویند. داده ها به صورت ارقام یا کلمات توصیفی هستند پس از به دست آوردن اطلاعات و جدول بندب و تحلیل و تفسیر باید نتیجه گیری کنیم. آمار مجموعه ای از اعداد و ارقام است.

علم آمار: مجموعه روش هایی که شامل:

- 1) جمع آوری اطلاعات
- 2) سازمان دهی
- 3) تحلیل و تفسیر
- 4) نتیجه گیری
- 5) قضاوت و پیش بینی مناسب

جامعه: به مجموعه ی تمام افرادی که تحقیق راجع به آن ها صورت می گیرد جامعه گویند. تعداد اعضای جامعه را اندازه یا حجم جامعه گویند.



مثال: وقتی در مورد نمرات ریاضی کلاس دهم مدرسه صحبت می شود جامعه ی آماری کلاس دهم مدرسه و اندازه و حجم آن دانش آموزان کلاس است.

نمونه: هرگاه اندازه ی جامعه به قدری بزرگ باشد که نتوان کل جامعه را بررسی کرد در این صورت قسمتی از جامعه را انتخاب که به آن نمونه گویند و همه ی ویژگی های جامعه را دارد.

سرشماری: اگر مطالعه ی جامعه به گونه ای باشد که کل جامعه بررسی شود به این حالت سرشماری گویند.

متغیر: یک شاخصه و ویژگی از همه ی اعضای جامعه یکسان نیست و از عضو به عضو دیگر تغییر می کند و عددی که به این ویژگی اختصاص می یابد مقدار متغیر است.

متغیر ها بر دو نوع هستند. الف) کمی ب) کیفی

متغیرهای کمی: متغیرها و ویژگی هایی که قابل اندازه گیری هستند.

متغیرهای کیفی: متغیرهایی که قابل اندازه گیری نیستند.

متغیرهای کمی 2 نوع است:

کمی گسسته: متغیرهایی که مقدار به خود می گیرند تعداد کارمندان

کمی پیوسته: متغیرهایی که در یک بازه بین 2 عدد تا قرار دارند قد دانش آموزان

متغیرهای کیفی 2 نوع است:

کیفی ترتیبی: متغیرهایی که دارای مرحله و ترتیب است تحصیلات دانشگاهی

کیفی اسمی: که قابل اندازه گیری نباشد و ترتیب نداشته باشد جنسیت زن و مرد

مثال: نوع متغیرهای زیر را معلوم کنید.

(1) نوع آلودگی هوا

(2) فاصله

(3) مقام های ورزشکار

(4) سال تولید خودرو

همیشه از آنجا که تمام مرزها بسته باشند و دنیا هم

شماره	۱	۲	۳	...	fin
شماره	۱۹	۱۷,۵	۱۴		۱۹,۷۵

a_n ← خود به خود
 a_n ← از پیش
 $n \in \mathbb{N}$ ← طبیعی

$$Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5 \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} Q_{n-2}, Q_{n-1}, Q_n, Q_{n+1}, Q_{n+2}$$

نیلہ سے ہر دنبالہ ضروری دار کہ ہے ان ضروریات کو مجموعی طور پر و آن رابا O_n کے لیے لکھی رہے۔

مثال: در هر یک از دنباله های زیر چهار جمله اول را بدست آورید.

$a_n = 2n^2 + 1$

- $n=1 \rightarrow a_1 = 3$
- $n=2 \rightarrow a_2 = 9$
- $n=3 \rightarrow a_3 = 19$
- $n=4 \rightarrow a_4 = 33$

3, 9, 19, 33, ...

$$t_n = n + w \rightarrow \begin{matrix} t_1 = 5 \\ t_2 = 6 \\ t_3 = 7 \\ t_4 = 8 \end{matrix}$$

$$a_n = \frac{n+1}{2n} \quad 1, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}$$

$t_n = -2n - 1$

- $n=1 \rightarrow t_1 = -3$
- $n=2 \rightarrow t_2 = -5$
- $n=3 \rightarrow t_3 = -7$
- $n=4 \rightarrow t_4 = -9$

فرمول کلی

رسول علیہ صلی / حضرت امام اول دیناں ہا، ایدیناں

۱۴, ۹, ۱۶, ۲۵ ~ $Q_n = n^2$ ← دیشله مرلی

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ $a_n = \frac{n(n+1)}{2}$ (۲) (تبادل مصلی) ← $\frac{1}{2}$

(۳) مینو ناتی ← ۱۹، ۵۵، ۳۴، ۲۱، ۱۳، ۸، ۵، ۳، ۲، ۱

دست‌های که بر این دو علم از آن هر دو برابر است با مجموع دو علم قلمی

$$Q_n = Q_{n-1} + Q_{n-2}$$

$$f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$$

لست ۱ ← عدم هم‌رندی‌های $a_n = 2n^2 + 1$ و $b_n = 4n + 7$ با هم برابر است.

اول $3 \neq 11$ د $9 \neq 15$ س $19 = 19$

$$Q_n = \frac{n(n+1)}{2} \xrightarrow{n=1} \frac{1 \times 1}{1} = 1 \quad \xrightarrow{n=11} \frac{11 \times 12}{2} = 66$$

الفه ۱- در دنیا مثلش مجموع عزای و بازدهم کدام است؟
۱۲۱ ۱۲۷ ۱۳۲

$$\begin{aligned} \underline{M} + \underline{V} + \underline{M} + \underline{V} &= \underline{M} + \underline{V} \\ \underline{M} + \underline{V} &= \underline{M} + \underline{V} \end{aligned}$$

۱۷۷. $x + 10$, $3x$, $x + 177$, $x + 33$ سه جمله متوالی دنباله فیبوناچی با سه مقدار x که از آن است.

للسنة ٢٠٢٠ ← ٢٠٢١

$\frac{1}{2} \times 2 \times 100 = 100$

$\frac{11^2}{12^2} = \frac{121}{144}$

$Q_n = \frac{n^2 - 1}{\epsilon n}$






دنباله بازگشتی $\Leftarrow$ دنباله مرحله به مرحله هر جمله بستگی دارد

مثال: اگر $a_1 = 1$ و فرمول جمله عمومی $a_n = a_{n-1} + 3$ جمله چهارم را بدست آوریم.

$$\begin{aligned} n=1 &\rightarrow a_1 = 1 \\ n=2 &\rightarrow a_2 = a_1 + 3 = 4 \\ n=3 &\rightarrow a_3 = a_2 + 3 = 7 \\ n=4 &\rightarrow a_4 = a_3 + 3 = 10 \end{aligned}$$

10, 7, 4, 1

$$a_n = 2a_{n-1} + 2 \quad a_1 = 3$$

$$\begin{aligned} n=1 &\rightarrow a_1 = 3 \\ n=2 &\rightarrow a_2 = 2a_1 + 2 = 8 \\ n=3 &\rightarrow a_3 = 2a_2 + 2 = 18 \\ n=4 &\rightarrow a_4 = 2a_3 + 2 = 38 \end{aligned}$$

$$a_{n+1} = -2a_n - n \quad a_1 = 2$$

$$\begin{aligned} n=1 &\rightarrow a_2 = -2a_1 - 1 = -5 \\ n=2 &\rightarrow a_3 = -2a_2 - 2 = 8 \\ n=3 &\rightarrow a_4 = -2a_3 - 3 = -19 \\ n=4 &\rightarrow a_5 = -2a_4 - 4 = 38 \end{aligned}$$

