

ریاضی و آمار 3

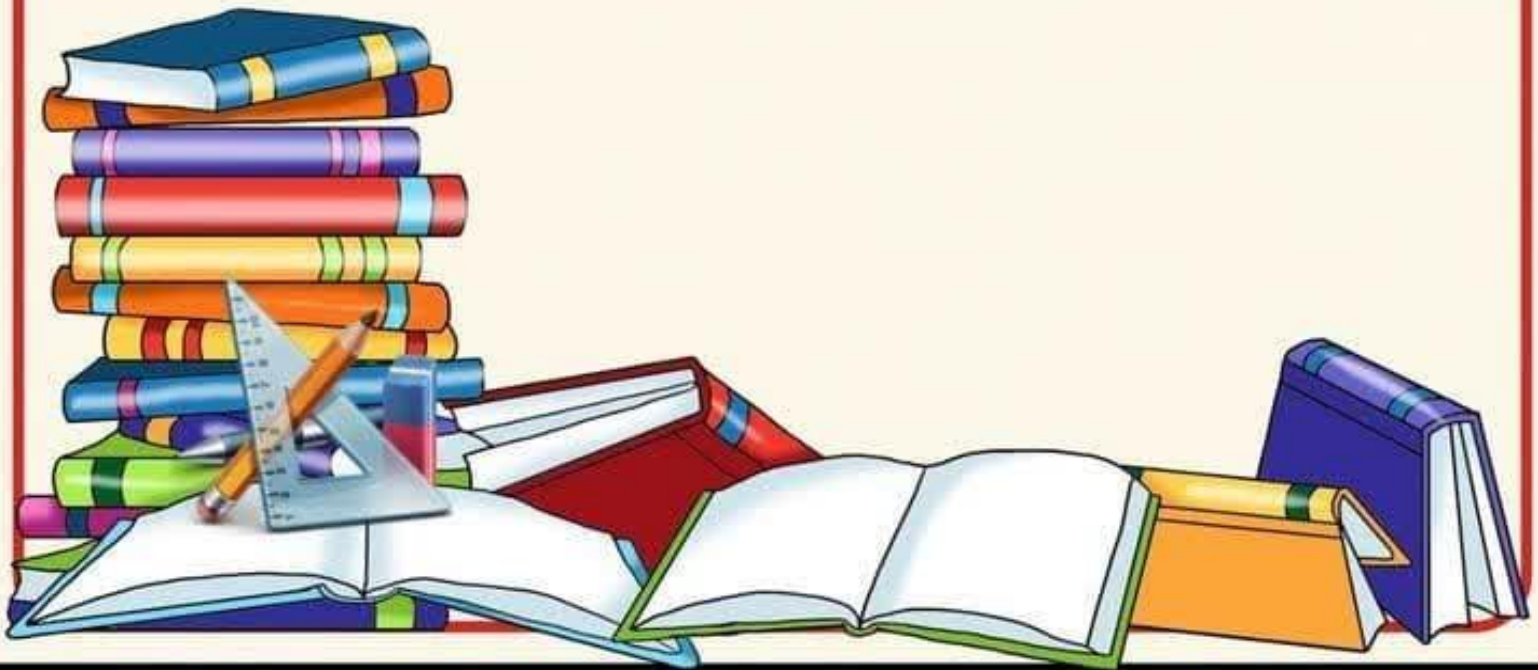
ویژه رشته انسانی



میراث: استاد مفهم



- ☒ ریاضیات جامع دکتر انصاری
- ☒ حرمی ناما
- ☒ مثال ریاضی فشریحی



مسئله اول ریاضی در از هم ← اصل ضرب (تعداد) ← انتخابی به صورت ← مرتب ← $m \times n$

یا $\leftarrow + \leftarrow$ اصل جمع
و $\leftarrow \times \leftarrow$ اصل ضرب

$$3 \times 4 = 12$$

مثل ← سیراز $\leftarrow$ امتحان $\leftarrow$ تهران
اصل جمع : $m+n$ عمل ادل یا دم

مثال : مسافری قطار از تهران به اراک و سفر کند و بخواهد از اراک به تهران بازگردد.
الف) مسافر به هر طریق از تهران به اراک مسافرت می کند.
ب) مسافر به هر طریق مسافرت رفت و برگشت انجام دهد.

$$3 \times 4 = 12$$

$$12 + 12 = 24$$

$$12 \times 2 = 24$$

ج) مسافر به هر طریق مسافرت رفت و برگشت انجام دهد.
رفت و برگشت یکسان نباشد.

$$12 + 12 = 24$$

$$3 \times 2 = 6$$

$$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

$$6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$$

$$2! = 2 \times 1 = 2$$

$$1! = 1$$

$$0! = 1$$

تفاوت : ! ← حاصل ضرب هر عدد از خودش تا 1

تفاوت : ! ← اعداد متوالی ندارند

مثال : حاصل را درست آورد.

$$\frac{3!}{5!} = \frac{3 \times 2 \times 1}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{1}{20}$$

$$\frac{4!}{3!} + \frac{2!}{0!} = 4 + 2 = 6$$

$$\left(\frac{3!}{6} + \frac{4!}{24} \right) \times \frac{2!}{2} = 70$$

$$(n+1)! = (n+1) \times n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 1$$

$$\frac{(n+1)!}{n!} = \frac{(n+1) \times n!}{n!} = n+1$$

$$\frac{4!}{3!} = \frac{4 \times 3!}{3!} = 4$$

$$5! \times 2! = 120 \times 2 = 240$$

$$3! \times 2! = 6 \times 2 = 12$$

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 1$$

$$\frac{n!}{(n-1)!} = \frac{n \times (n-1)!}{(n-1)!} = n$$

$$\frac{5!}{3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{3!} = 20$$

$$\frac{12!}{3!} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3!} = 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 = 665280$$

$$1! - 2! = 1 - 2 = -1$$

$$\left(\frac{3!}{6} \right)^2 = 36$$

$$(n-1)! = (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 1$$

$$5! + 2! \neq 7!$$

$$5! \times 2! \neq 10!$$

$$5! - 2! \neq 3!$$

$$(5!)^2 \neq 25!$$

در عمل اعداد متوالی ندارند

$\underline{E} \underline{A} \underline{E} \underline{A} \underline{E} \underline{A} \underline{E} = 9! \times 3! = 24 \times 9 =$ (الف) یکدیگر میان

செய்து
எல். மு.

EEEE AA

$$2! \times \varepsilon! \times 3! = 2 \times 2 \times 6 = 24$$

(ب) نازلہ کے حصے کا کوئی ٹوسٹ؟

$$V_2 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{120}$$

ب) جذبه، محرمی می توان نوشت با حرف قافله اش می شود.

$$\underline{\omega} \times \underline{e} \times \underline{f} = \underline{v}_6$$

کے لئے اس سے ان

مثال: يا حروفكم للستان :

(الف) حیدر آباد - اکبر فی کلان لونسٹ۔
 $I_{x\Delta} \times E \times L = 39\%$

ج) فیدلہ محمد فیاضی کو ان نوے سالہ کی عمر میں $\frac{1}{5}$ حصہ ملا۔

(٦) چند عدد صحیح که توان اول است از ۱ تا ۱۲۰

$$\frac{1}{5} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{30}$$

جای نیست کلام و رسم

~~0, 1, 2, 3, 4, 5~~

$$\frac{\Delta}{0 \neq} \times \frac{\Delta}{\Delta} \times \frac{\Sigma}{\Sigma} = 100$$

$\frac{d}{dt} \times \sum \frac{1}{\omega_i} = 2$
 $\frac{d}{dt} \times \sum \frac{1}{\omega_i} = 32$
 $\frac{d}{dt} \times \sum \frac{1}{\omega_i} = 2, 8$

$$\frac{\omega}{t} \times \omega \times \Sigma \times \mu = 100$$

الف) عدد اقسام: $\frac{4}{3} \times \frac{3}{2} \times \frac{2}{1} = 76$

Q $\times$ E $\times$ L $\times$ L = 1% : $\frac{1}{100}$ ✓ ✓ (U)

$$\frac{\epsilon}{\gamma_\epsilon} \times \frac{\mu}{\gamma_\epsilon} \times \frac{\nu}{\gamma_\epsilon} = \nu \epsilon$$

$$\frac{1}{x^3} \times \frac{1}{x^2} \times \frac{1}{x^3} = \frac{1}{x^8}$$

$\frac{E}{\frac{1}{2}E} = 2$ (مضاعف)

$\frac{e}{x} \times \frac{1}{x} \times \frac{1}{x} = 12$ (خ) - $\frac{1}{x^3} = 12$ مضروب

$x \xrightarrow{\varepsilon} x \xrightarrow{\mu} \frac{36}{20} = 1.8$

$$= \frac{1}{2} \log 2$$



اصل جمع

$$+ = - = \text{اصل مع}$$

اگر کاری را بتوان به دو روش انجام داد ، به طوری که در روش اول m انتخاب و در روش دوم n انتخاب وجود داشته باشد ، برای انجام کار مورد نظر $m+n$ روش وجود دارد. توجه کنید که نهایتاً قرار است کار فقط با یکی از شیوه ها انجام شود.

در اصل جمع فقط یکی از انتخاب‌ها را داریم

مثال: امین قصد دارد به خاطر قبولی در یک آزمون به دوستش پوریا ، شیرینی بدهد . او با خود فکر میکند که پوریا را به یکی از دو مکان رستوران ((یا)) آب میوه فروشی دعوت کند. اگر به رستوران برود ، تنها یکی از 2 نوع غذای چلو خورشت قورمه سبزی و قیمه را می تواند انتخاب کند و اگر به آب میوه فروشی برود، تنها یکی از سه نوع آب میوه ی هویج ، سیب و پرتقال را می توان انتخاب کند. چند انتخاب برای پوریا وجود دارد؟

$$2 + 3 = 5$$

اصل ضرب

$$= \text{اصل ضرب به هم رس}$$

اگر انجام کاری شامل دو مرحله باشد، به طوری که برای انجام مرحله ی اول m انتخاب و برای هر کدام از این m روش ، مرحله ی دوم را بتوان به n روش انجام داد ، در کل مورد نظر با $m \times n$ روش قابل انجام است. توجه کنید که هر دو مرحله باید انجام پذیرد.

مثال: هفته ی بعد پوریا قصد دارد به خاطر تولدش امین را دعوت کند ، اما او می خواهد امین را هم به آن رستوران ((و)) هم به آن آب میوه فروشی ببرد و در رستوران یک انتخاب و در آب میوه فروشی هم یک انتخاب به او بدهد. امین چند نوع انتخاب خواهد داشت؟

$$1 \times 1 = 1$$



مثال: از تهران به اصفهان 2 راه و از اصفهان به شیراز 3 راه وجود دارد. مسافری میخواهد از تهران به شیراز عبور کند به گونه ای که حتما از اصفهان عبور کند.

الف) به چند طریق این مسافرت انجام میشود؟

$$2 \times 3 = 6$$

مرحله 2 مرحله 1 = اصل $\times$

$$9 + 9 = 18$$

$$9 \times 2 = 18$$

ب) به چند طریق مسافرت رفت و برگشت انجام میشود؟

رفت و برگشت
اصل $\times$ برگشت

ج) به چند طریق مسافرت رفت و برگشت انجام میشود به گونه ای که مسیرهای رفت و برگشت یکی باشد؟

$$9 \rightarrow 2 \times 3 = 6 \rightarrow \text{رفت} \quad 6 \oplus 1 = 7$$

$$1 \rightarrow 1 \times 1 = 1 \rightarrow \text{برگشت}$$



اگر چند شیئ متمایز داشته باشیم ، به هر حالت چیدن آنها کنار هم ، یک **جایگشت** از آن اشیا می گوئیم.

جایگشت به ترتیب و نحوه قرار گرفتن اشیاء را می گویند.
جایگشت ۱ می باشد. ۲ می باشد. ۳ می باشد. ۴ می باشد. ۵ می باشد. ۶ می باشد. ۷ می باشد. ۸ می باشد. ۹ می باشد. ۱۰ می باشد.

