

استاد مقدم

دیر

ریاضی جامع

مبحث

آمار

ساختن هرکزی :
میزان گرایی به مرکز

میانگین : $\bar{x}$ (تعداد میانگین = مجموع داده ها)
 $\bar{x} = \frac{\text{مجموع داده ها}}{\text{تعداد داده ها}} \Rightarrow \text{میانگین} = \frac{\text{جمع داده ها}}{\text{تعداد داده ها}}$

میان : داده ها را به ترتیب از کوچک به بزرگ مرتب می کنیم. داده ای که وسط قرار می گیرد.
 نکته : اگر تعداد داده ها زوج باشد ۲ داده وسط قرار می گیرد که میانگین این دو داده میانگین است.
 ه : داده ای که بیشترین تکرار را دارد. «مُدِ مِلْیا لَعْنَت»

ساختن پراکندگی :
میزان دوری یا نزدیکی از مرکز

واریانس : σ^2
 $\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$

ابتدا میانگین را حساب می کنیم. از تمام داده ها میانگین را کم می کنیم. به توان ۲ می رسانیم. هر را با هم جمع می آوریم و بر تعداد تقسیم می کنیم.
 $\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$

انحراف از میانگین : σ
 جذر مثبت واریانس

ضریب تغییرات : $CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$
 ضریب تغییرات کمتر باشد پراکندگی کمتر است

دامنه تغییرات : R

کوچکترین داده - بزرگترین داده : R
 $R = \max - \min$

مثال $\hookrightarrow$ میانگین - میان - مد - واریانس - اختلاف معیار - دامنه تغییرات - ضریب تغییرات داده های زیر را به دست آورید:

۳، ۵، ۵، ۵، ۲، ۳، ۲، ۵، ۶

$$\sigma^2 \Rightarrow \sigma = \frac{(3-4)^2 + (5-4)^2 + (2-4)^2 + (3-4)^2 + (2-4)^2 + (5-4)^2}{9}$$

$$\sigma^2 = \frac{\text{مجموع داده ها}}{\text{تعداد داده ها}} = \frac{3+5+5+2+3+2+5+6}{9} = \frac{36}{9} = 4$$

$$\sigma^2 = \frac{1+4+4+1+4+4}{9} = \frac{18}{9} = 2 \quad \text{واریانس}$$

$$\sigma = \sqrt{2} \quad \text{اختلاف معیار}$$

میان $\Rightarrow$ ۲، ۲، ۳، ۳، ۵، ۵، ۵، ۵، ۶

تعداد افراد ۹ نفر

میان ۵

$$\text{دامنه تغییرات} = R = \max - \min = 6 - 2 = 4$$

$$s.d \Rightarrow 2$$

$$\text{ضریب تغییرات} \Rightarrow \frac{\text{اختلاف معیار}}{\text{میانگین}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

داده ای که تعداد از آن بیشتر $\rightarrow$

خلف فقر ← حوالہ درآمدی کہ براہ زندگی تک بقدر (رمہ) مورد نیاز است۔ برائے اسلام ۵۵۰ روپیہ می شود

مسائل ﴿ باتوجه به جدول زیر صرفاً فقر بر اساس میان رانده است آمدید.

~~۲۴, ۲۴, ۲۴, ۲۴, ۲۴, ۱۸, ۶, ۶, ۶, ۶, ۱۲, ۱۲.~~

سوال → ۲۴، ۲۴، ۲۴، ۲۴، ۲۴، ۱۰، ۱۰، ۱۰، ۱۰، ۱۰، ۱۲، ۱۲، ۱۸..

$$\frac{\omega + \omega}{2} = \omega \quad \text{औसत}$$

$$\text{مبلغ نقدی براساس مبادی} = \frac{50}{2} = 25 \text{ میلیون}$$

درآمد ماهانه میلیون	تعداد اعضای خانواده
۱۲۰	۵
۱۸۰	۱
۲۵۰	۴
۲۲۰	۲

$$\gamma_E = \frac{120}{\omega}$$

$$\lambda_0 =$$

৬.

12.