اگر $a_{n+1} = a_n + (n+1)$ ، این سری کدام نوع است؟

لست دنباله بازگشتی

$$\begin{aligned} a_1 &= 1 \\ a_2 &= 3 \\ a_3 &= 6 \\ a_4 &= 10 \\ a_5 &= 15 \end{aligned}$$

دنباله $a_n = n^2$ (مثلاً 1, 4, 9, 16, 25)

$$\begin{aligned} n=1 &\rightarrow a_2 = a_1 + 2 = 3 \\ n=2 &\rightarrow a_3 = a_2 + 3 = 6 \\ n=3 &\rightarrow a_4 = a_3 + 4 = 10 \\ n=4 &\rightarrow a_5 = a_4 + 5 = 15 \\ n=5 &\rightarrow a_6 = a_5 + 6 = 21 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (f(a_n) - b_n) \times c & \quad c_n = n^2 - \sqrt{n+5} \\ (f(5) - 3) \times 13 & = 17 \times 13 = 221 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_n &= \left[3n - \frac{1}{n} \right] \quad b_n = 2 + (-1)^n \\ a_2 &= \left[6 - \frac{1}{2} \right] = \left[5.5 \right] = 5 \\ b_2 &= 2 + (-1)^2 = 3 \end{aligned}$$

172
178
218
221

2, 4, 6, 8, 10, ... $\rightarrow +2$

100, 90, 80, 70, 60, ... $\rightarrow -10$

$$\begin{aligned} a_2 - a_1 &= 90 - 100 = -10 \\ a_3 - a_2 &= 80 - 90 = -10 \\ a_4 - a_3 &= 70 - 80 = -10 \end{aligned} \rightarrow d = a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = -10$$

دنباله حسابی $\Leftarrow$ d عدد ثابت
نسبت/تفاوت مشترک
نسبت/تفاوت مشترک
نسبت/تفاوت مشترک

$$a_1 = 1$$

$$d = 4$$

۱، ۵، ۹، ۱۳

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_{10} = a_1 + 9d = 1 + 9(4) = 37$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

تعداد جمله ها
تفاضل
تفاضل

پایه آخر

a, ... b

$$a_n = a_1 + vd = -5 + 7(-2) = -5 - 14 = -19$$

$$a_1 = -5$$

$$d = -2$$

$$a \text{ --- } C \text{ --- } b$$

$$2C = a + b$$

جمله دنیای اول

۲۷، ۱۷، ۱۲، ۷، ۲ کدام است؟

$$a_n = 2n + 3$$

$$a_n = 4n - 1$$

کدام جمله دنیای

$$a_n = 5n - 3$$

$$a_n = 5n + 2$$

در یک دنباله حسابی جمله هفتم و بیستم ۱۷ و ۴۱ است. جمله کدام است؟

۳۰

۲۹

۳۱

۲۷

$$a_1 + 9d$$

$$-7 + 9(4) = -7 + 36 = 29$$

$$a_7 = 17 \rightarrow a_1 + 6d = 17$$

$$a_{13} = 41 \rightarrow a_1 + 12d = 41$$

$$\begin{cases} a_1 + 6d = 17 \\ a_1 + 12d = 41 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -a_1 - 6d = -17 \\ a_1 + 12d = 41 \end{cases}$$

$$6d = 24 \rightarrow d = 4$$

$$a_1 + 12(4) = 41$$

$$a_1 + 48 = 41 \rightarrow a_1 = -7$$

کدام جمله دنیای حسابی با ۲k+1، ۳k-4 و ۳k+3

$$2b = a + c$$

$$2(2k-4) = 2k+1 + 3k+3$$

$$4k-8 = 5k+4$$

$$-k-12 = 0 \rightarrow k = -12$$

$$-12 = k$$

کدام جمله

۱۵

۱۲

-۱۵

-۱۲



الگوی خطی

الگوهایی که در آنها اختلاف هر دو جمله ی متوالی عددی ثابت باشد را **الگوی خطی** می نامند. دلیل نام گذاری این الگوها این است که مختصات تمام نقاط این الگو در معادله خط گفته شده ، صدق می کند. به طور کلی الگوهایی که جمله عمومی آنها بصورت $t_n = an + b$ می باشد را الگوهای خطی می نامیم که در آن a و b اعداد حقیقی دلخواه و ثابت هستند. نکته: میزان تغییر جملات متوالی این الگو برابر با ضریب n می باشد.

مثال: C_n جمله عمومی یک الگوی خطی است که در آن $C_4 = 17$ و $C_{10} = 41$ در این صورت حاصل C_n را مشخص کنید؟



الگوهای عددی که در آن تعدادی عدد پشت سرهم قرار می گیرند را یک دنباله می نامیم. این اعداد ، جملات دنباله نامیده می شوند.



مثال: در هر مورد سه جمله بعدی را بنویسید و سعی کنید جمله عمومی دنباله را حدس بزنید؟

الف) $1, -2, -3, -4, \dots$

ب) $5, 18, 31, 44, \dots$

پ) $1, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}, \dots$

ت) $-2, 1, \frac{-1}{2}, \frac{1}{4}, \dots$

د) $1, 2, 4, 7, \dots$

ج) $0.1, 0.01, 0.001, \dots$

ف) $1, 1, 2, 3, 5, 8, \dots$

ه) $-1, 8, 27, -64, 125, \dots$

دنباله ی حسابی :

دنباله ای از اعداد که اختلاف بین هر دو عدد آن ، مقدار ثابتی به نام قدر نسبت (d) است را دنباله ی حسابی می نامیم .

$$a_1, a_1 + d, a_1 + 2d, \dots \rightarrow a_n = a_1 + (n - 1)d$$

جمله عمومی



رابطه حسابی ← $a_n = a_1 + (n-1)d$

قدربت → $a_1 = a_1 + 0d$
 $a_2 = a_1 + 1d$
 $a_3 = a_1 + 2d$
 $a_4 = a_1 + 3d$

چند مثال مهم: $a_1, d = 9$

مثال: جمله ی دهم از دنباله ی حسابی ... و 3 و 0 و -3 را بدست آورید.

$d = a_2 - a_1 = 0 - (-3) = 3$

$a_1 + 9d = (-3) + 9(3) = -3 + 27 = 24$

$a_{10} = a_1 + 9d$

رابطه حسابی: $a - b = c$ → $2b = a + c$

مثال: دنباله ی حسابی 279 و ... و 7 و 3 و 1- را در نظر بگیرید.

الف: این دنباله چند جمله دارد؟

$a_1 = -1$
 $a_n = 279$
 $d = 3 - (-1) = 4$

$a_n = a_1 + (n-1)d$
 $279 = -1 + (n-1) \times 4$
 $280 = 4n - 4$
 $284 = 4n$
 $n = \frac{284}{4} = 71$

ب: عدد 51 جمله ی چندم این دنباله است؟

$a_n = a_1 + (n-1)d$
 $51 = -1 + (n-1) \times 4$
 $52 = 4n - 4$
 $56 = 4n$
 $n = \frac{56}{4} = 14$

مثال: در دنباله ی حسابی ... و 100 و 103- چند جمله ی کوچکتر از 5 وجود دارد؟

$$d = \frac{a_m - a_n}{m - n}$$

اگر a_m, a_n دو جمله ی غیر متوالی از یک دنباله باشند داریم:



اگر سه عدد a, b, c و جملات متوالی یک دنباله حسابی باشند، در این صورت $2b = a + c$ را واسطه حسابی a و c می گوئیم.