مثال: با ارقام 0 و 1 و 2 و 3 و 4 و 5 بدون تکرار ارقام

الف) چند عدد سه رقمی می توان نوشت؟

$$\frac{5}{\text{یکان}} \times \frac{5}{\text{دهگان}} \times \frac{4}{\text{صدگان}} = 100$$

ب) چند عدد سه رقمی زوج می توان نوشت؟

$$\frac{5}{\text{یکان}} \times \frac{4}{\text{دهگان}} \times \frac{1}{\text{صدگان}} = 20$$

$$\frac{5}{\text{یکان}} \times \frac{4}{\text{دهگان}} \times \frac{2}{\text{صدگان}} = 40$$

ج) چند عدد سه رقمی مضرب 5 می توان ساخت؟

$$\frac{5}{\text{یکان}} \times \frac{4}{\text{دهگان}} \times \frac{1}{\text{صدگان}} = 20$$

$$\frac{5}{\text{یکان}} \times \frac{4}{\text{دهگان}} \times \frac{2}{\text{صدگان}} = 40$$

د) چند عدد سه رقمی فرد می توان ساخت؟

$$\frac{5}{\text{یکان}} \times \frac{4}{\text{دهگان}} \times \frac{2}{\text{صدگان}} = 40$$

مثال: در یک کشور نوعی اتومبیل در 5 مدل ، 10 رنگ ، 3 حجم موتور مختلف و 2 نوع دنده (اتوماتیک و غیر اتوماتیک) تولید می شود.



الف) چند نوع مختلف از این اتومبیل تولید می شود؟

ب) اگر یکی از رنگ های تولید شده مشکی باشد ، چند نوع از این اتومبیل با رنگ مشکی تولید می شود؟

پ) چند نوع از این اتومبیل مشکی دنده اتوماتیک تولید می شود؟

مثال: یک آزمون چند گزینه ای شامل 10 سوال 4 گزینه ای و 5 سوال 2 گزینه ای است. فردی قصد دارد به سوال ها به صورت تصادفی جواب دهد. او به چند روش می تواند این کار انجام دهد اگر: الف) اگر مجبور باشد به همه ی سوال ها جواب دهد؟

ب) بتواند سوال ها را بدون جواب هم بگذارد؟

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times (n-3) \times \dots \times 1$$

اگر n یک عدد طبیعی باشد ، حاصل ضرب اعداد طبیعی و متوالی از 1 تا n را بصورت $n!$

نمایش می دهیم. (قرار داد $0! = 1$)
 حاصل ضرب هر عدد از خودش یک بار



مثال: حاصل عبارت های فاکتوریل دار را بصورت ساده و حاصل ضرب ها زیر را با نماد فاکتوریل بدست آورید.

$$\frac{5!}{4!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 5$$

$$\frac{n!}{(n-4)!} = \frac{n \times (n-1) \times (n-2) \times (n-3) \times \cancel{(n-4)!}}{\cancel{(n-4)!}} = n \times (n-1) \times (n-2) \times (n-3)$$

مثال: 3 کتاب ریاضی متفاوت و 4 کتاب فیزیک متفاوت را به چند حالت می توان چید به طوری که :

الف) هیچ شرطی به میان نباشد.

$$3! \times 4! = 6 \times 24 = 144$$



حالت کتابخانه ✓ ✓ ✓ ✓

ب) کتاب های ریاضی کنار هم باشند؟

$$5! \times 3! = 120 \times 6 = 720$$

حالت کتابخانه ✓ ✓ ✓

ج) کتاب های فیزیک کنار هم باشند؟

$$4! \times 4! = 24 \times 24 = 576$$

حالت کتابخانه

د) کتاب های فیزیک کنار هم و کتاب های ریاضی کنار هم باشند؟

$$2! \times 4! \times 3! = 2 \times 24 \times 6 = 288$$

ه) کتاب ها یک در میان باشند؟

$$4! \times 3! = 24 \times 6 = 144$$

$$\frac{2}{\text{ریاضی}} \times \frac{5}{\text{ریاضی}} \times \frac{4}{\text{ریاضی}} \times \frac{3}{\text{ریاضی}} \times \frac{2}{\text{ریاضی}} \times \frac{1}{\text{ریاضی}} \times \frac{3}{\text{ریاضی}} = 720$$

$$4 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 2880$$

مثال: 4 کتاب ریاضی متفاوت و 4 کتاب فیزیک متفاوت را به چند طریق می توان یک در میان کنار هم قرار داد؟

$$4! \times 4! = 24 \times 24 = 576$$

مثال: با ارقام 0 و 1 و 2 و 3 و 4 و 5 چند عدد سه رقمی می توان ساخت؟

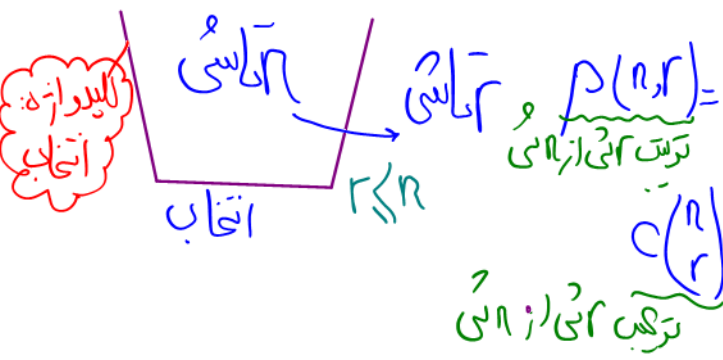
$$\frac{5}{\neq} \times \frac{4}{\neq} \times \frac{4}{\neq} = 180$$

$$\frac{5}{\neq} \times \frac{5}{\neq} \times \frac{4}{\text{یکبار}} = 100$$



ترتیب و ترکیب: (۱) ترتیب در انتخاب مهم است. ترتیب: P
 اعداد و ارقام / حرف و بیانات / چراغ های مختلف

(۲) ترتیب در انتخاب مهم نیست: ترکیب: C
 آنهایی که به هم از یک مجموعه / چراغ های مختلف



$$P\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5!}{3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{3!} = 20 \quad P(4, 3) \quad P(4, 1)$$

$$C\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{5!}{2! \times (5-2)!} = \frac{5!}{2! \times 3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2 \times 1 \times 3!} = 10 \quad C\left(\frac{4}{3}\right) \quad C\left(\frac{7}{2}\right)$$

لست از یک مجموعه $P(n, r) = 12$ مقدار n کدام است؟ $P(4, 2) = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{4!}{2!} = \frac{4 \times 3 \times 2!}{2!} = 12$

$$\frac{n!}{(n-r)!} = \frac{n!}{(n-(n-2))!} = \frac{n!}{(n-n+2)!} = \frac{n!}{2!} \rightarrow \frac{12}{1} \rightarrow n! = 2! \times 12 = 24 \rightarrow n = 4$$

$$C\left(\frac{4}{1}\right) \rightarrow C\left(\frac{n}{1}\right) = n \quad C\left(\frac{4}{4}\right) \rightarrow C\left(\frac{n}{n}\right) = 1 \quad C\left(\frac{4}{3}\right) \rightarrow C\left(\frac{n}{n-1}\right) = n \quad C\left(\frac{n}{0}\right) = 1$$

$$C\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{5!}{2! \times 3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2 \times 1 \times 3!} = 10$$

حداقل ← لا اقل ← اقلا ← دست کم
 حداکثر ← دست زیاد

$X \leftarrow 9$
 $+ \leftarrow 2$

$$C\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{4!}{3! \times (4-3)!} = \frac{4!}{3! \times 1!} = \frac{4 \times 3!}{3! \times 1} = 4$$

$$\frac{4 \times 5}{1 \times 2} = 10 \rightarrow \left(\frac{4}{2}\right) = \frac{4 \times 3 \times 2!}{2 \times 1 \times 2!} = 6$$

$$C\left(\frac{7}{4}\right) = \frac{7!}{4! \times 3!} = 35$$

$$\left(\frac{5}{3}\right) = \frac{5!}{3! \times 2!} = 10$$

لست از ۱۰ کتاب ادبی و ۸ کتاب علوم چند دسته ۳ تایی می‌توان انتخاب کرد؟
 کتاب ادبی ۱۰ کتاب علوم ۸

$$\left(\frac{10}{2}\right) \times \left(\frac{8}{1}\right) = \frac{9 \times 8}{1 \times 2} \times \frac{1 \times 7 \times 6}{1 \times 2 \times 3} = 4 \times 7 = 28$$

$$\left(\frac{10}{3}\right) = \frac{10 \times 9 \times 8}{1 \times 2 \times 3} = 120$$

لست از ۱۰ روس می‌توان یک دایره ۱۰ نفره نمودار داشت. با این نقطه می‌توان شکل داد؟

$$110 \quad 120 \quad 90 \quad 70$$

لست از ۳ درجه‌ای می‌توان ۱۰ میوه قرمز و ۱۰ میوه زرد و ۱۰ میوه سبز را می‌توان ۳ میوه از یک میوه خارج کرد؟

$$\left(\frac{10}{3}\right) = \frac{10 \times 9 \times 8}{1 \times 2 \times 3} = 120$$

$$210 \quad 110 \quad 120 \quad 100$$

(الف) هر سه مهر مهر دین با سه مهر آبی یا هر سه قرمز
 $\binom{4}{3} + \binom{5}{3} = 14$
 $\binom{4}{2} \times \binom{5}{1} = 7 \times 5 = 35$

۲. قرمز و آبی با ۳ تیر، ۵ آبی
 (۵) × (۴) + (۱) × (۴) → $\frac{۲۰ \times ۴}{۱ \times ۴} =$
 $۱ \times ۴ + ۵ \times ۴ = ۲۴$

$n=9$
 $r=3$

$$\begin{pmatrix} q \\ p \end{pmatrix} = \frac{\sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} q}{1} = 1 \text{ f}$$

مثال ۱ درجه ای ۱ مهره سفید - ۲ مهره بنفش و ۳ مهره آبی وجود دارد. به تعداد ۳ مهره از سطح خارج می کنیم. به همین طریق این آهوان

$n = 10$
 $r = 3 \rightarrow \binom{10}{3} = \frac{10 \times 9 \times 8}{1 \times 2 \times 3} = 120$
 $\frac{120}{120} = 1$

الف) مهره هفتم نباشد → $\binom{3}{3} + \binom{4}{3} + \binom{5}{3} = 1 + 4 + 10 = 15$

ب) مهره هفتم هفتم نباشد
 $\binom{3}{1} \times \binom{4}{1} \times \binom{5}{1} = 3 \times 4 \times 5 = 60$

ج) ۲ مهره نباشد → مهره هفتم نباشد
 $\binom{4}{2} \times \binom{3}{1} = 6 \times 3 = 18$

$\frac{\partial x}{\partial t} = 10$

$\frac{\varepsilon \Delta T}{1 f}$

$\begin{pmatrix} f \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} g \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} f \\ 6 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} g \\ y \end{pmatrix} \rightarrow \frac{\varepsilon \Delta T}{1 f}$

$f \times 10 + 1 \times 70 = 70 + 70 = 140$

(ب) حداقل ۲ مهره آبی باشد.

$$\binom{3}{2} \times \binom{7}{1} + \binom{3}{3} \times \binom{7}{0} = 21 + 1 = 22$$
 (م) حداقل ۱ مهره سبز باشد.

$$\binom{3}{1} \times \binom{7}{0} + \binom{3}{2} \times \binom{7}{1} + \binom{3}{3} \times \binom{7}{2} = 7 + 21 + 35 = 63$$

نَسْتَعِزُّكَ اَزْ مَیْمَانِ ۷ اَنَسْتِ لَکَ وَ زَنَدِیْدُ اَرِیْضِیْنِ اِنْفَرَاثِیْجِیْنِ یُوْنُسَ اَلْهَاقِلِ یَا فَرَقَتْنِیْ کَیْرَ یَا سَدِّیْقَ؟