۵ فقرہ پر مشتمل فقرہ

سوال للامتحان
سوال قصير

$\text{سازمانی} = \frac{\text{میانگین درآمد سازمانی} - \text{درآمد فرد}}{\text{میانگین درآمد سازمانی}} \times 100$

تورم ← تیسرے طبقے کا کام ہونے پر

۱۰۰
ھذا ۵ اتریمتہ منین در سال ۴۰۰ ہزار ۱۰۰ اور سال ۴۰۳ ہزار ۱۰۰ اس کے بعد آئیں منین / زسل ۴۰۰ تا ۴۰۳ ہفتہ است ۶

$$|\overline{\text{مطلوب}}\rangle = \frac{110 - 100}{100} \times 100 = 10\%$$

تعمد الیہ

ساحو، لکھنؤ

5/8/20

در مدرج بیکار $\Leftarrow$ نسبت جمعیت بیکار به جمعیت فعال (جمعیت افراد دارای ۱۲ سال)

$$\text{مدرج بیکاری} = \frac{\text{جمعیت بیکار}}{\text{جمعیت فعال}} \times 100$$

مثال: اگر آسوری از ۲ میلیون نفر دارای ۱۲ سال ۴ میلیون ساله مستعد بزرگ بیکاری؟

جمعیت بیکار: ۶ میلیون نفر

$$= \frac{6}{2} \times 100 = 300\%$$

مدرج بیکاری = $\frac{\text{جمعیت بیکار}}{\text{فعال}} \times 100$

~~۱۱, ۱۴, ۱۴, ۱۷, ۱۲, ۱۲, ۱۹, ۱۵, ۱۷, ۲۰, ۲۲, ۱۹, ۲۰, ۲۲~~



نمودار جعبه ای $\Leftarrow$ جعبه و سیل:

داده‌ها را مرتب کرده و میانها را تعیین می‌کنیم. Q_2

برای داده‌های کوچکتر از میان به سز میانها را تعیین می‌کنیم. Q_1

برای داده‌های بزرگتر از میان به سز میانها را تعیین می‌کنیم. Q_3

نمودار جعبه ای را رسم می‌کنیم.

$\Rightarrow IQR = Q_3 - Q_1 = 19,5 - 13 = 6,5$

نمودار دایره‌ای؟

فواصل

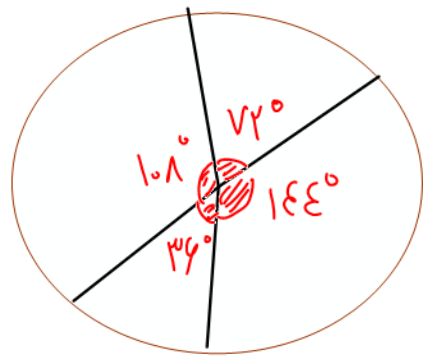
مدای



کروغنی

مثال: گروه خونی دارمندان در شرکت طبق جدول زیر است. نمودار دایره‌ای را رسم کنید.

جمع زوایا = ۳۶۰

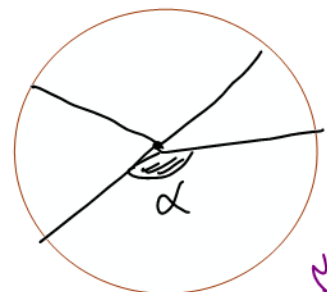


$$\hat{\alpha}_i = \frac{f_i}{n} \times 360^\circ$$

قرارانی مردای

نمودار دایره‌ای

زادیه مرکزی مردای
قرارانی



گروه خونی	قرارانی f_i
A	۴ $\rightarrow \frac{4}{20} \times 360^\circ = 72^\circ$
B	۶ $\rightarrow \frac{6}{20} \times 360^\circ = 108^\circ$
AB	۲ $\rightarrow \frac{2}{20} \times 360^\circ = 36^\circ$
0	۸ $\rightarrow \frac{8}{20} \times 360^\circ = 144^\circ$
	<u>۲۰</u>

گزاره ها: در منطق ریاضی هر جمله خبری (در حال یا آینده) که یکی از لوازش درست یا غلط باشد گزاره است. T درست است F غلط است