مثال: بین 20 و 80 دو واسطه حسابی درج کنید؟



مثال: در یک تصاعد عددی $a_7 = 20$ ، حاصل $a_7 + a_{11} + a_6 + a_8$ چقدر است؟

مثال: در یک دنباله عددی، مجموع جملات اول، دوم و سوم برابر 12 و مجموع جملات هفتم، هشتم، نهم برابر 48 است.

قدر نسبت این دنباله کدام است؟

$$\begin{aligned}
 & a_1 + a_2 + a_3 = 12 \rightarrow a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 12 \rightarrow 3a_1 + 3d = 12 \\
 & a_7 + a_8 + a_9 = 48 \rightarrow a_1 + 6d + a_1 + 7d + a_1 + 8d = 48 \rightarrow 3a_1 + 21d = 48 \\
 & \begin{cases} 3a_1 + 3d = 12 \\ 3a_1 + 21d = 48 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a_1 + d = 4 \\ a_1 + 7d = 16 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a_1 + d = 4 \\ a_1 + 7d = 16 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a_1 + d = 4 \\ 6d = 12 \end{cases} \\
 & \rightarrow \begin{cases} a_1 + d = 4 \\ d = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a_1 + 2 = 4 \\ d = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a_1 = 2 \\ d = 2 \end{cases} \\
 & a_{10} = a_1 + 9d = 2 + 9(2) = 20
 \end{aligned}$$

مثال: اگر به قدر نسبت یک دنباله ی حسابی 4 واحد اضافه کرده و از جمله ی اول آن 3 واحد کم کنیم، جمله بیستم آن چه تغییری نسبت به قبل می کند؟

مثال: در یک تصاعد حسابی، مجموع پنج جمله ی اول تصاعد برابر 5 و مجموع 5 جمله ی دوم تصاعد برابر 20 است. قدر

نسبت این تصاعد از جمله ی اول چقدر بیشتر است؟

$\text{Sum} = \text{مجموع}$
 $\text{number} = \text{تعداد}$
 $S_n = \text{مجموع } n \text{ جمله}$
 $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$
 $S_n = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2}$
 $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$
 $S_1 = \frac{1}{4}$
 $S_2 = \frac{7}{4} \rightarrow a_1 + a_2 = \frac{7}{4}$
 $d = a_2 - a_1 = \frac{5}{4} - \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = 1$

$$S_1 = 1/\varepsilon \quad \frac{1}{\varepsilon} + a_1 r = \frac{7}{\varepsilon} \quad (a_1 r = \dots)$$

$$S_2 = 7/\varepsilon \rightarrow a_1 + a_2 r = \frac{7}{r}$$

$$d = a_2 - a_1 = \frac{d}{\varepsilon} - \frac{1}{\varepsilon} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon} = 1$$

$$S_{19} = \frac{n[10 + (n-1)d]}{2} \rightarrow S_n = \frac{19[2(10) + 18(6)]}{2}$$

$$S_{19} = \frac{19(10 + 101)}{2} = \frac{19(111)}{2} = 19 \times 55 = 1045$$

لغت $\leftarrow$ د نږدې نالې حسابې کول هغه E_1 و چې له E_2 سره سم 12

$$\begin{array}{r} - \left\{ \begin{array}{l} a_1 + 7d = 44 \\ a_1 + 12d = 12 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} a_1 + 7d = -44 \quad 1314 \\ a_1 + 12d = 12 \quad 1219 \end{array} \right. \\ \hline 7d = 34 \quad 1311 \\ \hline d = 4 \quad 1214 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} a_1 + 7d = 44 \\ a_1 + 34 = 44 \end{array} \rightarrow \boxed{a_1 = 10}$$

دینا مشق :

$$Q_n = Q_1 + (n-1)d$$
 فرمول عمومی $\rightarrow$ d قدرافاض $\rightarrow$ Q_1 اولی

$$\begin{aligned} Q_1 &= Q_1 + 0d \\ Q_2 &= Q_1 + 1d \\ Q_3 &= Q_1 + 2d \end{aligned}$$
 رتبه اولی $\rightarrow$ d قدرافاض $\rightarrow$ Q_1 اولی

$$Q_n = Q_1 + (n-1)d$$
 فرمول عمومی $\rightarrow$ d قدرافاض $\rightarrow$ Q_1 اولی

دنباله حسابی :

$$a \leftarrow b \leftarrow c$$

$$2b = a + c$$
 (رابطه میان سه جمله در یک دنباله حسابی)

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$
 فرمول مجموع n جمله در دنباله حسابی

$$S_n = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2}$$
 *

$$S_n = \frac{n[r\alpha_1 + (n-1)d]}{2} \rightarrow IV\Delta = \frac{n[r(-\Delta) + (n-1)(\Delta)]}{2}$$

$$V_{\omega} = \frac{n[1 + \omega n - \omega]}{\gamma} \Rightarrow V_{\omega} = \frac{n[-1 + \omega n]}{\gamma}$$

$$\frac{1}{b} \frac{d\alpha}{dt} = \frac{-\alpha n + \alpha n^T}{T} \rightarrow \alpha \omega = \alpha n + \alpha n^T$$

$$\alpha n^T + \alpha n - \alpha \omega = 0$$

سوال ۱۳۳۳ ← جمله اول و اختلاف مشترک با هم برابرند اگر جمله ششم ۳۰۰
مجموع ۲۰ جمله اول را بیست آوریم؟

$$S_n = \frac{n(2a_1 + (n-1)d)}{2}$$

$$20 = \frac{20(2a_1 + (20-1)d)}{2}$$

$$2 = 2a_1 + 19d$$

$$a_1 = 1 - 19d$$

$$20a_1 = 20(1 - 19d)$$

$$20 = 20 - 380d$$

$$0 = -380d$$

$$d = 0$$

1120
1020
920
940

$$y=f(x)$$



تابع: تقریب تابع
 - ربع مرتب
 - نمودارون
 - جدول
 - شتاب
 - نمودار رسم شده
 - تابع نسبت
 - توان ربع و نسبت
 - زیر را با ربع و نسبت
 - داخل ا جاست

مستقیم است - عرض x - مولف اول - معقل اول - عددی - دانسته D
 دانسته - عرض y - u (د) - v (د) - عددی - برداشت R

$$f(x) = x + 5 \quad \sqrt{x+5} = 11$$

$$x + |y| = 9$$

- (1) تابع فضا (2) تابع درجه 2 (3) تابع ثابت (4) تابع همبندی (5) تابع محدودیت (6) تابع یکپارچگی (7) تابع معکوس (8) علامت (9) عرض معکوس (10) عملیات روی تابع