۷ کستی گیر
۵ وزن بردار

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$1 \times 35 + 2 \times 21 + 10 \times 1$$

$$35 + 42 + 10 = 87$$

نکته - 2^n ← تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه n عضو

تعداد زیرمجموعه‌های m عضو یک مجموعه n عضو $\rightarrow C(n, m)$

مثال: مجموعه $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ را در نظر بگیرید. (الف) این مجموعه چند زیرمجموعه دارد؟
 (ب) مجموعه چند زیرمجموعه ۳ عضوی دارد؟ $\frac{4 \times 3 \times 2}{1 \times 2 \times 3} = 4$ (ج) مجموعه چند زیرمجموعه ۴ عضوی دارد؟ $\frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{1 \times 2 \times 3 \times 4} = 1$
 (و) مجموعه چند زیرمجموعه ۳ عضوی که شامل a باشد دارد؟ $\frac{5}{2} = 10$ (خ) مجموعه چند زیرمجموعه ۳ عضوی که a و b شامل e نباشد دارد؟ $\frac{5}{3} = 10$
 (گ) مجموعه چند زیرمجموعه ۴ عضوی که شامل e باشد و a نباشد؟ $\frac{4}{2} = 6$ (ز) مجموعه چند زیرمجموعه ۳ عضوی که شامل e باشد و a نباشد دارد؟ $\frac{4}{3} = 4$
 تست ← یک مجموعه ۸ عضوی چند زیرمجموعه ۴ عضوی دارد؟ $\frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{1 \times 2 \times 3 \times 4} = 35$

تعریف فضای نمونه ای: S
 تعریف رویداد تصادفی: A

احتمال ← $\frac{\text{تعداد فضای رویداد}}{\text{تعداد فضای نمونه ای}} = \frac{n(A)}{n(S)}$
 مثال: $P_A = \frac{n(A)}{n(S)}$ (A) عدد اول ← عددی که فقط بر ۱ و خودش تقسیم پذیر است
 عدد زوج ← ... مضرب از خودش و ۱ و عدد دیگر
 جنسیت زن است

تعداد فضای نمونه ای $n(S)$
 تعداد فضای رویداد تصادفی $n(A)$
 $P_A = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
 $P_B = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$
 $P_C = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$
 مثال: در تپان یکس احتمال آنکه ... عدد اول باشد $P_E = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$... مربع کامل باشد $P_F = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$... مضرب ۳ باشد $P_G = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

مثال: در تپان توپس احتمال آنکه ... هر یک عدد ۱ تا ۳۶ زنج باشد $P_A = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$
 ... هر ۲ عدد ۱ تا ۳۶ مضرب ۳ باشد $P_B = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$
 ... هر ۳ عدد ۱ تا ۳۶ جمع دو عدد ۱ تا ۳ باشد $P_C = \frac{5}{36}$
 $P_D = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$
 $P_E = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

مثال: در یکسای ۵ مهره قرمز، ۲ مهره آبی و ۳ مهره سفید وجود دارد. به تصادف از یکسای ۳ مهره می‌گیریم. احتمال آنکه
 (الف) همه ۳ مهره سفید باشند: یا هر ۳ قرمز $\frac{14}{84} = \frac{1}{6}$
 (ب) حداقل ۱ مهره آبی باشد: آبی و قرمز یا آبی و سفید یا قرمز و سفید $\frac{7}{42} = \frac{1}{6}$
 (ج) حداقل ۱ مهره قرمز باشد: ۲ قرمز و ۱ آبی یا ۲ قرمز و ۱ سفید یا ۱ قرمز و ۲ آبی یا ۱ قرمز و ۲ سفید $\frac{56}{84} = \frac{2}{3}$
 $P_C = \frac{5}{84}$

در کسبای ۷ مهره سیاه و ۴ مهره سفید وجود دارد. ۲ مهره تصادفی از کسب انتخاب می‌کنیم. احتمال هرگز بودن ۱ مهره کدام است؟

$\frac{27}{55}$ $\frac{21}{55}$ $\frac{7}{55}$
 $P_A = \frac{\binom{7}{2} + \binom{4}{2}}{\binom{11}{2}} = \frac{21}{55}$
 $\frac{7 \times 6}{1 \times 2} = 21$ $\frac{4 \times 3}{1 \times 2} = 6$ $\frac{7 \times 6}{1 \times 2} = 21$

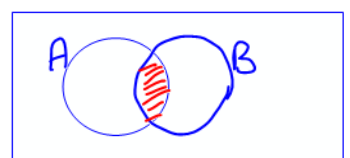


$P_A + P_{A'} = 1$ $P_{A'} = 1 - P_A$

مثال: توالت را به هم می‌زنیم. احتمال آنکه اعداد مناسب میان نباشد؟

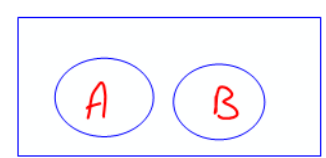
احتمال میان باشد = ۱ - احتمال میان نباشد
 $\frac{1}{4} - \frac{1}{4} = \frac{7}{7} = \frac{5}{7}$

احتمال آنکه A اتفاق بیفتد
 عدم وقوع اتفاق
 وقوع اتفاق
 احتمال آنکه A اتفاق نیفتد
 احتمال آنکه A اتفاق بیفتد
 احتمال آنکه A اتفاق نیفتد
 احتمال آنکه A اتفاق بیفتد
 احتمال آنکه A اتفاق نیفتد



فرمول ترکیبی

U	+	یا
A	x	و



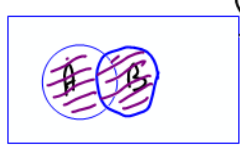
$A \cap B = \emptyset$
 اشتراک ندارند

$A \cap B \neq \emptyset$
 اشتراک دارند

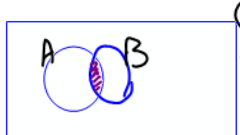
$P(A \cup B) = P_A + P_B - P(A \cap B)$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

احتمال آنکه A و B هر دو رخ دهند
 احتمال آنکه A رخ دهد
 احتمال آنکه B رخ دهد
 احتمال آنکه A یا B رخ دهد
 احتمال آنکه A و B هر دو رخ دهند



$A \cup B = \{u | u \in S, u \in A \cup u \in B\}$



$A \cap B = \{u | u \in S, u \in A \cap u \in B\}$



$A - B = \{u | u \in S, u \in A, u \notin B\}$
 $B - A = \{u | u \in S, u \in B, u \notin A\}$

تست ۱ - اگر $P(A \cup B) = \frac{3}{5}$ و $P_B = \frac{11}{5}$ و $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$ باشد. P_A کدام است؟
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
 $\frac{3}{5} = P_A + \frac{11}{5} - \frac{1}{8}$
 $\frac{3}{5} - \frac{11}{5} + \frac{1}{8} = P_A \rightarrow \frac{3-11+5}{40} = \frac{-3}{40}$

خلاصه ای داریم. هرگز نداریم. احتمال آنکه:
 (الف) هر سه فرزندان در صبح دنیا آمده باشند.
 (ب) هر سه فرزندان یک روز هفته دنیا آمده باشند.
 (ج) هر سه فرزندان در روزهای مختلف دنیا آمده باشند.

تست ۲ - احتمال آنکه در میان اعداد و سکه برابر یا مجموع آن‌ها ۱۰ باشد کدام است؟
 $\frac{1}{36} = \frac{2}{9} + \frac{5}{12} + \frac{4}{11} + \frac{2}{9}$



ذرتب و ترتیب

ذرتب:

تعداد جایگشت های r تایی از n شی متمایز یا به عبارتی تعداد انتخاب های r شی از بین n شی متمایز را که در آنها ترتیب قرار گرفتن مهم باشد ، با $p(n, r)$ نمایش میدهیم و مقدار آن از دستور زیر محاسبه می شود.

$$p(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

مثال: با حروف کلمه ((جهانگردی)) و بدون تکرار حروف:

الف) چند کلمه 8 حرفی می توان نوشت ؟ چندتا از آنها به ((ی)) ختم می شوند؟

1 7 4 5 6 3 2 1
x x x x x x x x
ی

ب) چند کلمه 8 حرفی می توان نوشت که در آنها حروف ((د)) و ((ی)) کنارهم قرار داشته باشند؟

ی د ✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓
7! x 2! = 28

پ) چند کلمه 6 حرفی می توان نوشت ؟ چندتا از آنها به ((گردی)) ختم می شود؟

ی د ر د ی ✓ ✓
3! x 1! = 6

ت) چند کلمه 8 حرفی می توان نوشت که در آنها حروف کلمه ((جهان)) چهار حرف اول باشند؟

✓ ✓ ✓ ✓ ح ه ا ی
5! x 1! = 120



مثال: با حروف کلمه ((گل پیرا)) و بدون تکرار حروف:

الف) چند کلمه ی 6 حرفی می توان نوشت؟ چقدر از آنها با ((گل)) شروع می شود؟

ب) چند کلمه 4 حرفی می توان نوشت؟

ج) چند کلمه 4 حرفی می توان نوشت که در آنها دو حرف ((پ)) و ((ر)) در کنار هم آمده باشند؟

ت) چند کلمه 5 حرفی می توان نوشت که در آنها حروف کلمه ((پیرا)) کنار هم آمده باشند؟

ترکیب:

به هر انتخاب r شی از n شی متمایز که آن ترتیب انتخاب اهمیت نداشته باشد یا به عبارتی به هر زیر مجموعه r عضوی از یک مجموعه n عضوی، یک ترکیب r تایی از n شی می گوییم. تعداد ترکیب های r تایی

از n شی متمایز را معمولاً با $C(n, r)$ یا $\binom{n}{r}$ نمایش می دهیم و داریم:

۴!

مثال: الف) به چند طریق می توانیم چهار کتاب را در یک قفسه کنار هم بچینیم؟

$$\binom{4}{1} = 4$$

ب) به چند طریق می توانیم چهار کتاب را برای هدیه دادن به یک نفر انتخاب کنیم؟

مثال: در یک دوره مسابقات کشتی از بین 4 داور ایرانی، 3 داور ژاپنی و 2 داور روسی قرار است کمیته ای از داوران

تشکیل شود. به چند طریق می توان این کار را انجام داد اگر:

الف) کمیته 4 نفره باشد؟

$$\begin{array}{|l} 4 \text{ داور ایرانی} \\ 3 \text{ ژاپنی} \\ 2 \text{ روسی} \end{array} \quad n=9$$

$$C(9, 4)$$

ب) کمیته 3 نفره باشد و از هر یک از سه کشور یک نفر در کمیته باشد؟

$$\binom{4}{1} \times \binom{3}{1} \times \binom{2}{1} = 4 \times 3 \times 2 = 24$$

ج) کمیته 5 نفره باشد و دقیقاً دو داور ایرانی داشته باشد؟

$$r=5$$

$$\binom{4}{2} \times \binom{5}{3} = 6 \times 10 = 60$$

د) کمیته 5 نفره باشد و حداقل 3 داور ایرانی داشته باشد؟

$$\binom{5}{3} \times \binom{4}{2} + \binom{5}{4} \times \binom{4}{1} + \binom{5}{5} \times \binom{4}{0} = 10 \times 6 + 5 \times 4 + 1 \times 1 = 60 + 20 + 1 = 81$$



ه) کمیته 7 نفره باشد و شامل 3 داور ایرانی، 2 داور ژاپنی، 2 داور روسی باشد؟

پ) کمیته 5 نفره باشد حداقل یک داور ایرانی داشته باشد؟

مثال: از کیسه ای که شامل 3 مهره آبی، 4 مهره قرمز، 5 مهره سبز است می خواهیم 3 مهره انتخاب کنیم بطوری که
(الف) هیچ محدودیتی به میان نباشد؟

(ب) 2 مهره قرمز و 1 مهره سبز باشد؟

(ج) مهره ها هم رنگ باشند؟

(د) مهره ها هم رنگ نباشند؟

(ک) حداقل 1 مهره سبز باشد؟

(گ) حداکثر 2 مهره قرمز باشد؟

نکته ۱: اگر مجموعه ای n عضو داشته باشد 2^n زیرمجموعه دارد
نکته ۲: تعداد زیرمجموعه های m عضوی یک مجموعه n عضوی $\binom{n}{m}$

مثال: مجموعه $\{a, b, c, d, e, f, g\}$

(الف) چند زیر مجموعه دارد؟
 $n=7$
 $2^7 = 128$

(ب) چند زیر مجموعه 3 عضوی دارد؟

$$\binom{7}{3}$$



~~a, b, c, d, e, f, g~~

ریاضی 3

a _ _ _

(ج) چند زیر مجموعه 4 عضوی شامل عضو a وجود دارد؟

$$\binom{7}{3}$$

e a b _ _

(د) چند زیر مجموعه 4 عضوی شامل a, b و فاقد e وجود دارد؟

$$\binom{4}{2} = 7$$

مثال:

مجموعه شامل همه ی این حالت های ممکن ، فضای نمونه ای نامیده می شود. اگر این مجموعه را با S

بنامیم ، هر زیر مجموعه مانند S مانند A را یک پیشامد تصادفی در S می نامیم.