با حرفهای $P, Q, R, \dots$

جدول ارزشهای گزاره ها: اگر گزاره داشته باشیم $\rightarrow$ آن را میتوانیم

ارزش ترکیب عطفی $\leftarrow$ همای درست است که هر گزاره درست باشد

P	Q	P ∧ Q
✓	✓	✓
✓	✗	✗
✗	✓	✗
✗	✗	✗

P	Q
✓	✓
✗	✗
✓	✓
✗	✗

خواص و ثبات ترکیب عطفی و فصلی

ترکیب فصلی: $\vee$ وقتی غلط است که هر گزاره غلط باشد

P	Q	P ∨ Q
✓	✓	✓
✓	✗	✓
✗	✓	✓
✗	✗	✗

ترکیب عطفی	ترکیب فصلی
$P \wedge P \equiv P$	$P \vee P \equiv P$
$P \wedge Q \equiv Q \wedge P$	$P \vee Q \equiv Q \vee P$
$P \wedge T \equiv P$	$P \vee T \equiv T$
$P \wedge F \equiv F$	$P \vee F \equiv P$
$P \wedge (\neg P) \equiv F$	$P \vee (\neg P) \equiv T$

خواص و تعاریف منطقی و عطفی: ۱=

عطف $\wedge$ $\leftarrow$ $\rightarrow$ اثرگذاری
 فصل $\vee$ $\leftarrow$ $\rightarrow$ اجتماع
 لقیه $\neg$ $\leftarrow$ متمم

ترکیب منطقی	ترکیب عطفی
$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge r$	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee r$
$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
$\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$
$p \vee (p \wedge q) \equiv p$	$p \wedge (p \vee q) \equiv p$

ترکیب شرطی:

اثر p آنگاه q

p نتیجه می دهد

p شرط کافی است برای q

مقدم $p \Rightarrow q$ نتایج

زمانی داریم که از p نتیجه q را می گیریم.

زمانی داریم که p درست ولی q نادرست باشد.

اگر p نادرست باشد گزاینده شرطی درست است. $\neg p \vee q$ به انتهای مقدم است.

p	q	$p \Rightarrow q$
$\vee$	$\vee$	$\vee$
$\vee$	$\neg$	$\neg$
$\neg$	$\vee$	$\vee$
$\neg$	$\neg$	$\vee$

درون یا بی: معادله خط

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

تقاطع شریع (دوم) → کتب خط → نقطه شروع (دوم) → جواب ما

لرون یا بی: معادله خط
بین نقطه اول و میلین تقاطع

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

تقاطع اول شریع → کتب خط → نقطه اول شریع → جواب ما

مثال: جدول زیر تعداد مشتری های فروشنده های را به دست می دهد. $\frac{1+1+1+1+1}{5} = 1.5$

ساعت t	۱	۱۰	۱۲	۱۴	۱۷ عصر
تعداد مراجعات	۵	۲۵	۴۹	۳۷	۱۷ عصر

الف) تعداد مراجعات در ساعت ۱۱ صبح ← (درون یا بی) ← معادله بین ۱۲ و ۱۷ عصر
ب) ۱۷ عصر ← بیرون یا بی ← معادله بین ۱۲ و ۱۷ عصر

$$m = \frac{49 - 25}{12 - 10} = \frac{24}{2} = 12$$

درون یا بی → $y - y_0 = m(x - x_0)$

تعداد مراجعات در ساعت ۱۱ صبح
 $y - 25 = 12(1) \Rightarrow y - 25 = 12 \rightarrow y = 25 + 12 = 37$

شریع → $m = \frac{50 - 5}{15 - 1} = \frac{45}{14} = 3.21$

بیرون یا بی → $y - y_0 = m(x - x_0)$

1	4	4	2	زمان t	$\frac{1+4+4+2}{4} = 5$
7	5	2	3	مقدار y	$\frac{7+5+2+3}{4} = 4$

$$y - y_0 = m(x - x_0) \quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{7 - 5}{1 - 4} = \frac{2}{-3} = -\frac{2}{3}$$

$$y - 5 = -\frac{2}{3}(x - 4) \rightarrow y - 5 = -\frac{2}{3}x + \frac{8}{3} \rightarrow y = -\frac{2}{3}x + \frac{23}{3}$$

مسأل: با توجه به جدول زیر
الف) مقدار را در زمان t محاسبه کنید. (روشن بمانی)

ب) مقدار را در زمان t محاسبه کنید.