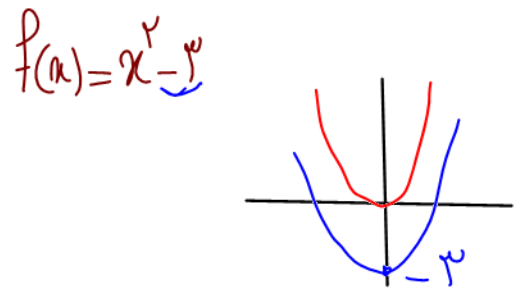
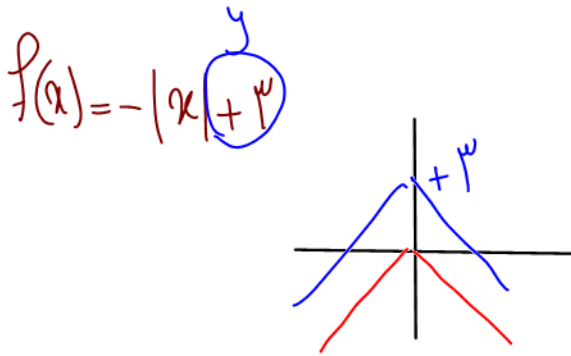
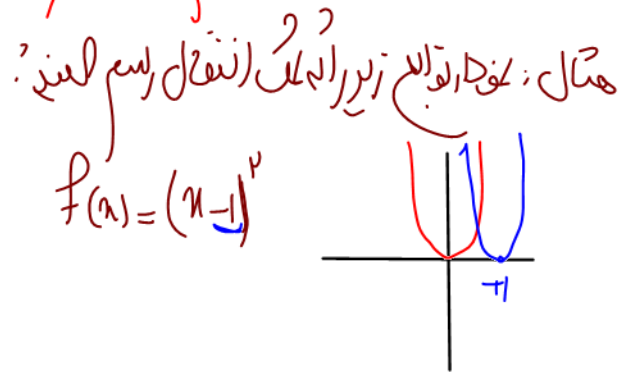
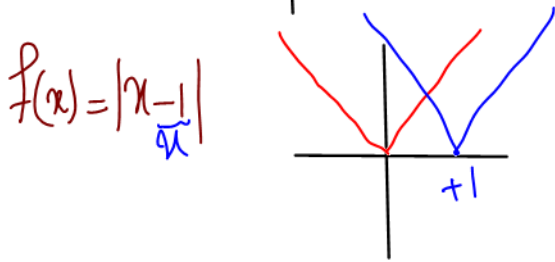
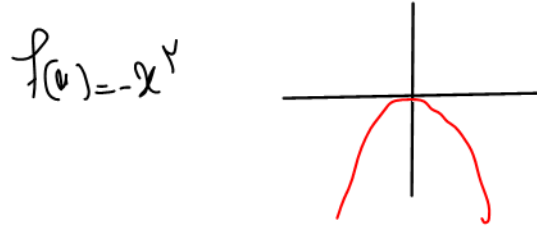
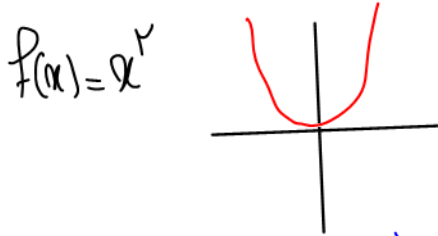
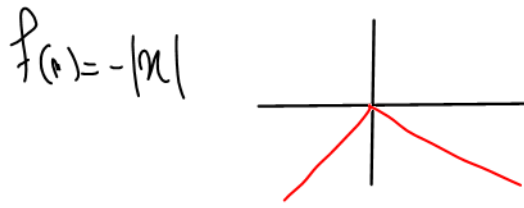
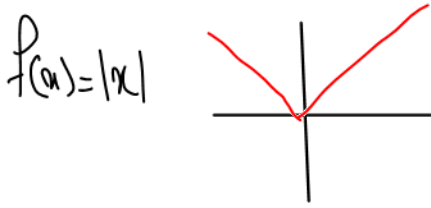
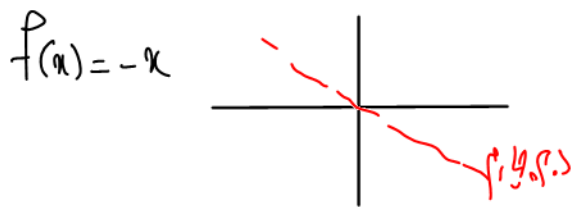
عرض از ربع نسبت
 $y = ax + b$
 مثال: مقدار فضا را بیابید
 $y = 4x - 1$
 $x_A = 1$
 $y_A = 3$
 $y_B = -1$
 $x_B = 0$
 $y = 4x + b \rightarrow y = 4x + b$
 $-1 = 0 + b \rightarrow b = -1$

تابع فضا
 $f(x) = ax + b$
 مثال: مقدار تابع فضا را بیابید که $f(1) = 4$ و $f(0) = 2$
 $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$
 $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$
 $y = ax + b \rightarrow y = 4x + b$
 $-2 = 0 + b \rightarrow b = -2$

محل تلاقی = محل برخورد
 مثال: محل برخورد دو تابع $f(x) = 3x + 1$ و $f(x) = 2x - 4$
 $2x - 4 = 3x + 1$
 $-4 - 1 = 3x - 2x$
 $-5 = x$
 $T = (-5, -14)$

نقطه به خطوط موازی و عمود
 $f(x) = ax + b$
 $f(x) = ax + c$
 $f(x) = \frac{1}{a}x + d$

نقطه 2
 فاصله نقطه به محل (نقطه)
 $|AB| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$
 مثال: فاصله نقطه $A(2, -1)$ و $B(3, -2)$ را بیابید
 $|AB| = \sqrt{(3-2)^2 + (-2-(-1))^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$



جائليته : $-x \rightarrow x$
 عدد زوج $\Rightarrow$ انعكاس

دنيا لها
 اما و احتمال

① اصل ضرب : $x \leftarrow y$
 اصل جمع : $z \leftarrow x + y$

$p(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$ ← ترتيب وترتيب

$c\left(\begin{matrix} n \\ r \end{matrix}\right) = \frac{n!}{r!(n-r)!}$

$P_A = \frac{n(A)}{n(S)}$

$\rightarrow P_n =$

{
 ع
 من

$n=1$
 $n=2$
 $n=3 \rightarrow$

جائليته
 دنيا ← دنيا بازي ← دنيا

$Q_n = Q_{n-1}$
 $Q_{n+1} = Q_n$

فانقول : $\leftarrow$ حاصل ضرب هو عدد زوجي
 $0! = 1$ $1! = 1$ $2! = 2$ $3! = 6$
 $4! = 24$ $5! = 120$ $6! = 720$

دنباله هندسی: تمام اعداد از ۲ تا ۱۰ از توان منفی تا توان ۱۰ $2^9 = 512$ $2^0 = 1$ $2^1 = 2$ $2^2 = 4$ $2^3 = 8$ $2^4 = 16$ $2^5 = 32$ $2^6 = 64$ $2^7 = 128$ $2^8 = 256$ $2^9 = 512$ $2^{10} = 1024$

حاصل تقسیم هر ۲ جمله متوالی = قدر نسبت = نسبت مشترک = r
 افزایشی $\rightarrow$ دنباله هندسی صعودی $\rightarrow r > 1$
 کاهششی $\rightarrow$ " نزولی $\rightarrow r < 1$
 متناوب $\rightarrow$ " $r < 0$
 $a_n = a_1 \times r^{n-1}$
 $a_1 = a_1 \times r^0$
 $a_2 = a_1 \times r^1$
 $a_3 = a_1 \times r^2$
 جدول را به هم وصل کنیم
 جمله یاماه از پیش
 جدول را کامل کنیم

هندسی $\rightarrow$ حسابی
 $+$ $\rightarrow$ $\times$
 توان $\rightarrow$ ضرب
 جدول را به هم وصل کنیم
 جمله یاماه از پیش
 جدول را کامل کنیم