(ب، ب، ب) (ب، ب، ب)

(ب، ب، ب) (ب، ب، ب)

(ب، ب، ب) (ب، ب، ب)

(ب، ب، ب) (ب، ب، ب)

$$2^3 = 2^3 = 8$$

(الف) دقیقاً یک دختر در این خانواده متولد شده باشد؟

$$P = \frac{3}{8}$$

(ب) حداکثر یک دختر در خانواده متولد شده باشد؟

$$\frac{6}{8}$$

(ج) تعداد فرزندان پسر و دختر برابر باشند؟

$$\frac{6}{8} = 0$$

(د) تعداد فرزندان پسر از دختر بیشتر باشد؟

$$\frac{6}{8}$$

مثال: در جعبه ای 3 مهره ی قرمز و 2 مهره ی آبی قرار دارد. اگر 3 مهره به تصادف از این جعبه خارج کنیم احتمال آن را

بدست آورید که :

(الف) حداقل یک مهره آبی انتخاب شود؟

(ب) حداکثر یک مهره آبی انتخاب شود؟



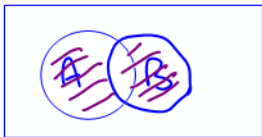


(ج) هر سه مهره قرمز انتخاب شود؟

پیشامدها و رخهای آنها:

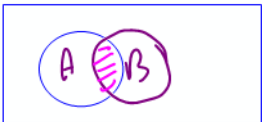
اگر A و B پیشامدهایی در فضای نمونه ای S باشند، در این صورت:

(الف) اجتماع دو پیشامد: زمانی رخ میدهد که حداقل یکی از دو پیشامد رخ بدهد.



$$A \cup B = \{\omega | \omega \in S, \omega \in A \text{ یا } \omega \in B\}$$

(ب) اشتراک دو مجموعه: زمانی رخ می دهد که هر دو پیشامد باهم اتفاق بیفتد.

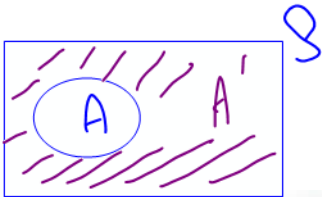


$$A \cap B = \{\omega | \omega \in S, \omega \in A \text{ و } \omega \in B\}$$

(ج) تفاضل دو پیشامد: زمانی رخ میدهد که A رخ بدهد و پیشامد B رخ ندهد.



$$A - B = \{\omega | \omega \in S, \omega \in A, \omega \notin B\}$$

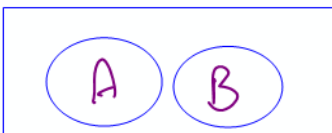
(د) متمم یک پیشامد: اگر A یک پیشامد از فضای نمونه ای S باشد، متمم پیشامد A که با A' نمایش داده می شود، وقتی رخ میدهد که پیشامد A رخ ندهد.

$$P_{A'} = 1 - P_A$$

$$P_A = 1 - P_{A'}$$

$$P_A + P_{A'} = 1$$

پیشامد ناسازگار

اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند و $A \cap B = \emptyset$ در این صورت A و B را دو پیشامد ناسازگار می نامیم. در واقع دو پیشامد ناسازگار هیچگاه با هم اتفاق نمی افتند.

$$P(A \cup B) = P_A + P_B$$



مثال: دو تاس را با هم پرتاب میکنیم احتمال آن را بیابید که:

الف) هر دو تاس فرد و مجموع آنها 6 باشد؟

$$P_A = \frac{3}{36}$$

$(1,5)(5,1)(3,3)$

ب) هر دو تاس فرد یا مجموع دو تاس 6 باشد؟

$$P_B = \frac{11}{36}$$

$(1,1)(1,3)(3,1)(3,3)$
 $(2,4)(4,2)$
 $(1,5)(5,1)$
 $(1,3)(3,1)(5,3)(3,5)$
 $(5,5)$

ج) هر دو عدد تاس یکسان باشد؟

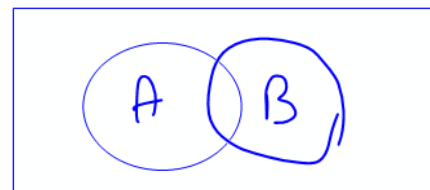
$$P_C = \frac{7}{36}$$

د) عدد دوم از عدد اول بزرگتر باشد؟

$$P_D = \frac{15}{36}$$

برای هر دو پیشامد A و B از فضای نمونه ای S ، همواره تساوی زیر برقرار است :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$



مجموعه‌ها بر علاء

آمار ، مجموعه ای از اعداد ، ارقام و اطلاعات است. علم آمار مجموعه روش هایی است که شامل جمع آوری اعداد و ارقام ، سازماندهی و نمایش ، تحلیل و تفسیر داده ها و در نهایت نتیجه گیری ، قضاوت و پیش بینی مناسب در مورد پدیده ها و آزمایش های تصادفی می شود.

تعریف جامعه یا جامعیت: مجموعه تمام افراد یا اشیایی که درباره یک یا چند ویژگی آنها تحقیق صورت گیرد ، جامعه یا جمعیت نامیده می شود و در هر یک از این افراد یا اشیا را عضو جامعه می نامند.

تعریف اندازه یا حجم جامعه: تعداد اعضای جامعه را اندازه ی جامعه یا حجم جامعه گویند.

تعریف نمونه: بخشی از جامعه که برای مطالعه انتخاب شود ، نمونه گویند و در هر یک از افراد یا اشیا



انتخاب شده را عضو نمونه گویند. که به تعداد اعضای آن، اندازه ی نمونه یا حجم نمونه گویند.
تعریف متغیر کمی: متغیر هایی را که قابل اندازه گیری هستند، متغیر های کمی گویند. (پیوسته و گسسته)

تعریف متغیر کیفی: متغیر هایی که قابل اندازه گیری نیستند، متغیر های کیفی گویند. (ترتیبی، اسمی)
مثال: انواع متغیر های زیر را مشخص کنید.

الف) سن:

ب) نمره ریاضی نهم:

ج) جنسیت:

د) قد و وزن:

ه) میزان هوش (هوش بالا، متوسط، پایین)



وقتی می خواهیم درباره ی موضوعی تحقیق کنیم نیاز به اطلاعاتی داریم که به آن داده می گویند. داده ها به صورت ارقام یا کلمات توصیفی هستند پس از به دست آوردن اطلاعات و جدول بندب و تحلیل و تفسیر باید نتیجه گیری کنیم. آمار مجموعه ای از اعداد و ارقام است.

علم آمار: مجموعه روش هایی که شامل:

- 1) جمع آوری اطلاعات
- 2) سازمان دهی
- 3) تحلیل و تفسیر
- 4) نتیجه گیری
- 5) قضاوت و پیش بینی مناسب

جامعه: به مجموعه ی تمام افرادی که تحقیق راجع به آن ها صورت می گیرد جامعه گویند. تعداد اعضای جامعه را اندازه یا حجم جامعه گویند.



مثال: وقتی در مورد نمرات ریاضی کلاس دهم مدرسه صحبت می شود جامعه ی آماری کلاس دهم مدرسه و اندازه و حجم آن دانش آموزان کلاس است.

نمونه: هرگاه اندازه ی جامعه به قدری بزرگ باشد که نتوان کل جامعه را بررسی کرد در این صورت قسمتی از جامعه را انتخاب که به آن نمونه گویند و همه ی ویژگی های جامعه را دارد.

سرشماری: اگر مطالعه ی جامعه به گونه ای باشد که کل جامعه بررسی شود به این حالت سرشماری گویند.

متغیر: یک شاخصه و ویژگی از همه ی اعضای جامعه یکسان نیست و از عضو به عضو دیگر تغییر می کند و عددی که به این ویژگی اختصاص می یابد مقدار متغیر است.

متغیر ها بر دو نوع هستند. الف) کمی ب) کیفی

متغیرهای کمی: متغیرها و ویژگی هایی که قابل اندازه گیری هستند.

متغیرهای کیفی: متغیرهایی که قابل اندازه گیری نیستند.

متغیرهای کمی 2 نوع است:

کمی گسسته: متغیرهایی که مقدار به خود می گیرند تعداد کارمندان

کمی پیوسته: متغیرهایی که در یک بازه بین 2 عدد تا قرار دارند قد دانش آموزان

متغیرهای کیفی 2 نوع است:

کیفی ترتیبی: متغیرهایی که دارای مرحله و ترتیب است تحصیلات دانشگاهی

کیفی اسمی: که قابل اندازه گیری نباشد و ترتیب نداشته باشد جنسیت زن و مرد

مثال: نوع متغیرهای زیر را معلوم کنید.

(1) نوع آلودگی هوا

(2) فاصله

(3) مقام های ورزشکار

(4) سال تولید خودرو

همیشه از آنجا که تمام مرزها بسته باشند و دنیا هم

شماره	۱	۲	۳	...	fin
شماره	۱۹	۱۷,۵	۱۴		۱۹,۷۵

a_n ← خود به خود
 a_n ← از پیش
 $n \in \mathbb{N}$ ← طبیعی

$$Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5 \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} Q_{n-2}, Q_{n-1}, Q_n, Q_{n+1}, Q_{n+2}$$

نلہ ۷ ہر دنبالہ ضروری دار کہ ہے آن ضروری ۱۲ محوی گی موسم و آن راجا Q_n نیا لینی دھیم۔

مثال: در هر یک از دنباله های زیر چهار جمله اول را بدست آورید.

$Q_n = 2n^2 + 1$

- $n=1 \rightarrow Q_1 = 3$
- $n=2 \rightarrow Q_2 = 9$
- $n=3 \rightarrow Q_3 = 19$
- $n=4 \rightarrow Q_4 = 33$

3, 9, 19, 33, ...

$$t_n = n + w \rightarrow \begin{matrix} t_1 = 5 \\ t_2 = 6 \\ t_3 = 7 \\ t_4 = 8 \end{matrix}$$

$$a_n = \frac{n+1}{2n} \quad 1, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}$$

$t_n = -2n - 1$

- $n=1 \rightarrow t_1 = -3$
- $n=2 \rightarrow t_2 = -5$
- $n=3 \rightarrow t_3 = -7$
- $n=4 \rightarrow t_4 = -9$

de jure

رسول علیہ صلی / حضرت امام اول دیناں ہا، ایدیناں

1) دنباله مربعی $\leftarrow Q_n = n^2$ ~ 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, 169, 196, 225, 256, 289, 324, 361, 400, 441, 484, 529, 576, 625, 676, 729, 784, 841, 900, 961, 1024, 1089, 1156, 1225, 1296, 1369, 1444, 1521, 1600, 1681, 1764, 1849, 1936, 2025, 2116, 2209, 2304, 2401, 2500, 2601, 2704, 2809, 2916, 3025, 3136, 3249, 3364, 3481, 3600, 3721, 3844, 3969, 4096, 4225, 4356, 4489, 4624, 4761, 4900, 5041, 5184, 5329, 5476, 5625, 5776, 5929, 6084, 6241, 6400, 6561, 6724, 6889, 7056, 7225, 7396, 7569, 7744, 7921, 8100, 8281, 8464, 8649, 8836, 9025, 9216, 9409, 9604, 9801, 10000

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ $a_n = \frac{n(n+1)}{2}$ (۲) (تبادل مصلی) ←

(۳) ✓ مینواتی ← ۱۹، ۵۵، ۳۴، ۲۱، ۱۳، ۸، ۵، ۳، ۲، ۱

دستگاه ای که از ۲۲ لوله بر اثر این ولتاژ از آن هر ۲۲ لوله بر اثر است با مجموع دو علم قوی