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

$$m = \frac{4 - 3}{5 - 2} = \frac{1}{3}$$

$$y - 3 = \frac{1}{3}(x - 5)$$

$$y - 3 = \frac{1}{3}x - \frac{5}{3} \rightarrow y = \frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$$

آمار: وقتی می خواهیم درباره ی موضوعی تحقیق کنیم نیاز به اطلاعاتی داریم که به آن داده می گویند. داده ها به صورت ارقام یا کلمات توصیفی هستند پس از به دست آوردن اطلاعات و جدول بندب و تحلیل و تفسیر باید نتیجه گیری کنیم. آمار مجموعه ای از اعداد و ارقام است.

علم آمار: مجموعه روش هایی که شامل:

(۱) جمع آوری اطلاعات

(۲) سازمان دهی

(۳) تحلیل و تفسیر

(۴) نتیجه گیری

(۵) قضاوت و پیش بینی مناسب

جامعه: به مجموعه ی تمام افرادی که تحقیق راجع به آن ها صورت می گیرد جامعه گویند. تعداد اعضای جامعه را اندازه یا **حجم جامعه** گویند.

مثال: وقتی در مورد نمرات ریاضی کلاس دهم مدرسه A صحبت می شود جامعه ی آماری کلاس دهم مدرسه A و اندازه و حجم آن دانش آموزان کلاس است.



نمونه: هرگاه اندازه ی جامعه به قدری بزرگ باشد که نتوان کل جامعه را بررسی کرد در این صورت قسمتی از جامعه را انتخاب که به آن نمونه گویند و همه ی ویژگی های جامعه را دارد.

سرشماری: اگر مطالعه ی جامعه به گونه ای باشد که کل جامعه بررسی شود به این حالت سرشماری گویند.

مثال: در یک کارخانه تولیدی قطعات خودرو روزانه ۱۰۰/۰۰۰ قطعه تولید گروه کنترل کیفیت ۱۰۰۰ قطعه را انتخاب و کیفیت را ارائه می دهد.

جامعه	اندازه جامعه	نمونه	اندازه نمونه	ویژگی مورد بررسی
قطعات خودرو	۱۰۰/۰۰۰	قطعات انتخابی	۱۰۰۰	کیفیت قطعات

متغیر: یک شاخصه و ویژگی از همه ی اعضای جامعه یکسان نیست و از عضو به عضو دیگر تغییر می کند و عددی که به این ویژگی اختصاص می یابد مقدار متغیر است.

متغیر ها بر دو نوع هستند. الف) کمی ب) کیفی

متغیرهای کمی: متغیرها و ویژگی هایی که قابل اندازه گیری هستند.

متغیرهای کیفی: متغیرهایی که قابل اندازه گیری نیستند.

متغیرهای کمی ۲ نوع است:

کمی گسسته: متغیرهایی که مقدار به خود می گیرند ← تعداد کارمندان

کمی پیوسته: متغیرهایی که در یک بازه بین ۲ عدد a تا b قرار دارند ← قد دانش آموزان

متغیرهای کیفی ۲ نوع است:

کیفی ترتیبی: متغیرهایی که دارای مرحله و ترتیب است ← تحصیلات دانشگاهی

کیفی اسمی: که قابل اندازه گیری نباشد و ترتیب نداشته باشد ← جنسیت زن و مرد

مثال: نوع متغیرهای زیر را معلوم کنید.

(۱) نوع آلاینده‌گی هوا ← کیفی اسمی

(۲) فاصله ← کمی پیوسته

(۳) مقام‌های ورزشکار ← کیفی ترتیبی

(۴) سال تولید خودرو ← کمی گسسته