$d =$ قدر نسبت = نسبت مشترک = d
 نزولی $\rightarrow d < 0$
 افزایشی $\rightarrow d > 0$
 متناوب $\rightarrow d < 0$
 $a_n = a_1 + (n-1)d$
 $a_1 = a_1 + 0d$
 $a_2 = a_1 + 1d$
 $a_3 = a_1 + 2d$
 جدول را به هم وصل کنیم
 جمله یاماه از پیش
 جدول را کامل کنیم

نسبت مشترک $r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{-1}{19}$
 $a_1 = -19$
 $a_n = a_1 \times r^{n-1}$
 $a_{10} = -19 \times \left(\frac{-1}{19}\right)^9 = -1$
 عدد معلوم ضرب مشترک جدول

نسبت مشترک $r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{1}{2}$
 $a_1 = 1$
 $a_n = a_1 \times r^{n-1}$
 $a_{10} = 1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^9 = \frac{1}{512}$
 عدد معلوم ضرب مشترک جدول

نسبت مشترک $r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{1}{5}$
 $a_1 = 25$
 $a_n = a_1 \times r^{n-1}$
 $a_{10} = 25 \times \left(\frac{1}{5}\right)^9 = \frac{1}{5^8}$
 عدد معلوم ضرب مشترک جدول

$$Q_7 = 2$$

$$Q_n = 2^{n-6}$$

$$Q_n = 2^{n-5}$$

$$Q_n = 2^{n-4}$$

$$Q_n = 2^{n-1}$$

لست ۹ ← در دنباله هندسی جمله سیم $\frac{1}{8}$ و جمله نهم ۲ است. جمله عمومی؟

لست ۱۰ ← اگر جملات پنجم و نهم یک دنباله هندسی به ترتیب $\frac{1}{8}$ باشد جمله هفتم کدام است؟

$$Q_5, Q_4, Q_3, Q_2, Q_1, Q_0$$

$$Q_7 = Q_5 \times Q_9$$

$$Q_7 = 2 \times \frac{1}{8} \rightarrow \frac{2}{8} \rightarrow Q_7 = \sqrt{\frac{2}{8}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{Q_8}{Q_7} = \left(\frac{\frac{3}{8}}{\frac{1}{2}} \right) = \frac{3 \times 2}{8 \times 1} = \frac{3}{4}$$

لست ۹ ← اگر جمله عمومی دنباله هندسی $Q_n = \frac{3}{2^{n-1}}$ باشد جمله چهارم و پنجم برابر باشد؟

$$Q_4 = \frac{3}{2^3} = \frac{3}{8} \quad Q_5 = \frac{3}{2^4} = \frac{3}{16}$$

لست ۷ ← پنج عدد $\frac{5}{12}, a, b, c, \frac{5}{3}$ جملات متوالی دنباله هندسی هستند. مقدار b کدام است؟

$$b^2 = \frac{5}{3} \times \frac{5}{12} = \frac{25}{36} \rightarrow b = \frac{5}{6}$$

$$Q_3 = Q_1 \times r^2 \rightarrow \frac{3}{2} \times (r)^2 = \frac{3}{2} \times 4 = \frac{12}{2} = 6$$

لست ۸ ← در یک دنباله هندسی مجموع جملات اول و دوم $\frac{9}{2}$ و مجموع جملات سوم و چهارم $\frac{36}{2}$ است. جمله عمومی؟

$$Q_1 + Q_2 = \frac{9}{2}$$

$$Q_3 + Q_4 = 18$$

$$Q_1 r^2 + Q_1 r^3$$

$$\frac{Q_3 + Q_4}{Q_1 + Q_2} = \frac{18}{\frac{9}{2}} = \frac{2 \times 18}{9} = 4 \rightarrow r^2 = 4 \rightarrow r = 2$$

$$\frac{Q_1 r^2 + Q_1 r^3}{Q_1 + Q_1 r} = 4 \rightarrow \frac{r^2(1+r)}{1+r} = 4 \rightarrow r^2 = 4 \rightarrow r = 2$$

$$Q_1 + Q_2 = \frac{9}{2}$$

$$Q_1 + Q_1 r = \frac{9}{2} \rightarrow Q_1 + 2Q_1 = \frac{9}{2} \rightarrow 3Q_1 = \frac{9}{2} \rightarrow Q_1 = \frac{3}{2}$$