$121 \rightarrow 11^2$
 $149 \rightarrow 12^2$

$$Q_n = \frac{n(n+1)}{2} \xrightarrow{n=1} \frac{1 \times 1}{1} = 1 \quad \xrightarrow{n=2} \frac{2 \times 3}{2} = 3 \quad \xrightarrow{n=3} \frac{3 \times 4}{2} = 6 \quad \xrightarrow{n=4} \frac{4 \times 5}{2} = 10 \quad \xrightarrow{n=5} \frac{5 \times 6}{2} = 15$$

$$\begin{aligned} \underline{m+3} + \underline{m+4} &= \underline{m+7} \\ \underline{m+1} &= \underline{m+1} \end{aligned}$$

1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23,24,25,26,27,28,29,30,31,32,33,34,35,36,37,38,39,40,41,42,43,44,45,46,47,48,49,50,51,52,53,54,55,56,57,58,59,60,61,62,63,64,65,66,67,68,69,70,71,72,73,74,75,76,77,78,79,80,81,82,83,84,85,86,87,88,89,90,91,92,93,94,95,96,97,98,99,100,101,102,103,104,105,106,107,108,109,110,111,112,113,114,115,116,117,118,119,120,121,122,123,124,125,126,127,128,129,130,131,132,133,134,135,136,137,138,139,140,141,142,143,144,145,146,147,148,149,150,151,152,153,154,155,156,157,158,159,160,161,162,163,164,165,166,167,168,169,170,171,172,173,174,175,176,177,178,179,180,181,182,183,184,185,186,187,188,189,190,191,192,193,194,195,196,197,198,199,200,201,202,203,204,205,206,207,208,209,210,211,212,213,214,215,216,217,218,219,220,221,222,223,224,225,226,227,228,229,230,231,232,233,234,235,236,237,238,239,240,241,242,243,244,245,246,247,248,249,250,251,252,253,254,255,256,257,258,259,260,261,262,263,264,265,266,267,268,269,270,271,272,273,274,275,276,277,278,279,280,281,282,283,284,285,286,287,288,289,290,291,292,293,294,295,296,297,298,299,300,301,302,303,304,305,306,307,308,309,310,311,312,313,314,315,316,317,318,319,320,321,322,323,324,325,326,327,328,329,330,331,332,333,334,335,336,337,338,339,340,341,342,343,344,345,346,347,348,349,350,351,352,353,354,355,356,357,358,359,360,361,362,363,364,365,366,367,368,369,370,371,372,373,374,375,376,377,378,379,380,381,382,383,384,385,386,387,388,389,390,391,392,393,394,395,396,397,398,399,400,401,402,403,404,405,406,407,408,409,410,411,412,413,414,415,416,417,418,419,420,421,422,423,424,425,426,427,428,429,430,431,432,433,434,435,436,437,438,439,440,441,442,443,444,445,446,447,448,449,450,451,452,453,454,455,456,457,458,459,460,461,462,463,464,465,466,467,468,469,470,471,472,473,474,475,476,477,478,479,480,481,482,483,484,485,486,487,488,489,490,491,492,493,494,495,496,497,498,499,500,501,502,503,504,505,506,507,508,509,510,511,512,513,514,515,516,517,518,519,520,521,522,523,524,525,526,527,528,529,530,531,532,533,534,535,536,537,538,539,540,541,542,543,544,545,546,547,548,549,550,551,552,553,554,555,556,557,558,559,560,561,562,563,564,565,566,567,568,569,570,571,572,573,574,575,576,577,578,579,580,581,582,583,584,585,586,587,588,589,590,591,592,593,594,595,596,597,598,599,600,601,602,603,604,605,606,607,608,609,610,611,612,613,614,615,616,617,618,619,620,621,622,623,624,625,626,627,628,629,630,631,632,633,634,635,636,637,638,639,640,641,642,643,644,645,646,647,648,649,650,651,652,653,654,655,656,657,658,659,660,661,662,663,664,665,666,667,668,669,670,671,672,673,674,675,676,677,678,679,680,681,682,683,684,685,686,687,688,689,690,691,692,693,694,695,696,697,698,699,700,701,702,703,704,705,706,707,708,709,710,711,712,713,714,715,716,717,718,719,720,721,722,723,724,725,726,727,728,729,730,731,732,733,734,735,736,737,738,739,740,741,742,743,744,745,746,747,748,749,750,751,752,753,754,755,756,757,758,759,760,761,762,763,764,765,766,767,768,769,770,771,772,773,774,775,776,777,778,779,780,781,782,783,784,785,786,787,788,789,790,791,792,793,794,795,796,797,798,799,800,801,802,803,804,805,806,807,808,809,810,811,812,813,814,815,816,817,818,819,820,821,822,823,824,825,826,827,828,829,830,831,832,833,834,835,836,837,838,839,840,841,842,843,844,845,846,847,848,849,850,851,852,853,854,855,856,857,858,859,860,861,862,863,864,865,866,867,868,869,870,871,872,873,874,875,876,877,878,879,880,881,882,883,884,885,886,887,888,889,890,891,892,893,894,895,896,897,898,899,900,901,902,903,904,905,906,907,908,909,910,911,912,913,914,915,916,917,918,919,920,921,922,923,924,925,926,927,928,929,930,931,932,933,934,935,936,937,938,939,940,941,942,943,944,945,946,947,948,949,950,951,952,953,954,955,956,957,958,959,960,961,962,963,964,965,966,967,968,969,970,971,972,973,974,975,976,977,978,979,980,981,982,983,984,985,986,987,988,989,990,991,992,993,994,995,996,997,998,999,1000,1001,1002,1003,1004,1005,1006,1007,1008,1009,1010,1011,1012,1013,1014,1015,1016,1017,1018,1019,1020,1021,1022,1023,1024,1025,1026,1027,1028,1029,1030,1031,1032,1033,1034,1035,1036,1037,1038,1039,1040,1

$\frac{11^2}{12^2} = \frac{11^2}{12^2} \times \frac{9^2}{9^2} = \frac{11^2 \times 9^2}{12^2 \times 9^2} = \frac{11^2 \times 9^2}{(12 \times 9)^2} = \frac{11^2 \times 9^2}{108^2}$

است! ← کدام عددینهای $Q_n = 2n^2 + 1$ و $b_n = 4n + 7$ با هم برابر است؟

۱۹ = ۱۹ ۹ ≠ ۱۵ ۳ ≠ ۱۱

الفه ۱- در دنیا مثل منوع معدوم و باز هم کدام است؟
 ۱۲۱ ۱۲۷ ۱۳۲

[illegible]

$Q_n = \frac{n^2 - 1}{\epsilon n}$ برای n بزرگ
 -1
 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7
 8
 9
 10
 11
 12
 13
 14
 15
 16
 17
 18
 19
 20
 21
 22
 23
 24
 25
 26
 27
 28
 29
 30
 31
 32
 33
 34
 35
 36
 37
 38
 39
 40
 41
 42
 43
 44
 45
 46
 47
 48
 49
 50
 51
 52
 53
 54
 55
 56
 57
 58
 59
 60
 61
 62
 63
 64
 65
 66
 67
 68
 69
 70
 71
 72
 73
 74
 75
 76
 77
 78
 79
 80
 81
 82
 83
 84
 85
 86
 87
 88
 89
 90
 91
 92
 93
 94
 95
 96
 97
 98
 99
 100
 101
 102
 103
 104
 105
 106
 107
 108
 109
 110
 111
 112
 113
 114
 115
 116
 117
 118
 119
 120
 121
 122
 123
 124
 125
 126
 127
 128
 129
 130
 131
 132
 133
 134
 135
 136
 137
 138
 139
 140
 141
 142
 143
 144
 145
 146
 147
 148
 149
 150
 151
 152
 153
 154
 155
 156
 157
 158
 159
 160
 161
 162
 163
 164
 165
 166
 167
 168
 169
 170
 171
 172
 173
 174
 175
 176
 177
 178
 179
 180
 181
 182
 183
 184
 185
 186
 187
 188
 189
 190
 191
 192
 193
 194
 195
 196
 197
 198
 199
 200
 201
 202
 203
 204
 205
 206
 207
 208
 209
 210
 211
 212
 213
 214
 215
 216
 217
 218
 219
 220
 221
 222
 223
 224
 225
 226
 227
 228
 229
 230
 231
 232
 233
 234
 235
 236
 237
 238
 239
 240
 241
 242
 243
 244
 245
 246
 247
 248
 249
 250
 251
 252
 253
 254
 255
 256
 257
 258
 259
 260
 261
 262
 263
 264
 265
 266
 267
 268
 269
 270
 271
 272
 273
 274
 275
 276
 277
 278
 279
 280
 281
 282
 283
 284
 285
 286
 287
 288
 289
 290
 291
 292
 293
 294
 295
 296
 297
 298
 299
 300
 301
 302
 303
 304
 305
 306
 307
 308
 309
 310
 311
 312
 313
 314
 315
 316
 317
 318
 319
 320
 321
 322
 323
 324
 325
 326
 327
 328
 329
 330
 331
 332
 333
 334
 335
 336
 337
 338
 339
 340
 341
 342
 343
 344
 345
 346
 347
 348
 349
 350
 351
 352
 353
 354
 355
 356
 357
 358
 359
 360
 361
 362
 363
 364
 365
 366
 367
 368
 369
 370
 371
 372
 373
 374
 375
 376
 377
 378
 379
 380
 381
 382
 383
 384
 385
 386
 387
 388
 389
 390
 391
 392
 393
 394
 395
 396
 397
 398
 399
 400
 401
 402
 403
 404
 405
 406
 407
 408
 409
 410
 411
 412
 413
 414
 415
 416
 417
 418
 419
 420
 421
 422
 423
 424
 425
 426
 427
 428
 429
 430
 431
 432
 433
 434
 435
 436
 437
 438
 439
 440
 441
 442
 443
 444
 445
 446
 447
 448
 449
 450
 451
 452
 453
 454
 455
 456
 457
 458
 459
 460
 461
 462
 463
 464
 465
 466
 467
 468
 469
 470
 471
 472
 473
 474
 475
 476
 477
 478
 479
 480
 481
 482
 483
 484
 485
 486
 487
 488
 489
 490
 491
 492
 493
 494
 495
 496
 497
 498
 499
 500
 501
 502
 503
 504
 505
 506
 507
 508
 509
 510
 511
 512
 513
 514
 515
 516
 517
 518
 519
 520

دنباله بازگشتی $\Leftarrow$ دنباله مرحله به مرحله هر جمله بستگی دارد

مثال: اگر $a_1 = 1$ و فرمول جمله عمومی $a_n = a_{n-1} + 3$ جمله چهارم را بدست آوریم.

$$\begin{aligned} n=1 &\rightarrow a_1 = 1 \\ n=2 &\rightarrow a_2 = a_1 + 3 = 4 \\ n=3 &\rightarrow a_3 = a_2 + 3 = 7 \\ n=4 &\rightarrow a_4 = a_3 + 3 = 10 \end{aligned}$$

10, 7, 4, 1

$$a_n = 2a_{n-1} + 2 \quad a_1 = 3$$

$$\begin{aligned} n=1 &\rightarrow a_1 = 3 \\ n=2 &\rightarrow a_2 = 2a_1 + 2 = 8 \\ n=3 &\rightarrow a_3 = 2a_2 + 2 = 18 \\ n=4 &\rightarrow a_4 = 2a_3 + 2 = 38 \end{aligned}$$

$$a_{n+1} = -2a_n - n \quad a_1 = 2$$

$$\begin{aligned} n=1 &\rightarrow a_2 = -2a_1 - 1 = -5 \\ n=2 &\rightarrow a_3 = -2a_2 - 2 = 8 \\ n=3 &\rightarrow a_4 = -2a_3 - 3 = -19 \\ n=4 &\rightarrow a_5 = -2a_4 - 4 = 38 \end{aligned}$$

اگر $a_{n+1} = a_n + (n+1)$ ، این سری کدام نوع است؟

لست دنباله بازگشتی

$$\begin{aligned} a_1 &= 1 \\ a_2 &= 3 \\ a_3 &= 6 \\ a_4 &= 10 \\ a_5 &= 15 \end{aligned}$$

$$a_n = n^2 \quad (1, 4, 9, 16, 25)$$

$$\begin{aligned} n=1 &\rightarrow a_2 = a_1 + 2 = 3 \\ n=2 &\rightarrow a_3 = a_2 + 3 = 6 \\ n=3 &\rightarrow a_4 = a_3 + 4 = 10 \\ n=4 &\rightarrow a_5 = a_4 + 5 = 15 \\ n=5 &\rightarrow a_6 = a_5 + 6 = 21 \end{aligned}$$

لست ۱۳۹۰ $\Leftarrow$ اگر $a_n = [3n - \frac{1}{n}]$ و $b_n = 2 + (-1)^n$ و $c_n = n^2 - \sqrt{n+5}$

$$(f(a_n - b_n)) \times (c_n)$$

$$(f(5) - 3) \times 13 = 17 \times 13 =$$

۱۷۲
۱۷۸
۲۱۸
۲۲۱

$$+2, +5, +7$$

$$2, 4, 9, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90, 95, 100$$

$$-10, -10, -10, -10$$

$$+2$$

$$a_2 - a_1 = 4 - 1 = 3$$

$$\begin{aligned} a_2 - a_1 &= 4 - 1 = 3 \\ a_3 - a_2 &= 9 - 4 = 5 \\ a_4 - a_3 &= 16 - 9 = 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d &= a_2 - a_1 \\ d &= a_n - a_{n-1} \end{aligned}$$

دنباله حسابی
تفاضل عددی
مجموعه/انفری/د
نزولی/ناهنجی/د

$$a_1 = 1$$

$$d = 4$$

۱، ۵، ۹، ۱۳

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_{10} = a_1 + 9d = 1 + 9(4) = 37$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

← جمله آخر
← جمله اول
← تعداد جمله ها
← قدر نسبت

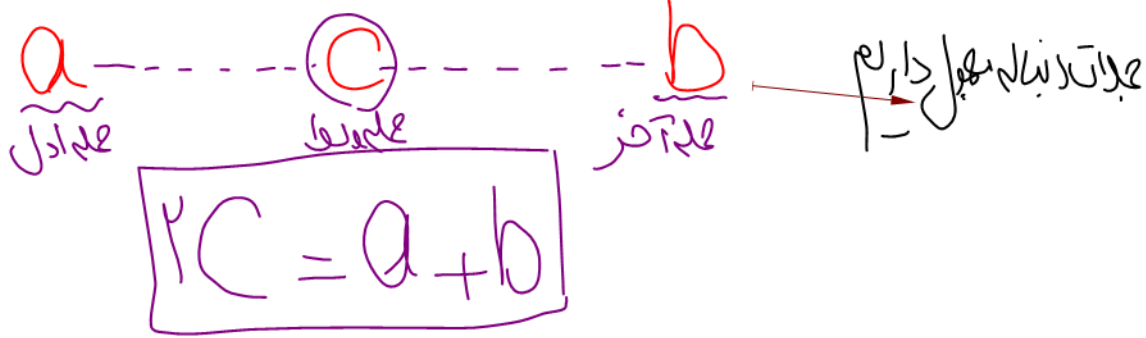
a, ... b
واری حسابی

$$a_n = a_1 + vd = -5 + 7(-2)$$

$$-5 - 14 = -19$$

$$a_1 = -5$$

$$d = -2$$



۲۲ و ۱۷ و ۱۲ و ۷ و ۲ کدام است؟

$$a_n = 2n + 3$$

$$a_n = 4n - 1$$

کدام جمله دنیای

$$a_n = 5n - 3$$

$$a_n = 5n + 2$$

$$a_7 = 17 \rightarrow a_1 + 6d = 17$$

$$a_{13} = 41 \rightarrow a_1 + 12d = 41$$

در یک دنباله حسابی جمله هفتم و بیستم ۱۷ و ۴۱ است. جمله کدام است؟

$$a_7 = 17$$

$$a_{20} = 41$$

$$a_1 + 6d = 17$$

$$a_1 + 19d = 41$$

$$-a_1 - 6d = -17$$

$$a_1 + 12d = 41$$

$$7d = 24 \rightarrow d = 4$$

$$a_1 + 12(4) = 41$$

$$a_1 + 48 = 41 \rightarrow a_1 = -7$$

$$a_1 + 6d = 17$$

$$-7 + 6(4) = 17$$

$$-7 + 24 = 17$$

کدام جمله دنیای حسابی با ۲k+1، ۳k-۴ و ۳k+۳ می تواند متعلق به یک دنباله حسابی باشد؟

کدام جمله دنیای

$$2b = a + c$$

$$2(2k-4) = 2k+1 + 3k+3$$

$$4k-8 = 5k+4$$

$$-k-12 = 0 \rightarrow k = -12$$

$$-12 = k$$

۱۰

۱۲

-۱۰

-۱۲



الگوی خطی

الگوهایی که در آنها اختلاف هر دو جمله ی متوالی عددی ثابت باشد را **الگوی خطی** می نامند. دلیل نام گذاری این الگوها این است که مختصات تمام نقاط این الگو در معادله خط گفته شده ، صدق می کند. به طور کلی الگوهایی که جمله عمومی آنها بصورت $t_n = an + b$ می باشد را الگوهای خطی می نامیم که در آن a و b اعداد حقیقی دلخواه و ثابت هستند.

نکته: میزان تغییر جملات متوالی این الگو برابر با ضریب n می باشد.

مثال: C_n جمله عمومی یک الگوی خطی است که در آن $C_4 = 17$ و $C_{10} = 41$ در این صورت حاصل C_n را مشخص کنید؟



الگوهای عددی که در آن تعدادی عدد پشت سرهم قرار می گیرند را یک دنباله می نامیم. این اعداد ، جملات دنباله نامیده می شوند.



مثال: در هر مورد سه جمله بعدی را بنویسید و سعی کنید جمله عمومی دنباله را حدس بزنید؟

الف) $1, -2, -3, -4, \dots$

ب) $5, 18, 31, 44, \dots$

پ) $1, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}, \dots$

ت) $-2, 1, \frac{-1}{2}, \frac{1}{4}, \dots$

د) $1, 2, 4, 7, \dots$

ج) $0.1, 0.01, 0.001, \dots$

ف) $1, 1, 2, 3, 5, 8, \dots$

ه) $-1, 8, 27, -64, 125, \dots$

دنباله ی حسابی :

دنباله ای از اعداد که اختلاف بین هر دو عدد آن ، مقدار ثابتی به نام قدر نسبت (d) است را دنباله ی حسابی می نامیم .

$$a_1, a_1 + d, a_1 + 2d, \dots \rightarrow a_n = a_1 + (n - 1)d \text{ جمله عمومی}$$



رابطه حسابی ← $a_n = a_1 + (n-1)d$

قدربت → $a_1 = a_1 + 0d$
 $a_2 = a_1 + 1d$
 $a_3 = a_1 + 2d$
 $a_4 = a_1 + 3d$

چند مثال مهم: $a_1, d = 9$

مثال: جمله ی دهم از دنباله ی حسابی ... و 3 و 0 و -3 را بدست آورید.

$d = a_2 - a_1 = 0 - (-3) = 3$

$a_1 + 9d = (-3) + 9(3) = -3 + 27 = 24$

$a_{10} = a_1 + 9d$

رابطه حسابی: $a - b = c$ → $2b = a + c$

مثال: دنباله ی حسابی 279 و ... و 7 و 3 و -1 را در نظر بگیرید.

الف: این دنباله چند جمله دارد؟

$a_1 = -1$
 $a_n = 279$
 $d = 3 - (-1) = 4$

$a_n = a_1 + (n-1)d$
 $279 = -1 + (n-1) \times 4$
 $280 = 4n - 4$
 $284 = 4n$
 $n = \frac{284}{4} = 71$

ب: عدد 51 جمله ی چندم این دنباله است؟

$a_n = a_1 + (n-1)d$
 $51 = -1 + (n-1) \times 4$
 $52 = 4n - 4$
 $56 = 4n$
 $n = \frac{56}{4} = 14$

مثال: در دنباله ی حسابی ... و 100 و 103 - چند جمله ی کوچکتر از 5 وجود دارد؟

$$d = \frac{a_m - a_n}{m - n}$$

اگر a_m, a_n دو جمله ی غیر متوالی از یک دنباله باشند داریم:



اگر سه عدد a, b, c و جملات متوالی یک دنباله حسابی باشند، در این صورت $2b = a + c$ را واسطه حسابی a و c می گوئیم.



مثال: بین 20 و 80 دو واسطه حسابی درج کنید؟



مثال: در یک تصاعد عددی $a_7 = 20$ ، حاصل $a_7 + a_{11} + a_6 + a_8$ چقدر است؟

مثال: در یک دنباله عددی، مجموع جملات اول، دوم و سوم برابر 12 و مجموع جملات هفتم، هشتم، نهم برابر 48 است.

قدر نسبت این دنباله کدام است؟

$$\begin{aligned}
 & a_1 + a_2 + a_3 = 12 \quad \rightarrow \quad a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 12 \quad \rightarrow \quad 3a_1 + 3d = 12 \\
 & a_1 + 0d \quad a_1 + 1d \quad a_1 + 2d \\
 & a_7 + a_8 + a_9 = 48 \quad \rightarrow \quad a_1 + 6d + a_1 + 7d + a_1 + 8d = 48 \quad \rightarrow \quad 3a_1 + 21d = 48 \\
 & a_1 + 6d \quad a_1 + 7d \quad a_1 + 8d \\
 & \begin{cases} 3a_1 + 3d = 12 \\ 3a_1 + 21d = 48 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -10d = -36 \\ 10d = 36 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -d_1 = -3.6 \\ d_2 = 3.6 \end{cases} \\
 & \quad \quad \quad \rightarrow \quad \begin{cases} 3a_1 + 3(2) = 12 \\ 3a_1 + 7 = 12 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3a_1 = 6 \\ 3a_1 = 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a_1 = 2 \\ a_1 = 1.67 \end{cases} \\
 & \quad \quad \quad \rightarrow \quad \boxed{a_1 = 2} \quad \boxed{d = 2}
 \end{aligned}$$

مثال: اگر به قدر نسبت یک دنباله ی حسابی 4 واحد اضافه کرده و از جمله ی اول آن 3 واحد کم کنیم، جمله بیستم آن چه تغییری نسبت به قبل می کند؟

مثال: در یک تصاعد حسابی، مجموع پنج جمله ی اول تصاعد برابر 5 و مجموع 5 جمله ی دوم تصاعد برابر 20 است. قدر

نسبت این تصاعد از جمله ی اول چقدر بیشتر است؟

$\text{Sum} = \text{مجموع}$
 $\text{number} = \text{تعداد}$

$S_n = \text{مجموع } n \text{ جمله}$

$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$

$S_n = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2}$

$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$

$S_1 = \frac{1}{4}$

$S_2 = \frac{7}{4} \rightarrow a_1 + a_2 = \frac{7}{4}$

$d = a_2 - a_1 = \frac{5}{8} - \frac{1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