$$Q_1 = \frac{3}{2}$$

کلاس روز سه شنبه ۹ بهمن در بنام هندسی: $a_n = a_1 \times r^{n-1}$ $r = 2$ $a_1 = 1$ $a_2 = 2$ $a_3 = 4$ $a_4 = 8$ $a_5 = 16$ $a_6 = 32$ $a_7 = 64$ $a_8 = 128$ $a_9 = 256$ $a_{10} = 512$ $a_{11} = 1024$ $a_{12} = 2048$ $a_{13} = 4096$ $a_{14} = 8192$ $a_{15} = 16384$ $a_{16} = 32768$ $a_{17} = 65536$ $a_{18} = 131072$ $a_{19} = 262144$ $a_{20} = 524288$ $a_{21} = 1048576$ $a_{22} = 2097152$ $a_{23} = 4194304$ $a_{24} = 8388608$ $a_{25} = 16777216$ $a_{26} = 33554432$ $a_{27} = 67108864$ $a_{28} = 134217728$ $a_{29} = 268435456$ $a_{30} = 536870912$ $a_{31} = 1073741824$ $a_{32} = 2147483648$ $a_{33} = 4294967296$ $a_{34} = 8589934592$ $a_{35} = 17179869184$ $a_{36} = 34359738368$ $a_{37} = 68719476736$ $a_{38} = 137438953472$ $a_{39} = 274877906944$ $a_{40} = 549755813888$ $a_{41} = 1099511627776$ $a_{42} = 2199023255552$ $a_{43} = 4398046511104$ $a_{44} = 8796093022208$ $a_{45} = 17592186044416$ $a_{46} = 35184372088832$ $a_{47} = 70368744177664$ $a_{48} = 140737488355328$ $a_{49} = 281474976710656$ $a_{50} = 562949953421312$ $a_{51} = 1125899906842624$ $a_{52} = 2251799813685248$ $a_{53} = 4503599627370496$ $a_{54} = 9007199254740992$ $a_{55} = 18014398509481984$ $a_{56} = 36028797018963968$ $a_{57} = 72057594037927936$ $a_{58} = 144115188075855872$ $a_{59} = 288230376151711744$ $a_{60} = 576460752303423488$ $a_{61} = 1152921504606846976$ $a_{62} = 2305843009213693952$ $a_{63} = 4611686018427387904$ $a_{64} = 9223372036854775808$ $a_{65} = 18446744073709551616$ $a_{66} = 36893488147419103232$ $a_{67} = 73786976294838206464$ $a_{68} = 147573952589676412928$ $a_{69} = 295147905179352825856$ $a_{70} = 590295810358705651712$ $a_{71} = 1180591620717411303424$ $a_{72} = 2361183241434822606848$ $a_{73} = 4722366482869645213696$ $a_{74} = 9444732965739290427392$ $a_{75} = 18889465931478580854784$ $a_{76} = 37778931862957161709568$ $a_{77} = 75557863725914323419136$ $a_{78} = 151115727451828646838272$ $a_{79} = 302231454903657293676544$ $a_{80} = 604462909807314587353088$ $a_{81} = 1208925819614629174706176$ $a_{82} = 2417851639229258349412352$ $a_{83} = 4835703278458516698824704$ $a_{84} = 9671406556917033397649408$ $a_{85} = 19342813113834066795298816$ $a_{86} = 38685626227668133590597632$ $a_{87} = 77371252455336267181195264$ $a_{88} = 154742504910672534362390528$ $a_{89} = 309485009821345068724781056$ $a_{90} = 618970019642690137449562112$ $a_{91} = 1237940039285380274899124224$ $a_{92} = 2475880078570760549798248448$ $a_{93} = 4951760157141521099596496896$ $a_{94} = 9903520314283042199192993792$ $a_{95} = 19807040628566084398385987584$ $a_{96} = 39614081257132168796771975168$ $a_{97} = 79228162514264337593543950336$ $a_{98} = 158456325028528675187087900672$ $a_{99} = 316912650057057350374175801344$ $a_{100} = 633825300114114700748351602688$ $a_{101} = 1267650600228229401496703205376$ $a_{102} = 2535301200456458802993406410752$ $a_{103} = 5070602400912917605986812821504$ $a_{104} = 10141204801825835211973625643008$ $a_{105} = 20282409603651670423947251286016$ $a_{106} = 40564819207303340847894502572032$ $a_{107} = 81129638414606681695789005144064$ $a_{108} = 162259276829213363391578010288128$ $a_{109} = 324518553658426726783156020576256$ $a_{110} = 649037107316853453566312041152512$ $a_{111} = 1298074214633706907132624082305024$ $a_{112} = 2596148429267413814265248164610048$ $a_{113} = 5192296858534827628530496329220096$ $a_{114} = 10384593717069655257060992658440192$ $a_{115} = 20769187434139310514121985316880384$ $a_{116} = 41538374868278621028243970633760768$ $a_{117} = 83076749736557242056487941267521536$ $a_{118} = 166153499473114484112975882535043072$ $a_{119} = 332306998946228968225951765070086144$ $a_{120} = 664613997892457936451903530140172288$ $a_{121} = 1329227995784915872903807060280344576$ $a_{122} = 2658455991569831745807614120560689152$ $a_{123} = 5316911983139663491615228241121378304$ $a_{124} = 10633823966279326983230456482242756608$ $a_{125} = 21267647932558653966460912964485513216$ $a_{126} = 42535295865117307932921825928971026432$ $a_{127} = 85070591730234615865843651857942052864$ $a_{128} = 170141183460469231731687303715884105728$ $a_{129} = 340282366920938463463374607431768211456$ $a_{130} = 680564733841876926926749214863536422912$ $a_{131} = 1361129467683753853853498429727072845824$ $a_{132} = 2722258935367507707706996859454145691648$ $a_{133} = 5444517870735015415413993718908291383296$ $a_{134} = 10889035741470030830827987437816582766592$ $a_{135} = 21778071482940061661655974875633165533184$ $a_{136} = 43556142965880123323311949751266331066368$ $a_{137} = 87112285931760246646623899502532662132736$ $a_{138} = 174224571863520493293247799005065324265472$ $a_{139} = 348449143727040986586495598010130648530944$ $a_{140} = 696898287454081973172991196020261297061888$ $a_{141} = 1393796574908163946345982392040522594123776$ $a_{142} = 2787593149816327892691964784081045188247552$ $a_{143} = 5575186299632655785383929568162090376495104$ $a_{144} = 11150372599265311570767859136324180752990208$ $a_{145} = 22300745198530623141535718272648361505980416$ $a_{146} = 44601490397061246283071436545296723011960832$ $a_{147} = 89202980794122492566142873090593446023921664$ $a_{148} = 178405961588244985132285746181186892047843328$ $a_{149} = 356811923176489970264571492362373784095686656$ $a_{150} = 713623846352979940529142984724747568191373312$ $a_{151} = 1427247692705959881058285969449495136382746624$ $a_{152} = 2854495385411919762116571938898990272765493248$ $a_{153} = 5708990770823839524233143877797980545530986496$ $a_{154} = 11417981541647679048466287755595961091061972992$ $a_{155} = 22835963083295358096932575511191922182123945984$ $a_{156} = 45671926166590716193865151022383844364247891968$ $a_{157} = 91343852333181432387730302044767688728495783936$ $a_{158} = 182687704666362864775460604089535377456991567872$ $a_{159} = 365375409332725729550921208179070754913983135744$ $a_{160} = 730750818665451459101842416358141509827966271488$ $a_{161} = 1461501637330902918203684832716283019655932542976$ $a_{162} = 2923003274661805836407369665432566039311865085952$ $a_{163} = 5846006549323611672814739330865132078623730171904$ $a_{164} = 11692013098647223345629478661730264157247460343808$ $a_{165} = 23384026197294446691258957323460528314494920687616$ $a_{166} = 46768052394588893382517914646921056628989841375232$ $a_{167} = 93536104789177786765035829293842113257979682750464$ $a_{168} = 187072209578355573530071658587684226515959365500928$ $a_{169} = 374144419156711147060143317175368453031918731001856$ $a_{170} = 748288838313422294120286634350736906063837462003712$ $a_{171} = 1496577676626844588240573268701473812127674924007424$ $a_{172} = 2993155353253689176481146537402947624255349848014848$ $a_{173} = 5986310706507378352962293074805895248510699696029696$ $a_{174} = 11972621413014756705924586149611790497021399392059392$ $a_{175} = 23945242826029513411849172299223580994042798784118784$ $a_{176} = 47890485652059026823698344598447161988085597568237568$ $a_{177} = 95780971304118053647396689196894323976171195136475136$ $a_{178} = 191561942608236107294793378393788647952342390272950272$ $a_{179} = 383123885216472214589586756787577295904684780545900544$ $a_{180} = 766247770432944429179173513575154591809369561091801088$ $a_{181} = 1532495540865888858358347027150309183618739122183602176$ $a_{182} = 3064991081731777716716694054300618367237478244367204352$ $a_{183} = 6129982163463555433433388108601236734474956488734408704$ $a_{184} = 12259964326927110866866776217202473468949912977468817408$ $a_{185} = 24519928653854221733733552434404946937899825954937634816$ $a_{186} = 49039857307708443467467104868809893875799651909875269632$ $a_{187} = 98079714615416886934934209737619787751599303819750539264$ $a_{188} = 196159429230833773869868419475239575503198607639501078528$ $a_{189} = 392318858461667547739736838950479151006397215279002157056$ $a_{190} = 784637716923335095479473677900958302012794430558004314112$ $a_{191} = 1569275433846670190958947355801916604025588861116008628224$ $a_{192} = 3138550867693340381917894711603833208051177722232017256448$ $a_{193} = 6277101735386680763835789423207666416102355444464034512896$ $a_{194} = 12554203470773361527671578846415332832204710888928069025792$ $a_{195} = 25108406941546723055343157692830665664409421777856138051584$ $a_{196} = 50216813883093446110686315385661331328818843555712276103168$ $a_{197} = 100433627766186892221372630771322662657637687111424552206336$ $a_{198} = 200867255532373784442745261542645325315275374222849104412672$ $a_{199} = 401734511064747568885490523085290650630550748445698208825344$ $a_{200} = 803469022129495137770981046170581301261101496891396417650688$ $a_{201} = 1606938044258990275541962092341162602522202993782792835301376$ $a_{202} = 3213876088517980551083924184682325205044405987565585670602752$ $a_{203} = 6427752177035961102167848369364650410088811975131171341205504$ $a_{204} = 12855504354071922204335696738729300820177623950262342682411008$ $a_{205} = 25711008708143844408671393477458601640355247900524685364822016$ $a_{206} = 51422017416287688817342786954917203280710495801049370729644032$ $a_{207} = 102844034832575377634685573909834406561420991602098741459288064$ $a_{208} = 205688069665150755269371147819668813122841983204197482918576128$ $a_{209} = 411376139330301510538742295639337626245683966408394965837152256$ $a_{210} = 822752278660603021077484591278675252491367932816789931674304512$ $a_{211} = 1645504557321206042154969182557350504982735865633579863348609024$ $a_{212} = 3291009114642412084309938365114701009965471731267159726697218048$ $a_{213} = 6582018229284824168619876730229402019930943462534319453394436096$ $a_{214} = 13164036458569648337239753460458804039861886925068638906788872192$ $a_{215} = 26328072917139296674479506920917608079723773850137277813577744384$ $a_{216} = 52656145834278593348959013841835216159447547700274555627155488768$ $a_{217} = 105312291668557186697918027683670432318895095400549111254310977536$ $a_{218} = 210624583337114373395836055367340864637790190801098222508621955072$ $a_{219} = 421249166674228746791672110734681729275580381602196445017243910144$ $a_{220} = 842498333348457493583344221469363458551160763204392890034487820288$ $a_{221} = 1684996666696914987166688442938726917102321526408785780068975640576$ $a_{222} = 3369993333393829974333376885877453834204643052817571560137951281152$ $a_{223} = 6739986666787659948666753771754907668409286105635143120275902562304$ $a_{224} = 13479973333575319897333507543509815336818572211270286240551805124608$ $a_{225} = 26959946667150639794667015087019630673637144422540572481103610249216$ $a_{226} = 53919893334301279589334030174039261347274288845081144962207220498432$ $a_{227} = 107839786668602559178668060348078522694548577690162289924414440996864$ $a_{228} = 215679573337205118357336120696157045389097155380324579848828881993728$ $a_{229} = 431359146674410236714672241392314090778194310760649159697657763987456$ $a_{230} = 862718293348820473429344482784628181556388621521298319395315527974912$ $a_{231} = 1725436586697640946858688965569256363112777243042596638790631055949824$ $a_{232} = 3450873173395281893717377931138512726225554486085193277581262111899648$ $a_{233} = 6901746346790563787434755862277025452451108972170386555162524223799296$ $a_{234} = 13803492693581127574869511724554050904902217944340773110325048447598592$ $a_{235} = 27606985387162255149739023449108101809804435888681546220650096895197184$ $a_{236} = 55213970774324510299478046898216203619608871777363092441300193790394368$ $a_{237} = 110427941548649020598956093796432407239217743554726184882600387580788736$ $a_{238} = 220855883097298041197912187592864814478435487109452369765200775161577472$ $a_{239} = 441711766194596082395824375185729628956870974218904739530401550323154944$ $a_{240} = 883423532389192164791648750371459257913741948437809479060803100646309888$ $a_{241} = 1766847064778384329583297500742918515827483896875618958121606201292619776$ $a_{242} = 3533694129556768659166595001485837031654967793751237916243212402585239552$ $a_{243} = 7067388259113537318333190002971674063309935587502475832486424805170479104$ $a_{244} = 14134776518227074636666380005943348126619871175004951664972849610340958208$ $a_{245} = 28269553036454149273332760011886696253239742350009903329945699220681916416$ $a_{246} = 56539106072908298546665520023773392506479484700019806659891398441363832832$ $a_{247} = 1130782121458165970933310$