$a_1 = a_1$
 $a_2 = a_1 + a_2$
 $a_3 = a_1 + a_2 + a_3$

$a_2 = \frac{5}{8}$

$a_1 = \frac{1}{8}$

$a_2 = \frac{5}{8}$

$a_3 = \frac{7}{8}$

$a_4 = \frac{9}{8}$

$a_5 = \frac{11}{8}$

$a_6 = \frac{13}{8}$

$a_7 = \frac{15}{8}$

$a_8 = \frac{17}{8}$

$a_9 = \frac{19}{8}$

$a_{10} = \frac{21}{8}$

$a_{11} = \frac{23}{8}$

$a_{12} = \frac{25}{8}$

$a_{13} = \frac{27}{8}$

$a_{14} = \frac{29}{8}$

$a_{15} = \frac{31}{8}$

$a_{16} = \frac{33}{8}$

$a_{17} = \frac{35}{8}$

$a_{18} = \frac{37}{8}$

$a_{19} = \frac{39}{8}$

$a_{20} = \frac{41}{8}$

$a_{21} = \frac{43}{8}$

$a_{22} = \frac{45}{8}$

$a_{23} = \frac{47}{8}$

$a_{24} = \frac{49}{8}$

$a_{25} = \frac{51}{8}$

$a_{26} = \frac{53}{8}$

$a_{27} = \frac{55}{8}$

$a_{28} = \frac{57}{8}$

$a_{29} = \frac{59}{8}$

$a_{30} = \frac{61}{8}$

$a_{31} = \frac{63}{8}$

$a_{32} = \frac{65}{8}$

$a_{33} = \frac{67}{8}$

$a_{34} = \frac{69}{8}$

$a_{35} = \frac{71}{8}$

$a_{36} = \frac{73}{8}$

$a_{37} = \frac{75}{8}$

$a_{38} = \frac{77}{8}$

$a_{39} = \frac{79}{8}$

$a_{40} = \frac{81}{8}$

$a_{41} = \frac{83}{8}$

$a_{42} = \frac{85}{8}$

$a_{43} = \frac{87}{8}$

$a_{44} = \frac{89}{8}$

$a_{45} = \frac{91}{8}$

$a_{46} = \frac{93}{8}$

$a_{47} = \frac{95}{8}$

$a_{48} = \frac{97}{8}$

$a_{49} = \frac{99}{8}$

$a_{50} = \frac{101}{8}$

$a_{51} = \frac{103}{8}$

$a_{52} = \frac{105}{8}$

$a_{53} = \frac{107}{8}$

$a_{54} = \frac{109}{8}$

$a_{55} = \frac{111}{8}$

$a_{56} = \frac{113}{8}$

$a_{57} = \frac{115}{8}$

$a_{58} = \frac{117}{8}$

$a_{59} = \frac{119}{8}$

$a_{60} = \frac{121}{8}$

$a_{61} = \frac{123}{8}$

$a_{62} = \frac{125}{8}$

$a_{63} = \frac{127}{8}$

$a_{64} = \frac{129}{8}$

$a_{65} = \frac{131}{8}$

$a_{66} = \frac{133}{8}$

$a_{67} = \frac{135}{8}$

$a_{68} = \frac{137}{8}$

$a_{69} = \frac{139}{8}$

$a_{70} = \frac{141}{8}$

$a_{71} = \frac{143}{8}$

$a_{72} = \frac{145}{8}$

$a_{73} = \frac{147}{8}$

$a_{74} = \frac{149}{8}$

$a_{75} = \frac{151}{8}$

$a_{76} = \frac{153}{8}$

$a_{77} = \frac{155}{8}$

$a_{78} = \frac{157}{8}$

$a_{79} = \frac{159}{8}$

$a_{80} = \frac{161}{8}$

$a_{81} = \frac{163}{8}$

$a_{82} = \frac{165}{8}$

$a_{83} = \frac{167}{8}$

$a_{84} = \frac{169}{8}$

$a_{85} = \frac{171}{8}$

$a_{86} = \frac{173}{8}$

$a_{87} = \frac{175}{8}$

$a_{88} = \frac{177}{8}$

$a_{89} = \frac{179}{8}$

$a_{90} = \frac{181}{8}$

$a_{91} = \frac{183}{8}$

$a_{92} = \frac{185}{8}$

$a_{93} = \frac{187}{8}$

$a_{94} = \frac{189}{8}$

$a_{95} = \frac{191}{8}$

$a_{96} = \frac{193}{8}$

$a_{97} = \frac{195}{8}$

$a_{98} = \frac{197}{8}$

$a_{99} = \frac{199}{8}$

$a_{100} = \frac{201}{8}$

$a_{101} = \frac{203}{8}$

$a_{102} = \frac{205}{8}$

$a_{103} = \frac{207}{8}$

$a_{104} = \frac{209}{8}$

$a_{105} = \frac{211}{8}$

$a_{106} = \frac{213}{8}$

$a_{107} = \frac{215}{8}$

$a_{108} = \frac{217}{8}$

$a_{109} = \frac{219}{8}$

$a_{110} = \frac{221}{8}$

$a_{111} = \frac{223}{8}$

$a_{112} = \frac{225}{8}$

$a_{113} = \frac{227}{8}$

$a_{114} = \frac{229}{8}$

$a_{115} = \frac{231}{8}$

$a_{116} = \frac{233}{8}$

$a_{117} = \frac{235}{8}$

$a_{118} = \frac{237}{8}$

$a_{119} = \frac{239}{8}$

$a_{120} = \frac{241}{8}$

$a_{121} = \frac{243}{8}$

$a_{122} = \frac{245}{8}$

$a_{123} = \frac{247}{8}$

$a_{124} = \frac{249}{8}$

$a_{125} = \frac{251}{8}$

$a_{126} = \frac{253}{8}$

$a_{127} = \frac{255}{8}$

$a_{128} = \frac{257}{8}$

$a_{129} = \frac{259}{8}$

$a_{130} = \frac{261}{8}$

$a_{131} = \frac{263}{8}$

$a_{132} = \frac{265}{8}$

$a_{133} = \frac{267}{8}$

$a_{134} = \frac{269}{8}$

$a_{135} = \frac{271}{8}$

$a_{136} = \frac{273}{8}$

$a_{137} = \frac{275}{8}$

$a_{138} = \frac{277}{8}$

$a_{139} = \frac{279}{8}$

$a_{$

لغت ← در دنباله حسابی جمله هفتم ۴۶ و جمله سیزدهم ۱۸۲ است. مجموع ۱۹ جمله اول دنباله را بدست آورید.

$$S_{19} = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2} \rightarrow S_{19} = \frac{19[2(10) + 18(6)]}{2}$$

$$S_{19} = \frac{19(20 + 108)}{2} = \frac{19(128)}{2} = 19 \times 64 = 1216$$

$a_1 + 7d = 46$
 $a_1 + 12d = 182$
 $7d = 36$
 $d = 4$
 $a_1 + 34 = 46$
 $a_1 = 10$

$$Q_n = Q_1 + (n-1)d$$
 فرمول عمومی $\rightarrow$ Q_n $\rightarrow$ مقدار n ام d $\rightarrow$ قدر اختلاف

$$\begin{aligned} Q_1 &= Q_1 + 0d \\ Q_2 &= Q_1 + 1d \\ Q_3 &= Q_1 + 2d \end{aligned}$$
 مقدار ۱ام d $\rightarrow$ مقدار ۲ام d $\rightarrow$ مقدار ۳ام d

$$Q_n = Q_1 + (n-1)d$$
 مقدار n ام d

دنباله حسابی :

$a \leftarrow b \leftarrow c$
 $2b = a + c$

این عبارت را می توانیم
 در دو طرف ضرب کنیم

$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$

فرمول مجموع یک دنباله حسابی

$S_n = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2}$

سوال ۱۳۴۶ ← مجموع عدد اول دنباله

۵، ۰، ۵، -۵، ۵، ... برای ۱۷ اِست؟

$S_n = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2}$

$\rightarrow 17\text{ا} = \frac{n[2(-5) + (n-1)(5)]}{2}$

$17\text{ا} = \frac{n[-10 + 5n - 5]}{2} \Rightarrow 17\text{ا} = \frac{n[-15 + 5n]}{2}$

۹
۱۰
۱۱
۱۲

سوال ۱۳۷۳ ← جمله اول و اختلاف مشترک با هم برابرند اگر جمله ششم ۳۰۰۰
 باید مجموع ۲۰ جمله اول را بیابیم؟

$$S_n = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2} \Rightarrow 10 \cdot [2(\Delta) + 19(\Delta)]$$

$$2a = 3000 \Rightarrow a = 1500$$

$$7d = 3000 \Rightarrow d = 428.57$$

$$10d = 4285.7$$

$$11\Delta_0 = 10\Delta_0$$

$$9\Delta_0 = 9\Delta_0$$

$$9\Delta_0 = 9\Delta_0$$

$$11\Delta_0 = -10\Delta_0 + 20\Delta_0^2 \Rightarrow 20\Delta_0^2 = 10\Delta_0 + 11\Delta_0$$

$$20\Delta_0^2 + 10\Delta_0 - 21\Delta_0 = 0$$

$$y=f(x)$$



تابع: تقریباً تابع
 - زوج مرتب
 - نمودارون
 - جدول
 - شتاب
 - نمودار رسم شده
 - تابع نسبت
 - توان زوج داشته باشد
 - زیر را اول با زوج زوج باشد
 - داخل ۱ باشد

منبر مستقیم - محور x - مولف اول - معقل اول - عددی - دامنه D_f
 - دامنه - عرض y - x - (x) - (y) - عددی - بردار R_f

$$f(x) = x + 5 \quad \sqrt{x+5} = 11$$

$$x + |y| = 9$$

(۱) تابع فضا (۲) تابع درجه ۲ (۳) تابع ثابت (۴) تابع همبندی (۵) تابع محدودیت (۶) تابع یکپارچگی (۷) تابع معکوس (۸) علامت (۹) عرضی

عرض از مبدأ

$$y = ax + b$$

یادآوری از نظم به معادله

$$y = ax + b$$

$$y = 4x - 1$$

مثال: معادله فضا را بنویسید

$$y_A = 3, y_B = -1, x_A = 1, x_B = 0$$

$$y = ax + b \rightarrow 3 = a(1) + b$$

$$-1 = a(0) + b \rightarrow b = -1$$

تابع فضا

$$f(x) = ax + b$$

عرض از مبدأ

مثال: معادله تابع فضا را بنویسید که $f(1) = 4$ و $f(0) = -2$ باشد.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 4 & -2 \end{bmatrix}$$

$$y = ax + b \rightarrow 4 = a(1) + b$$

$$-2 = a(0) + b \rightarrow b = -2$$

مثال: معادله فضا را بنویسید که $f(1) = 3$ و $f(0) = -1$ باشد.