$$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$$

$$\downarrow$$

$$S_1 = \frac{2(1-2^n)}{1-2} \rightarrow S_1 = \frac{2(1-2^n)}{-1}$$

لست ← مجموع هندسی از دنباله هندسی
 $r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{4}{2} = 2$
 $a_1 = 2$
 $\frac{8}{4} = 2$

$$-2S_1 = -2(1-2^n)$$

$$-2S_1 = -2 + 2^{n+1}$$

$$-2S_1 - 1 = -2^n$$

$$+2S_1 = +2^n$$

$$2S_1 = 2^n = 2$$

$$S_1 = a_1$$

$$S_2 = a_1 + a_2$$

$$S_3 = a_1 + a_2 + a_3$$

لست ← مجموع n جمله اول دنباله هندسی از رابطه
 $S_n = 3^{n+1}$
 $n=1 \rightarrow S_1 = 3^{1+1} = 3^2 = 9 \rightarrow a_1 = 9$
 $n=2 \rightarrow S_2 = 3^{2+1} = 3^3 = 27 \rightarrow a_2 = 18$
 $a_1 + a_2 = 27$
 $9 + a_2 = 27 \rightarrow a_2 = 18$
 $r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{18}{9} = 2$

$$a_3 = a_1 \times r^2$$

$$9 \times (2)^2 = 9 \times 4 = 36$$

$$a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$$

$$\rightarrow 2^{-3} = \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

$$a^0 = 1$$

$$a^1 = a$$

$$(a^n)^m = a^{n \times m}$$

توان ها:

$$\underbrace{a + a + \dots + a}_{n \text{ مرتبه}} = na$$

$$\underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ مرتبه}} = a^n$$

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$

$$\sqrt[3]{8} = 8^{\frac{1}{3}} = \frac{2}{1} = 2$$

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$

$$\sqrt[2]{2^2} = 2^{\frac{1}{2}}$$

توان ۱:

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

$$a^m \div b^m = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

$$57 \times 15$$

$$57 \times 5 \times 3$$

$$285 \times 3 = 855$$

ضرب عدد دورقی در ده:

$$42 \times 5 = 210$$

$$25 \times 5 = 125$$

$$11 \times 5 = 55$$

$$94 \times 5 = 470$$

$$15 \times 5 = 75$$

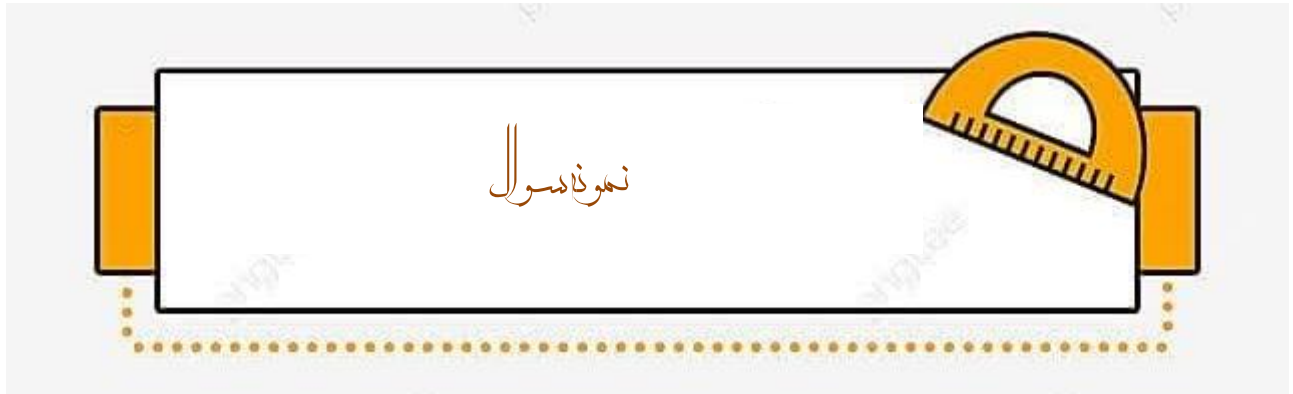
$$99 \times 5 = 495$$

$$11 \times 5 = 55$$

$$73 \times 5 = 365$$

$$13 \times 5 = 65$$

عدد انگ کن = موزن صفر
 اگر عدد فرد بود انگ کن = موزن صفر
 صفر ابرار



۱

با ارقام ۶ و ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱ و ۰ چند عدد سه رقمی می توان ساخت که در آن ها هم رقم زوج و هم رقم فرد وجود داشته باشد؟