$$y = ax + b$$

$$3 = a(1) + b$$

$$-1 = a(0) + b \rightarrow b = -1$$

$$3 = a - 1 \rightarrow a = 4$$

$$f(x) = 4x - 1$$

$$f(x) = ax + b$$

$$f(x) = ax + c$$

نکته: معادله موازی و عمود

$$f(x) = ax + b$$

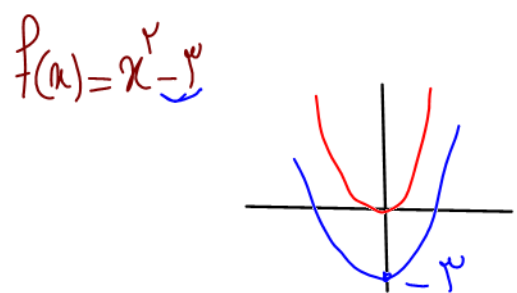
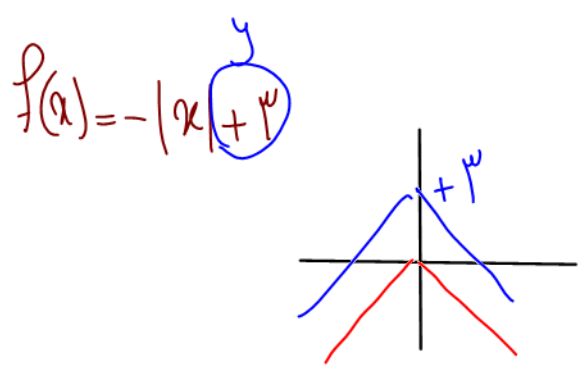
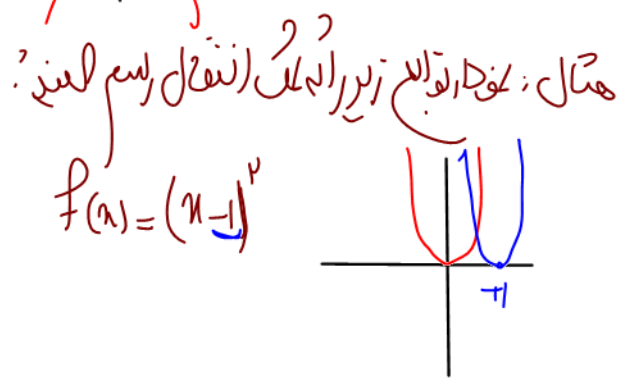
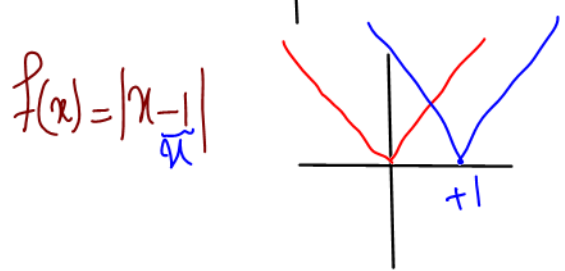
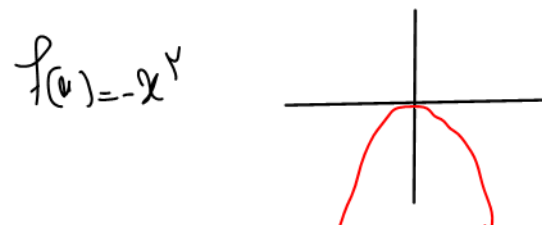
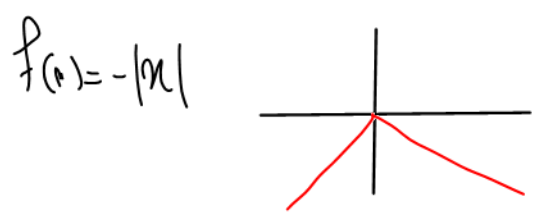
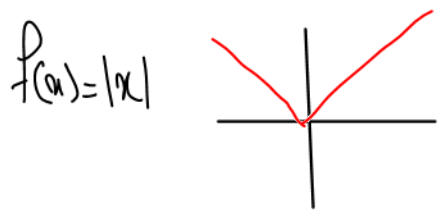
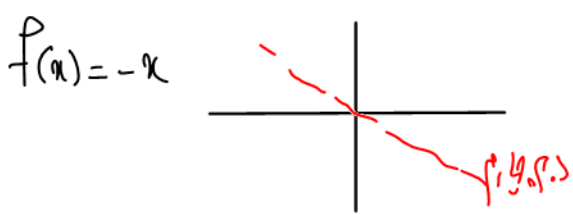
$$f(x) = \frac{1}{a}x + d$$

نکته: فاصله نقطه به خط

$$|AB| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

مثال: فاصله نقطه $A(2, -1)$ و $B(3, -2)$ را بنویسید.

$$|AB| = \sqrt{(3-2)^2 + (-2-(-1))^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$



جائليته : $-x \leq x \leq x$
 عدد زوج $\Rightarrow$ متماثل

دنيا لها
 اما و احتمال

① اصل ضرب : $x \leftarrow y$
 اصل جمع : $x \leftarrow y$

$p(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$ ← ترتيب درگيب

$c\left(\begin{matrix} n \\ r \end{matrix}\right) = \frac{n!}{r!(n-r)!}$

$P_A = \frac{n(A)}{n(S)}$

$\rightarrow P^n =$

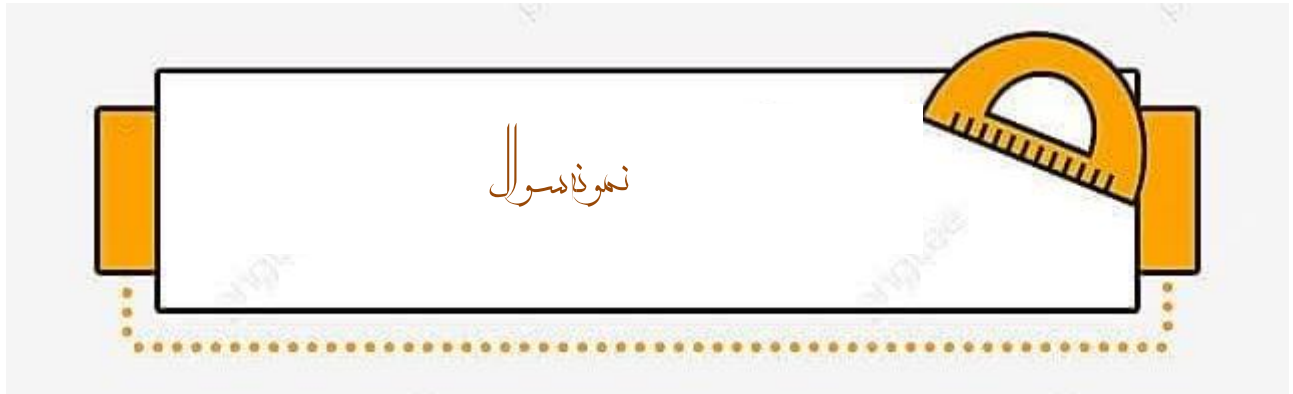
{
 ع
 م
 م
 م

$n=1$
 $n=2$
 $n=3 \rightarrow$

نوع اول : حاصل ضرب هر عدد از خودش تا n
 $0! = 1 \quad 1! = 1 \quad 2! = 2 \quad 3! = 6$
 $4! = 24 \quad 5! = 120 \quad 6! = 720$

جائليته
 دنيا ← دنيا بازگشتي ← حاصل ضرب

$Q_n = Q_{n-1}$
 $Q_{n+1} = Q_n$



۱

با ارقام ۶ و ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱ و ۰ چند عدد سه رقمی می توان ساخت که در آن ها هم رقم زوج و هم رقم فرد وجود داشته باشد؟

252

4

219

3

203

2

156

1

۲

از بین ۳ دانش آموز سال دهم و ۴ دانش آموز سال یازدهم، ۴ نفر انتخاب می کنیم. احتمال اینکه حداقل ۲ دانش آموز سال دهم وجود داشته باشد کدام است؟

$\frac{45}{70}$

4

$\frac{43}{70}$

3

$\frac{23}{35}$

2

$\frac{22}{35}$

1



مجموع ۲۰ عدد طبیعی فرد متوالی و مضرب ۵ که کوچکترین آن‌ها ۱۱۵ است، کدام است؟

۳

2400

4

400

3

4200

2

3250

1

تعداد جایگشت‌های حروف کلمه «system» به‌طوری‌که حروف s کنار هم نباشند، کدام است؟

۴

360

4

240

3

180

2

120

1

۵

درون جعبه‌ای ۵ مهره‌ی قرمز، ۴ مهره‌ی سفید و ۳ مهره‌ی آبی قرار دارد. اگر ۲ مهره باهم از ظرف بیرون آوریم، با

کدام احتمال این دو مهره هم‌رنگ نیستند؟

 $\frac{47}{66}$

4

 $\frac{43}{66}$

3

 $\frac{17}{33}$

2

 $\frac{13}{22}$

1





در یک دنباله حسابی، مجموع ۹ جمله اول برابر ۹۰ و جمله هفتم آن ۱۳ است. تفاضل جمالت متوالی،

کدام است؟

3

$2/5$

2

$1/5$



جواب معادله $\frac{2}{35} = \frac{(n-2)!}{n!} + \frac{(n-1)!}{(n+1)!}$ کدام است؟

8

7

6

5



مجموع ۳ جمله متوالی از یک دنباله حسابی برابر ۱۸ و حاصل ضرب آنها ۱۹۲ است. اگر دنباله صعودی باشد،

جمله کوچکتر کدام است؟

2

4

6

8



اضلاع یک مثلث قائم‌الزاویه تشکیل تصاعد حسابی می‌دهند. اگر محیط این مثلث ۲۴ باشد، مساحت آن کدام است؟

28

4

24

3

16

2

12

1



درون جعبه‌ای ۷ کارت با شماره‌های ۱ تا ۷ قرار دارد. ۳ کارت به تصادف خارج می‌کنیم. با کدام احتمال شماره‌ی

این سه کارت متوالی است؟

 $\frac{1}{7}$

4

 $\frac{1}{6}$

3

 $\frac{1}{5}$

2

 $\frac{1}{4}$

1



در یک رأی‌گیری که شامل ۴ رأی موافق، ۳ رأی مخالف و ۲ رأی ممتنع است، اگر ۳ رأی به تصادف خوانده

شود، با کدام احتمال حداقل ۲ رأی موافق در بین آن‌ها وجود دارد؟

 $\frac{19}{52}$

4

 $\frac{11}{52}$

3

 $\frac{17}{42}$

2

 $\frac{13}{42}$

1





۱۲

از بین اعداد فرد طبیعی کوچکتر از ۲۰، عددی به تصادف انتخاب شده است و پیشامدهای A و B چنین تعریف

می‌شوند: عدد، مربع کامل است B = عدد، مضرب ۳ است A = احتمال آنکه پیشامد رخ دهد کدام است؟

0/5

4

0/4

3

0/3

2

0/2

1

۱۳

جمله‌ی عمومی دنباله‌ای به صورت $a_n = n^2 - (n+1)^2$ است. مجموع ده جمله‌ی نخست این دنباله کدام است؟

-120

4

120

3

-60

2

60

1

۱۴

با حروف کلمه "ELECTION" چند کلمه رمز ۴ حرفی می‌توان نوشت که شامل دو حرف باشد؟

360

4

180

3

120

2

90

1





به چند روش ممکن است از بین ۱۵ دانش‌آموز، ۳ نفر آن‌ها را برای مسئول کتابخانه، مسئول گروه سرود و

۱۵

مسئول گروه تناتر دانش‌آموزان انتخاب کرد؟

2730

4

1365

3

910

2

455

1

اگر $\{a_n\}$ دنباله‌ای حسابی باشد، آنگاه حاصل $\frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \dots + \frac{1}{a_{n-1} a_n}$ کدام است؟

۱۶

$\frac{2n}{a_1 a_n}$

4

$\frac{2n-2}{a_1 a_n}$

3

$\frac{n}{a_1 a_n}$

2

$\frac{a-1}{a_1 a_n}$

1

از کیسه‌ای محتوی ۴ مهره سفید و ۳ مهره سیاه، ۲ مهره خارج می‌کنیم. احتمال آنکه حداقل یکی از مهره‌ها

۱۷

سفید باشد، کدام است؟

$\frac{6}{7}$

4

$\frac{1}{7}$

3

$\frac{5}{7}$

2

$\frac{4}{7}$

1





از بین ۱۲ خانواده انجمن اولیاء مدرسه به چند طریق می‌توان ۴ خانواده انتخاب کرد که در آن‌ها زن یا شوهر

شرکت کنند؟

990

4

840

3

720

2

495

1



با جایگشت ارقام چند عدد پنج‌رقمی زوج حاصل می‌شود؟

120

4

104

3

96

2

84

1



از بین اعداد طبیعی یک‌رقمی، به چند حالت ۳ عدد را می‌توان انتخاب کرد به‌طوری‌که تشکیل یک دنباله‌ای

حسابی دهند؟

24

4

20

3

16

2

12

1





۲۱

با ارقام طبیعی ۱، ۲، ... و ۹ چند عدد پنج رقمی با ارقام متمایز می توان نوشت به طوری که ارقام ۱ و ۲ و ۳ در

آن ها حتماً با کار رفته و در کنار هم باشند؟

360

4

180

3

120

2

540

1

۲۲

اگر در یک دنباله ای حسابی $a_2 = -1$, $a_5 - a_3 = 1$ باشد، جمله ی چندم دنباله برابر صفر است؟

ششم

4

پنجم

3

چهارم

2

سوم

1

۲۳

اضلاع یک مثلث قائم الزاویه، تشکیل دنباله عددی می دهند، نسبت بزرگترین ضلع مثلث به کوچک ترین ضلع آن

چه قدر است؟

 $\frac{5}{3}$

4

 $\frac{5}{4}$

3

 $\frac{4}{3}$

2

 $\frac{12}{5}$

1





بین دو عدد ۱۰ و ۱۲، نوزده واسطه حسابی درج کرده ایم جمله دهم دنباله حسابی حاصل کدام است؟

۲۴

11

4

10/9

3

10

2

9/9

1

احتمال آن که مجموع دو تاس پرتاب شده با هم کوچکتر از ۹ باشد، چه قدر است؟

۲۵

$\frac{2}{3}$

4

$\frac{13}{18}$

3

$\frac{7}{9}$

2

$\frac{5}{12}$

1