252

4

219

3

203

2

156

1

۲

از بین ۳ دانش آموز سال دهم و ۴ دانش آموز سال یازدهم، ۴ نفر انتخاب می کنیم. احتمال اینکه حداقل ۲ دانش آموز سال دهم وجود داشته باشد کدام است؟

$\frac{45}{70}$

4

$\frac{43}{70}$

3

$\frac{23}{35}$

2

$\frac{22}{35}$

1



مجموع ۲۰ عدد طبیعی فرد متوالی و مضرب ۵ که کوچکترین آن‌ها ۱۱۵ است، کدام است؟

۳

2400

4

400

3

4200

2

3250

1

تعداد جایگشت‌های حروف کلمه «system» به‌طوری‌که حروف s کنار هم نباشند، کدام است؟

۴

360

4

240

3

180

2

120

1

۵

درون جعبه‌ای ۵ مهره قرمز، ۴ مهره سفید و ۳ مهره آبی قرار دارد. اگر ۲ مهره باهم از ظرف بیرون آوریم، با

کدام احتمال این دو مهره هم‌رنگ نیستند؟

$\frac{47}{66}$

4

$\frac{43}{66}$

3

$\frac{17}{33}$

2

$\frac{13}{22}$

1



در یک دنباله حسابی، مجموع ۹ جمله اول برابر ۹۰ و جمله هفتم آن ۱۳ است. تفاضل جمالت متوالی،

کدام است؟

- 3 2/5 2 1/5



جواب معادله $\frac{2}{35} = \frac{(n-2)!}{n!} + \frac{(n-1)!}{(n+1)!}$ کدام است؟

- 8 7 6 5



مجموع ۳ جمله متوالی از یک دنباله حسابی برابر ۱۸ و حاصل ضرب آن‌ها ۱۹۲ است. اگر دنباله صعودی باشد،

جمله کوچکتر کدام است؟

- 2 4 6 8



اضلاع یک مثلث قائم‌الزاویه تشکیل تصاعد حسابی می‌دهند. اگر محیط این مثلث ۲۴ باشد، مساحت آن کدام است؟

28

4

24

3

16

2

12

1



درون جعبه‌ای ۷ کارت با شماره‌های ۱ تا ۷ قرار دارد. ۳ کارت به تصادف خارج می‌کنیم. با کدام احتمال شماره‌ی

این سه کارت متوالی است؟

$\frac{1}{7}$

4

$\frac{1}{6}$

3

$\frac{1}{5}$

2

$\frac{1}{4}$

1



در یک رأی‌گیری که شامل ۴ رأی موافق، ۳ رأی مخالف و ۲ رأی ممتنع است، اگر ۳ رأی به تصادف خوانده

شود، با کدام احتمال حداقل ۲ رأی موافق در بین آن‌ها وجود دارد؟

$\frac{19}{52}$

4

$\frac{11}{52}$

3

$\frac{17}{42}$

2

$\frac{13}{42}$

1





۱۲

از بین اعداد فرد طبیعی کوچکتر از ۲۰، عددی به تصادف انتخاب شده است و پیشامدهای A و B چنین تعریف

می‌شوند: عدد، مربع کامل است B = عدد، مضرب ۳ است A = احتمال آنکه پیشامد رخ دهد کدام است؟

0/5

4

0/4

3

0/3

2

0/2

1

۱۳

جمله‌ی عمومی دنباله‌ای به صورت $a_n = n^2 - (n+1)^2$ است. مجموع ده جمله‌ی نخست این دنباله کدام است؟

-120

4

120

3

-60

2

60

1

۱۴

با حروف کلمه "ELECTION" چند کلمه رمز ۴ حرفی می‌توان نوشت که شامل دو حرف باشد؟

360

4

180

3

120

2

90

1





به چند روش ممکن است از بین ۱۵ دانش‌آموز، ۳ نفر آن‌ها را برای مسئول کتابخانه، مسئول گروه سرود و

۱۵

مسئول گروه تناتر دانش‌آموزان انتخاب کرد؟

2730

4

1365

3

910

2

455

1

اگر $\{a_n\}$ دنباله‌ای حسابی باشد، آنگاه حاصل $\frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \dots + \frac{1}{a_{n-1} a_n}$ کدام است؟

۱۶

 $\frac{2n}{a_1 a_n}$

4

 $\frac{2n-2}{a_1 a_n}$

3

 $\frac{n}{a_1 a_n}$

2

 $\frac{a-1}{a_1 a_n}$

1

از کیسه‌ای محتوی ۴ مهره سفید و ۳ مهره سیاه، ۲ مهره خارج می‌کنیم. احتمال آنکه حداقل یکی از مهره‌ها

۱۷

سفید باشد، کدام است؟

 $\frac{6}{7}$

4

 $\frac{1}{7}$

3

 $\frac{5}{7}$

2

 $\frac{4}{7}$

1





از بین ۱۲ خانواده انجمن اولیاء مدرسه به چند طریق می‌توان ۴ خانواده انتخاب کرد که در آن‌ها زن یا شوهر

شرکت کنند؟

990

4

840

3

720

2

495

1



با جایگشت ارقام چند عدد پنج‌رقمی زوج حاصل می‌شود؟

120

4

104

3

96

2

84

1



از بین اعداد طبیعی یک‌رقمی، به چند حالت ۳ عدد را می‌توان انتخاب کرد به‌طوری‌که تشکیل یک دنباله‌ای

حسابی دهند؟

24

4

20

3

16

2

12

1





۲۱

با ارقام طبیعی ۱، ۲، ... و ۹ چند عدد پنج رقمی با ارقام متمایز می توان نوشت به طوری که ارقام ۱ و ۲ و ۳ در

آن ها حتماً با کار رفته و در کنار هم باشند؟

360

4

180

3

120

2

540

1

۲۲

اگر در یک دنباله ای حسابی $a_2 = -1$, $a_5 - a_3 = 1$ باشد، جمله ی چندم دنباله برابر صفر است؟

ششم

4

پنجم

3

چهارم

2

سوم

1

۲۳

اضلاع یک مثلث قائم الزاویه، تشکیل دنباله عددی می دهند، نسبت بزرگترین ضلع مثلث به کوچک ترین ضلع آن

چه قدر است؟

 $\frac{5}{3}$

4

 $\frac{5}{4}$

3

 $\frac{4}{3}$

2

 $\frac{12}{5}$

1





بین دو عدد ۱۰ و ۱۲، نوزده واسطه حسابی درج کرده ایم جمله دهم دنباله حسابی حاصل کدام است؟

۲۴

11

4

10/9

3

10

2

9/9

1

احتمال آن که مجموع دو تاس پرتاب شده با هم کوچکتر از ۹ باشد، چه قدر است؟

۲۵

$\frac{2}{3}$

4

$\frac{13}{18}$

3

$\frac{7}{9}$

2

$\frac{5}{12}$

1